



ДЕНЬ РАБОТЫ
И РАЗВИВАЕТСЯ
ВОЗРОЖДЕНИЕ
ДРУЖБЫ И ТЕСНОЕ
СОТРУДНИЧЕСТВО
СОВЕТСКОГО СОЮЗА

И МУЖЕЦКИМ РАБОТ
ПОД РУКОВОДСТВОМ
НАШЕЙ СТРАНЫ. ВО
ИМЯ ТРУДОВОГО
МИРА И МЕЖДУНАРОД-
НОЙ СЪЮЗНОСТИ.

**NO SEAS
RATA**

ДЛЯ СЧАСТЬЯ НАРОДОВ!

Índice

- Teoría y fórmulas: 3 – 30
- 2020 urtarrileko azterketa, enuntziatuak: 31 – 32
- Óptica geométrica, teoría: 32 – 54
- Óptica geométrica, ejercicios (no de examen): 55 – 138
- Óptica geométrica, ejercicios de examen: 139 – 178
- Óptica ondulatoria, teoría: 179 – 192
- Óptica ondulatoria, ejercicios (no de examen): 193 – 158
- Óptica ondulatorio, ejercicios de examen: 159 – 286
- Óptica electromagnética, teoría: 287 – 308
- Óptica electromagnética, ejercicios (no de examen): 309 – 372
- Óptica electromagnética, ejercicios de examen: 373 – 408
- Azterketa osoak, eginak 2019: 409 - 426

NOTA: Hasta el ejercicio 10 de cada tema no me enteraba de nada así que no desesperéis con las primeras ariketas. Animo!

8. RESUMEN DE FÓRMULAS RELATIVAS A LOS SISTEMAS ÓPTICOS.

a. Posición de la imagen.

a.1. Relativa a los focos: $x \cdot x' = f \cdot f'$

a.2. Relativa a los planos principales: $n'/a' - n/a = n'/f'$

b. Aumento.

b.1. Aumento axial: $\alpha' = \Delta x'/\Delta x = -x'/x$ (x y x' relativos a los focos F y F')

b.2. Aumento lateral:

b.2.1. En función de las posiciones x y x' : $\beta' = y'/y = -f/x = -x'/f'$

b.2.2. En función de las posiciones a y a' relativas a los planos principales:

$$\beta' = y'/y = -f/(a-f) = (f'-a')/f' = n \cdot a'/n' \cdot a$$

b.3. Aumento angular: $\gamma = \sigma'/\sigma$

b.4. Relación entre aumentos: $\alpha' = (\beta')^2 \cdot n'/n$; $\beta' = \alpha' \cdot \gamma'$

c. Distancias focales. $f' = -\frac{f_1 f_2'}{e - f_1' + f_2}$; $f = \frac{f_1 f_2}{e - f_1' + f_2}$; $f = -\frac{n}{n'} f$

d. Posición de los focos. $H_1'F'$; H_1F

$$H_1F = \frac{f_1 \cdot (f_2 + e)}{e - f_1' + f_2}$$
 ; $H_2'F' = \frac{f_2' \cdot (e - f_1')}{e - f_1' + f_2}$

e. Posición de los planos principales.

$$H_1H = \frac{e \cdot f_1}{e - f_1' + f_2}$$
 ; $H_2'H' = \frac{e \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2}$

f. Potencia de un sistema: $P = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} = P_1 + P_2 - \frac{e}{n_2} \cdot P_1 \cdot P_2$

g. Aplicación al caso de una lente de espesor d sumergida en aire.

g.1. Focales: $f' = -f$

g.2. Potencia: $P = \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] + \frac{(n-1)^2 \cdot d}{n \cdot r_1 \cdot r_2}$

g.3. Planos principales:

$$H_1H = -\frac{(n-1)f' \cdot d}{n \cdot r_2} = \frac{r_1 \cdot d}{n \cdot (r_1 - r_2) - (n-1) \cdot d} = \frac{f' \cdot d}{n f_2'}$$

$$H_2'H' = -\frac{(n-1)f' \cdot d}{n \cdot r_1} = \frac{r_2 \cdot d}{n \cdot (r_1 - r_2) - (n-1) \cdot d} = -\frac{f' \cdot d}{f_1'}$$

-63116

$$N = \frac{f'}{\phi_{PE}}$$

Si este enfoque es el infinito $\lim_{a \rightarrow \infty} a_{min} = a_{min}$
 \uparrow $a_{max} = -\infty$

$$a_{min} = \frac{a(f')^2}{(f')^2 - gN(a+f')}$$

$$a_{max} = \frac{a(f')^2}{(f')^2 + gN(a+f')}$$

PROFUNDIDAD DE CAMPO

$$\Gamma' = \frac{x_{pp}}{focu} \Rightarrow \text{AMPLIFICACIÓN}$$

\downarrow
 $\underline{10x}$

\rightarrow Longitud óptica

$$\Gamma = \beta'_{L1} \cdot \Gamma_{L2}$$

$$\beta'_{OBS} = - \frac{e = \Delta}{f'_{OBS}}$$

MIOPÍA:

$$x_{pp} = \frac{1}{\phi}$$

OBJETO EN EL INFINITO

$$\tan w_m = \frac{r_{LS}}{f'}$$

$$w_m = w_v = w_p$$

LATITUD DE ENFOQUE:

$$D \approx -f \cdot f' \cdot A$$

$$D = |O_{pp}| - |O_{pp}|$$

dioptrías de un ojo emémetrope ($A=4$)

Intervalo óptico $a'_{OBS} = f'_{OBS} + \Delta$

$$e = f'_{OBS} + t + f'_{ocu}$$

Distancia de trabajo = distancia entre objeto y L_1

$$c(a, b, c) \Rightarrow \frac{f_1'}{a} = \frac{e}{b} = \frac{f_2'}{c} = u$$

FÓRMULAS

La aplicación de este convenio de signos en la deducción de las fórmulas de la Óptica Geométrica paraxial conduce a las expresiones siguientes:

LEY DE SNELL

$$n \operatorname{sen} \varepsilon = n' \operatorname{sen} \varepsilon' \quad \dots \dots \dots \quad \text{(I)}$$

en la que: n = índice de refracción del primer medio.
 n' = índice de refracción del segundo medio.
 ε = ángulo de incidencia.
 ε' = ángulo de refracción.

DIOPTRIO ESFÉRICO

a. Focales: $f' = \frac{n' r}{n' - n}$ $f = \frac{-n r}{n' - n}$ $\dots \dots \dots$ (II) y (III)

en las que: f' = VF' = distancia focal imagen (desde el vértice del dióptrio hasta el foco imagen).
 f = VF = distancia focal objeto (desde el vértice del dióptrio hasta el foco objeto).
 n = índice de refracción del primer medio.
 n' = índice de refracción del segundo medio.
 r = VC = radio del dióptrio (desde el vértice del dióptrio hasta su centro de curvatura).

b. Posición de la imagen: $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$ $\dots \dots \dots$ (IV)

en la que: s = VO = distancia objeto (desde el vértice del dióptrio hasta el objeto).
 s' = VO' = distancia imagen (desde el vértice del dióptrio hasta la imagen).

c. Aumento lateral: $\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n s'}{n' s}$ $\dots \dots \dots$ (V)

en la que: β = aumento lateral.
 y' = tamaño de la imagen (desde el eje hasta el extremo de la imagen).
 y = tamaño del objeto (desde el eje hasta el extremo del objeto).

d. Potencia: $P = \frac{n'}{f'} = \frac{-n}{f}$ $\dots \dots \dots$ (VI)

Nota: la potencia P viene expresada en dioptrías (D) si las focales se expresan en metros.

CONSTRUCTOR DE LENTES

$$\frac{n_3}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2}$$

DIOPTRIO PLANO

$$\rightarrow \frac{f_2'}{f_2} = -\frac{1}{n}$$

a. *Posición de la imagen:* $\frac{n'}{s'} = \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$ (VII)

ESPEJOS ESFÉRICOS

a. *Posición de la imagen:* $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f} = P$ (VIII)

en la que: r = radio del espejo (desde el vértice del espejo hasta su centro de curvatura).
 f = distancia focal (desde el vértice del espejo hasta el foco).
 P = potencia del espejo. (En **dioptrías** si la focal se expresa en **metros**).

b. *Aumento lateral:* $\beta = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{n' s}$ (IX)

LENTE DELGADAS (EN AIRE)

a. *Focales y potencia:* $\frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{-1}{f} = P$ (X)

en la que: r_1 = LC_1 = radio de la primera superficie de la lente de centro C_1 .
 r_2 = LC_2 = radio de la segunda superficie de la lente de centro C_2 .
 n = índice de refracción de la lente.
 f' = LF' = distancia focal imagen (desde la lente hasta el foco imagen).
 f = LF = distancia focal objeto (desde la lente hasta el foco objeto).
 P = potencia de la lente. (En **dioptrías** si la focal se expresa en **metros**).

b. *Posición de la imagen:* $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = \frac{-1}{f} = P$ (XI)

en la que: s = LO = distancia objeto (desde la lente hasta el objeto).
 s' = LO' = distancia imagen (desde la lente hasta la imagen).

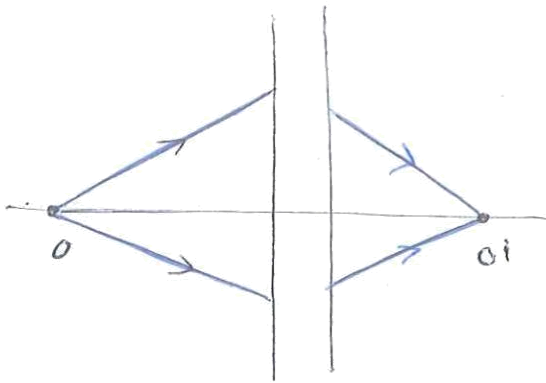
c. *Aumento lateral:* $\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{n' s}$ (XII)

en la que: β = aumento lateral.
 y' = tamaño de la imagen (desde el eje hasta el extremo de la imagen).
 y = tamaño del objeto (desde el eje hasta el extremo del objeto).

III. DIOPTRIOS Y LENTES

1. TIPOS DE IMÁGENES

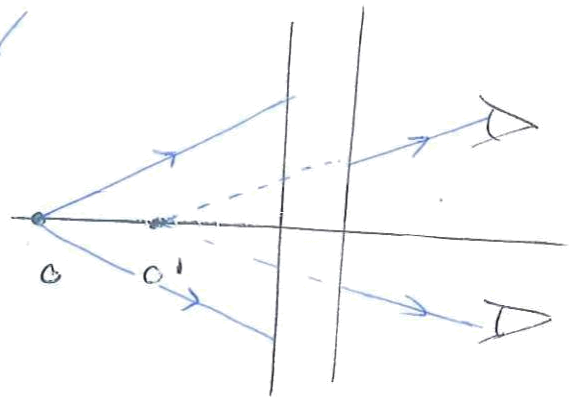
IMAGEN REAL



1. Son invertidas respecto al objeto
2. Se forman donde se cruzan los rayos
3. No se ven directamente, sí en pantallas.

IMAGEN VIRTUAL

1. Son derechas respecto del objeto
2. Se forman donde se juntan la prolongaciones de los rayos.
3. Se ven directamente, no se pueden proyectar.



2. SISTEMAS ESTIGMÁTICOS

Si todos los rayos que proceden de un punto objeto O , después de atravesar un sistema óptico convergen (ellos o sus prolongaciones) en un mismo punto imagen O' .

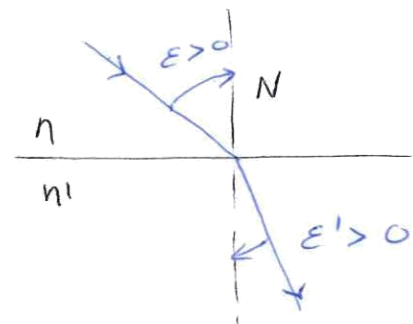
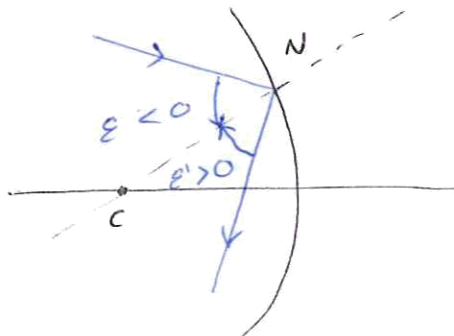
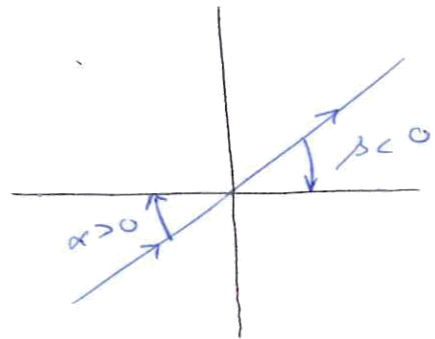
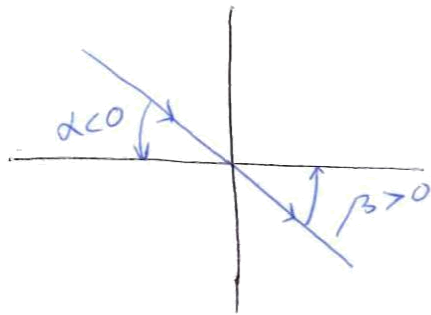
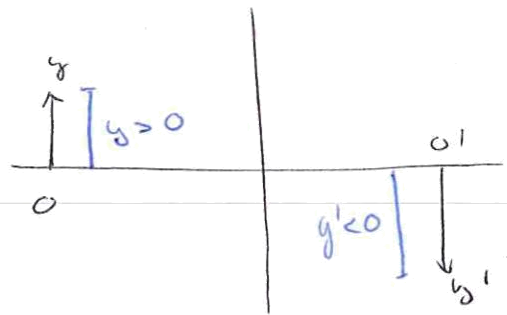
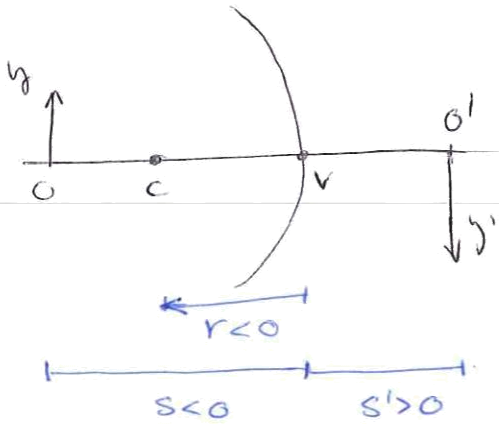
3. APROXIMACIÓN PARAXIAL

Cuando los rayos que inciden sobre un sistema lleven direcciones próximas al eje (paraxiales); es decir, cuando los ángulos de incidencia son

pequeños, los sistemas ópticos se comportan prácticamente como estigmáticos.

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$$

4. CONVENIO DE SIGNOS (DIN)



5. DIOPTRIO ESFÉRICO

Sistema formado por dos medios de distinto índice de refracción separados por una superficie esférica

S.A. Posición de las imágenes

Fórmula de Gauss

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

Fórmula de ABBE:

$$n \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n_2 \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r} \right)$$

S.2. FOCOS Y DISTANCIAS FOCALES

• FOCO IMAGEN (F' ; $f' = VF'$):

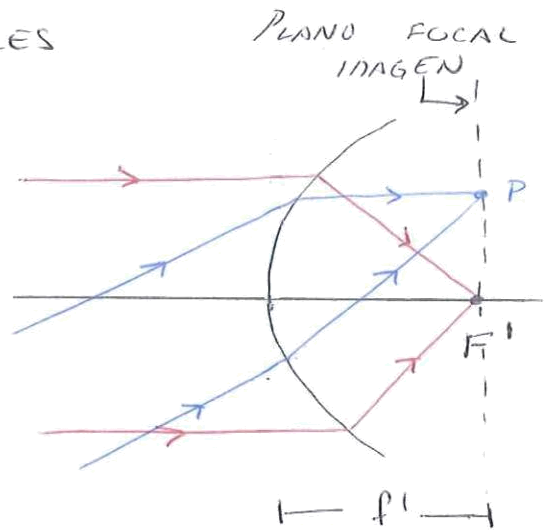
Punto en el que convergen los rayos que inciden en el dioptrio paralelos al eje. Es decir, $F' = O'_\infty$

Determinación de f' :

$$s = \infty \rightarrow s' = f'$$

$$\text{GAUSS: } \frac{n_2}{f'} - \frac{n_1}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{r} \Rightarrow$$

$$f' = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}$$



• FOCO OBJETO (F ; $f = VF$)

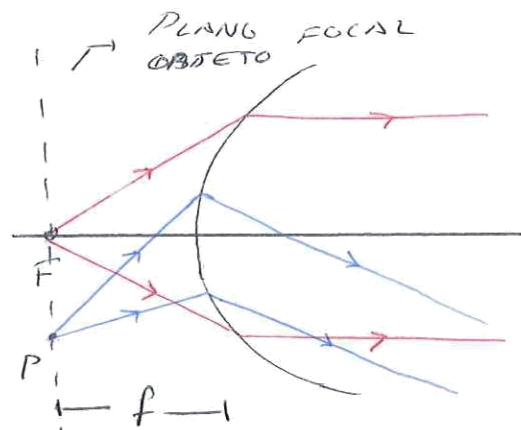
Punto en el que se forma la imagen de un objeto situado en el infinito (los rayos al refractarse salen paralelos entre sí).

Determinación de f :

$$s' = \infty \rightarrow s = f$$

$$\text{GAUSS: } \frac{n_2}{\infty} - \frac{n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{r} \Rightarrow$$

$$f = \frac{-n_1 r}{n_2 - n_1}$$



S.3. RELACIÓN ENTRE f, f', n_1, n_2

$$\frac{f}{f'} = \frac{\frac{-n_1 r}{n_2 - n_1}}{\frac{n_2 r}{n_2 - n_1}} \Rightarrow \frac{f}{f'} = \frac{-n_1}{n_2}$$

S.4. RELACIÓN ENTRE f, f', s, s'

GAUSS $\Rightarrow \frac{\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s}}{\frac{n_2 - n_1}{r}} \rightarrow \frac{\frac{n_2 r}{(n_2 - n_1) s'}}{-\frac{n_1 r}{(n_2 - n_1) s}} = 1$

$\Rightarrow \frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$

S.5. POTENCIA DE UNA SUPERFICIE ESFÉRICA

$\varphi = \frac{n_2}{f} = -\frac{n_1}{f}$ (Dioptrias)

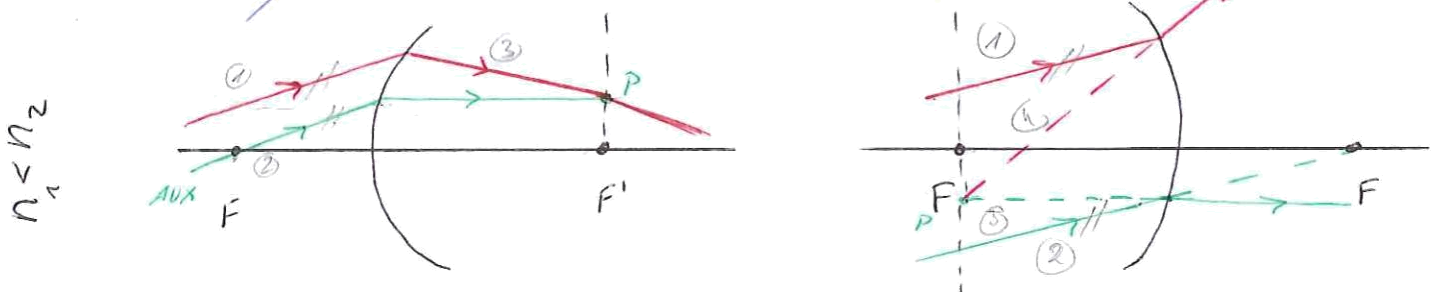
	SUPERFICIE	r	f	f'
$n_1 < n_2$	CONVEXA	+	-	+
	CÓNCAVA	-	+	-
$n_1 > n_2$	CONVEXA	+	+	-
	CÓNCAVA	-	-	+

(CONVEXA)
(CÓNCAVA)

S.6. FORMACIÓN DE IMÁGENES EN S.E. (ver. III-9)

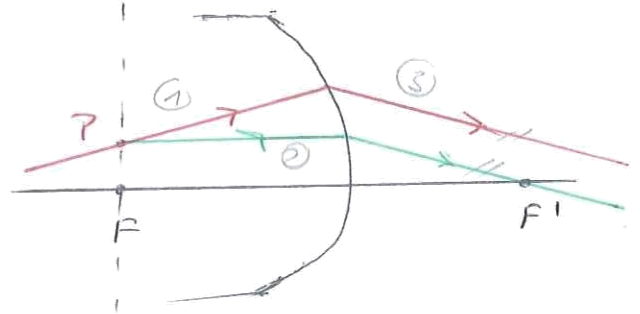
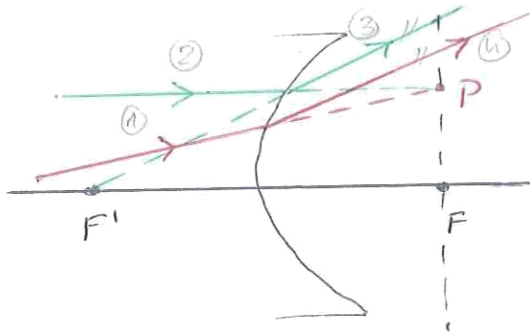
S.6.1. TRATADO DE RAYOS: RAYO AUXILIAR

A. MÉTODO: Se traza el rayo auxiliar paralelo al rayo problema incidiendo en el foco objeto F. Como incide en F se refracta paralelo al eje, cortando el plano focal F' en el punto P. Al incidir paralelo entre si ambos deben cortar el plano F' en el mismo punto.



2. Método: El rayo problema corta el plano focal F en el punto P . Se traza el rayo auxiliar que incidendo paralelamente en P se refracta en dirección F' . Ambos rayos deben emerger paralelos entre sí.

$n_1 > n_2$



S.7. AUMENTO LATERAL

Se define como

$$\beta' = \frac{y'}{y}$$

En el caso del dioptrio esférico:

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 s'}{n_2 s}$$

6. DIOPTRIO PLANO

Es el sistema formado por dos medios de distinto índice de refracción separados por una superficie plana. Es decir, $r = \infty$.

Deducción de la posición de la imagen

$$\text{Gauss: } \frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r} \Rightarrow \frac{n_2}{s'} = \frac{n_1}{s} \rightarrow O \text{ y } O' \text{ en el mismo lado}$$

Deducción del aumento lateral

$$\frac{n_2}{s'} = \frac{n_1}{s} \Rightarrow n_2 s = n_1 s' \rightarrow \beta = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 s'}{n_2 s} \Rightarrow \beta = 1$$

Misma tamaño y orientación

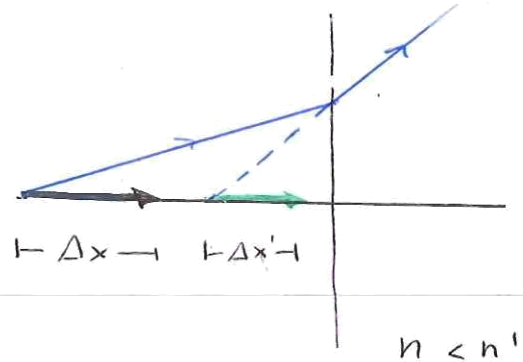
6.3. AUMENTO AXIAL

Consideremos un objeto OA situado en la dirección del eje del sistema y sea Δx su tamaño. La imagen O'A' tiene un tamaño $\Delta x'$.

Se define el aumento axial α' de un sistema mediante

la relación:

$$\alpha' = \frac{\Delta x'}{\Delta x}$$



Se deduce geométicamente que:

$$\alpha' = \frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{n_2}{n_1}$$

7. LENTES DELGADAS

Lente \equiv Sistema óptico formado por dos dioptros con el eje común, siendo al menos uno esférico.

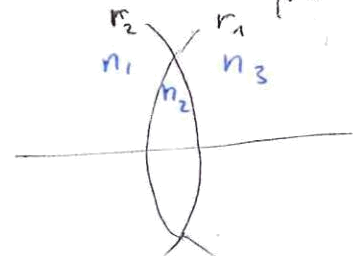
7.1. CLASIFICACIÓN

	BICONVEXA	PLANO-CONVEXA	PLENISCO CONV.	
CONVERGENTES				
DIVERGENTES				

7.2. POSICIÓN DE LA IMAGEN

Fórmula del constructor de lentes:

$$\frac{n_3}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{(n_2 - n_1)}{r_1} + \frac{(n_3 - n_2)}{r_2}$$



CASOS PARTICULARES:

a) Lente delgada sumergida en un medio de $n_1 = n_3$

$$\frac{n_1}{s'} - \frac{n_1}{s} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

b) Lente sumergida en ^{lente}aire ($n_1 = n_3 = 1$)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

7.3. DISTANCIAS FOCALES DE UNALENTE

FOCAL IMAGEN:

Haciendo $s = \infty$ en la fórmula del constructor:

$$\frac{n_3}{f'} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2}$$

Aplicar $s = \infty$
en los casos
particulares anteriores

FOCAL OBJETO:

Haciendo $s' = \infty$ y $s = f$ en la fórmula del constructor:

$$-\frac{n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2}$$

+ (los)
particulares

RELACIÓN ENTRE f , f'

$$\frac{n_3}{f'} = -\frac{n_1}{f}$$

Si la lente está sumergida ($n_3 = n_1$) \Rightarrow $f = -f'$

7.4. POSICIÓN DE LA IMAGEN EN FUNCIÓN DE f , f'

$$\frac{n_3}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_3}{f'} = \frac{-n_1}{f} \quad \text{Sumergida en} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{f}$$

medios iguales

7.5. POTENCIA DE UNALENTE

$$\varphi = \frac{n_3}{f'} = -\frac{n_1}{f} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \frac{n_3}{s'} - \frac{n_1}{s}$$

7.6. FORMACIÓN DE IMÁGENES

LENTES CONVERGENTES

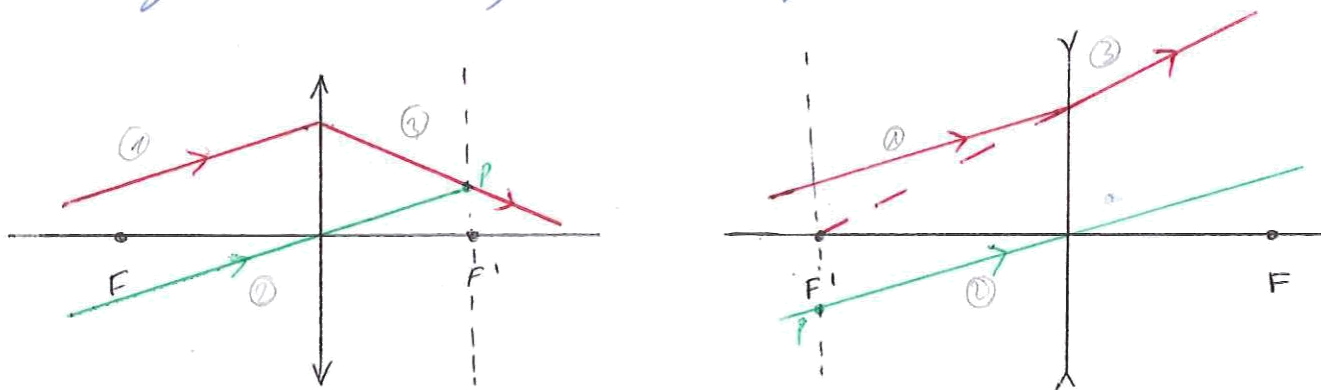
- Rayos paralelos \rightarrow foco imagen F'
- Rayos por el foco objeto $F \rightarrow$ Salen paralelos
- Rayos por el centro óptico $O \rightarrow$ Sin desviación

LENTES DIVERGENTES

- Rayos paralelos \rightarrow Prolongación por el foco imagen F'
- Rayos foco objeto $F \rightarrow$ Salen paralelos
- Rayos por el centro óptico $C \rightarrow$ Sin desviación

RAYO AUXILIAR

Rayo auxiliar que pasa por el centro óptico:
Si dos lentes inciden sobre una lente en direcciones paralelas entre sí, los rayos emergentes o sus prolongaciones convergen en un punto P del plano F'



7.7. CENTRO ÓPTICO DE UNALENTE DELGADA (C)

Es un punto del eje con la propiedad de que los rayos que pasan por él no se desvían.

$$LC = f' \left(1 - \frac{n_1}{n_2} \right)$$

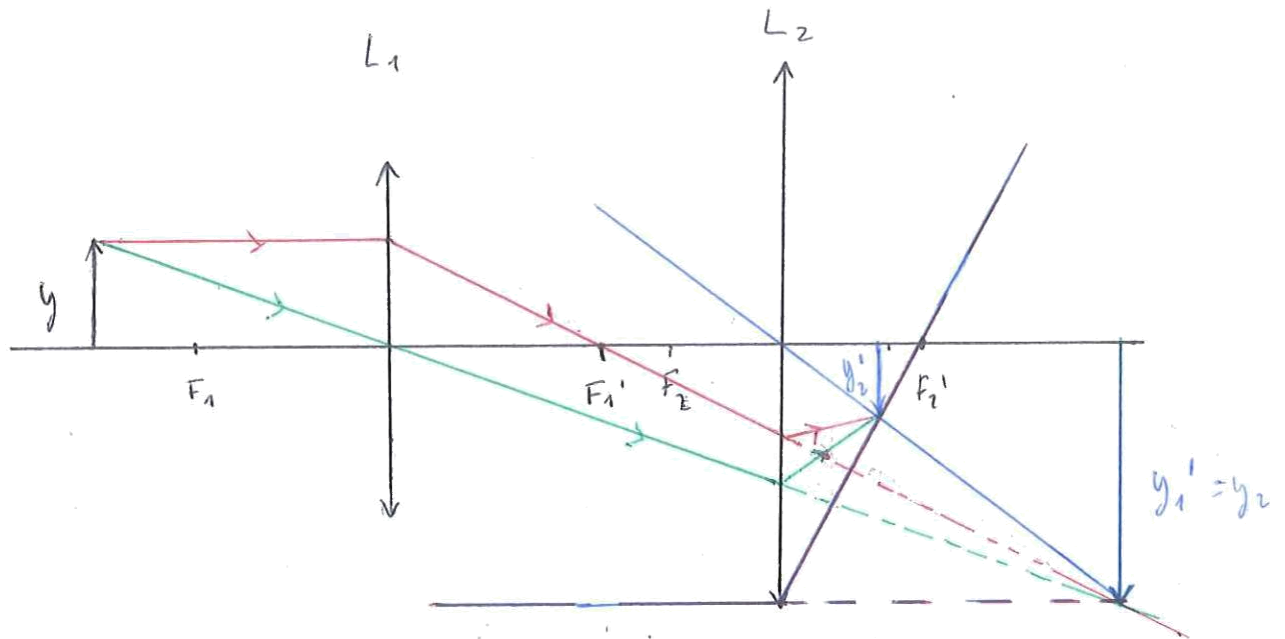
Lente \leftarrow \leftarrow Centro óptico

Habitualmente $n_1 = n_2 \rightarrow LC = 0 \Rightarrow L = C$

7.8. IMÁGENES QUE ACTÚAN COMO OBJETOS VIRTUALES

Supongamos un sistema de dos lentes

- 1. Opción: La imagen del objeto a través de la primera lente aparece antes de la segunda lente. \Rightarrow Actúa como objeto real para L_2
- 2. Opción: La imagen a través de la primera lente aparecería después de la segunda \Rightarrow Actúa como OBJETO VIRTUAL



7.9. AUMENTO

con una sola lente:

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 s'}{n_2 s}$$

Que si los medios son iguales ($n_1 = n_2$): $\beta' = \frac{s'}{s}$

En una asociación de lentes:

$$\beta' = \frac{y_i'}{y} = \beta_1' \beta_2' \dots \beta_i'$$

donde $\beta_1' = \frac{y_1'}{y}$; $\beta_2' = \frac{y_2'}{y_1'}$ (...)

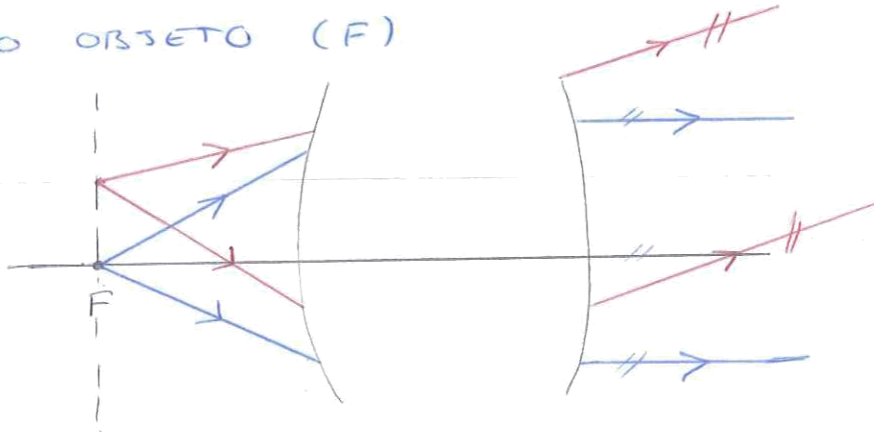
Anti-imagos y ojo (en la otra cara + apuntar claro)

VII. SISTEMAS ÓPTICOS CENTRADOS

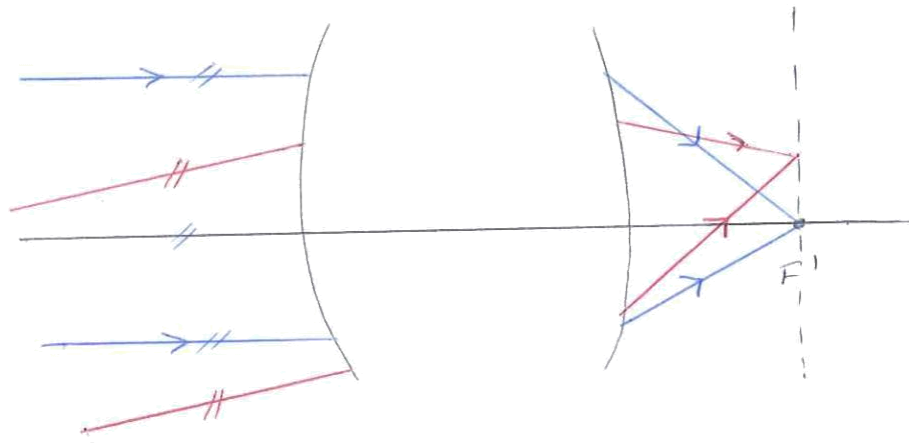
1. ELEMENTOS CARDINALES

1.1. FOCOS Y PLANOS FOCALES

FOCO OBJETO (F)



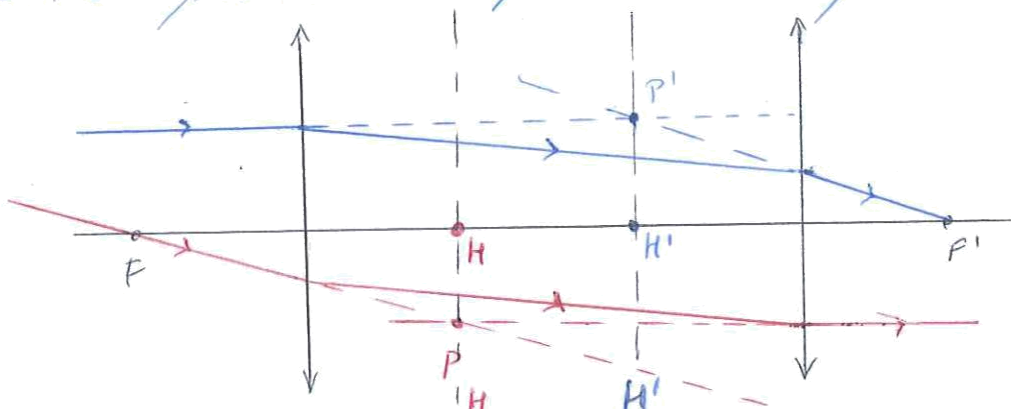
FOCO IMAGEN (F')



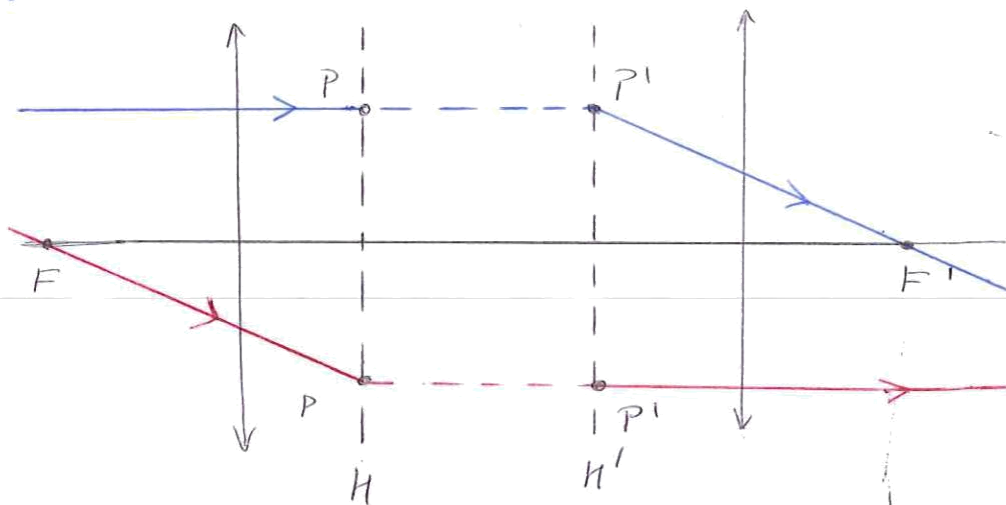
1.2. PUNTOS Y PLANOS PRINCIPALES

PLANO PRINCIPAL OBJETO (H): contiene los puntos de intersección de los rayos que inciden por el foco objeto con sus respectivos rayos emergentes

PLANO PRINCIPAL IMAGEN (H'): contiene los puntos de la intersección de las direcciones de los rayos incidentes paralelos al eje con sus respectivos emergentes e F'



Aquellos rayos que inciden sobre un sistema en dirección a su punto principal objeto H , emergerán de él por el punto principal imagen H' .
 (H y H' son conjugados: $H \rightarrow H'$)



SUPERFICIE ESFÉRICA

Los planos principales H y H' de un espejo son tangentes al propio espejo en su vértice.

LENTE GRUESA

$$H_1 \equiv H_1' \equiv V \quad \wedge \quad H_2 \equiv H_2' \equiv V'$$

LENTE DELGADA

$$H_1 = H_1' = H = H' = H_2 = H_2'$$

A.3. DISTANCIAS FOCALES

DISTANCIA FOCAL OBJETO: $f = HF$

DISTANCIA FOCAL IMAGEN: $f' = H'F'$

A.4. PUNTOS NODALES

N, N' : Tienen la propiedad de que los rayos que inciden sobre el sistema en dirección al punto nodal objeto N , emergen paralelos al respectivo incidente en dirección al punto nodal imagen N' .

CENTRO ÓPTICO DEL SISTEMA: punto O en el que los rayos incidentes en dirección a N cortan el eje.
 (los rayos que pasan por O no se desvían)

S.5. DETERMINACIÓN GRÁFICA DE H

S.11. LENTE GRUESA SUMERGIDA EN AIRE

Presenta la peculiaridad de que los planos principales de cada elemento coinciden, tal como corresponde a una superficie o dioptrio esférico.

$$H_2'H' = \frac{e f_1'}{e - f_1' + f_2} = \frac{r_2 e}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d}$$

$$H_2'H = -\frac{f_1' d}{f_1'} = -\frac{(n-1) f_1' e}{n r_1}$$

$$H_1 H' = \frac{e f_1}{e - f_1' + f_2} = \frac{r_1 e}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d}$$

$$H_1 H' = \frac{f \cdot d}{f_2} = - \frac{(n-1) f' d}{n r_2}$$

$$P = \frac{n-1}{r_1} - \frac{n-1}{r_2} + \frac{d(n-1)(n-1)}{n r_1 r_2}$$

6. SISTEMAS AFOCALES

Los rayos que inciden sobre un sistema afocal paralelos entre sí, emergen también paralelos.

$$H_2' F' = \frac{f_2 (e - f_1)}{e - f_1' + f_2} = \infty \Rightarrow F_1' \equiv F_2$$

→ El foco imagen del primero (F_1') le ha de coincidir con el foco objeto del segundo (F_2)

Nota: En el caso de dos lentes divergentes el sistema nunca será afocal.

→ la focal es infinita y H, H' están en el infinito

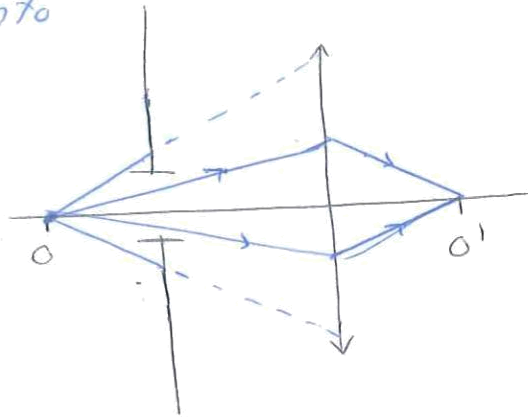
X - LIMITACIÓN DE LOS HACES DE RAYOS

2. DIAFRAGMA DE APERTURA:

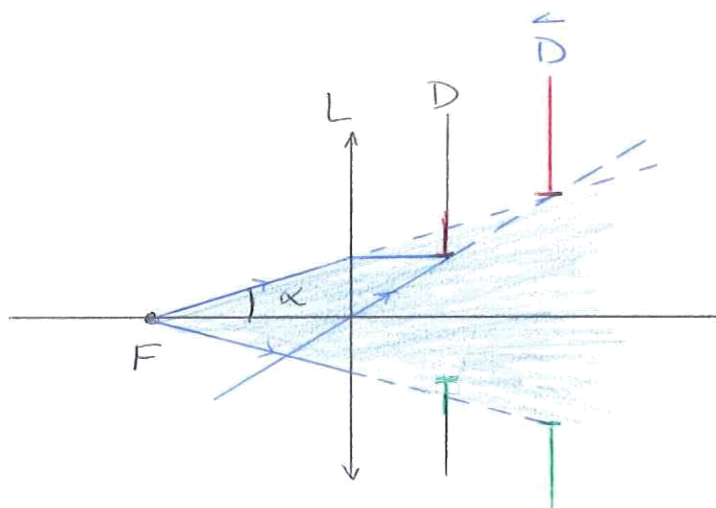
PUPILA DE ENTRADA Y DE SALIDA

DIAFRAGMA DE APERTURA:

Controla el tamaño angular del haz de rayos procedentes de un punto objeto O del eje que van a poder llegar hasta la imagen O' . Es decir, controla la luminosidad de la imagen.



DETERMINACIÓN DEL DA



\bar{D} = Anti-imagen de D por las lentes a su izquierda.

En este caso, como D es el elemento que más limita los rayos es el DA.

PUPILA DE ENTRADA:

Es la anti-imagen del diafragma de apertura y determina el tamaño angular (2α) del haz de rayos procedentes de un punto del eje que van a poder pasar a través de todo el sistema.

PUPILA DE SALIDA:

Es la imagen del diafragma de apertura y determina la anchura ($2\alpha'$) del haz cónico que abandona el sistema.

NOTAS:

- Si el aumento de PE y DA es negativo los haces que pasan por un extremo de PE deben pasar por el extremo opuesto de DA.

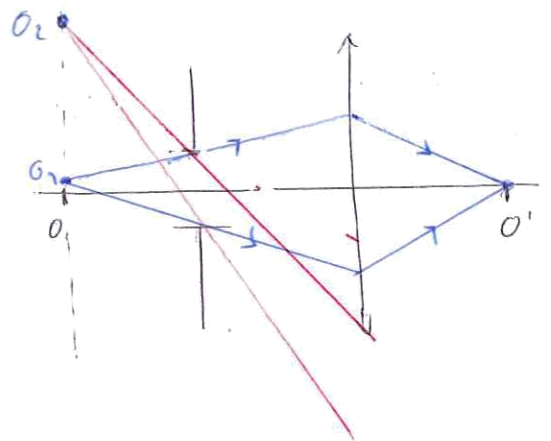
- No se puede hablar de DA, PE y PS de un sistema en términos absolutos sino en relación a una determinada posición del objeto.

3. DIAFRAGMA DE CAMPO:

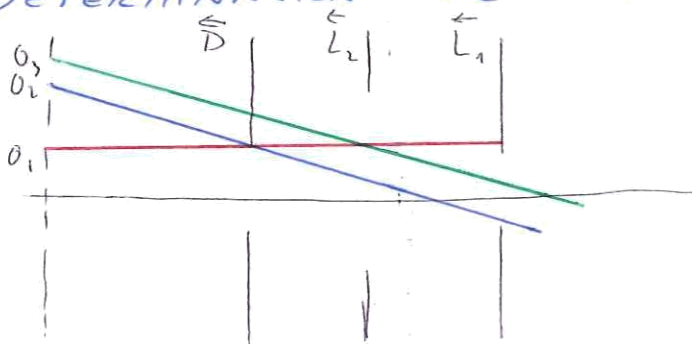
LUCARNA DE ENTRADA Y LUCARNA DE SALIDA

DIAFRAGMA DE CAMPO:

Limita los rayos que procedentes de puntos del plano objeto situados fuera del eje van a llegar al plano imagen. Es decir, limita el tamaño del objeto que se verá enteramente.



DETERMINACIÓN DEL DC



Puntos objetos situados por encima de O_2 pasarán por L_1 y L_2 pero no por $D \Rightarrow D \equiv DC$

LUCARNA DE ENTRADA:

Es la anti-imagen del diafragma de campo y determina si qué rayos van a poder pasar a través de todo el sistema.

LUCARNA DE SALIDA:

Es la imagen del diafragma de campo y determina la altura máxima de la imagen de un objeto que atraviese todo el sistema.

4. CAMPO OBJETO

• CAMPO OBJETO DE ILUMINACIÓN PLENA: (r_p)

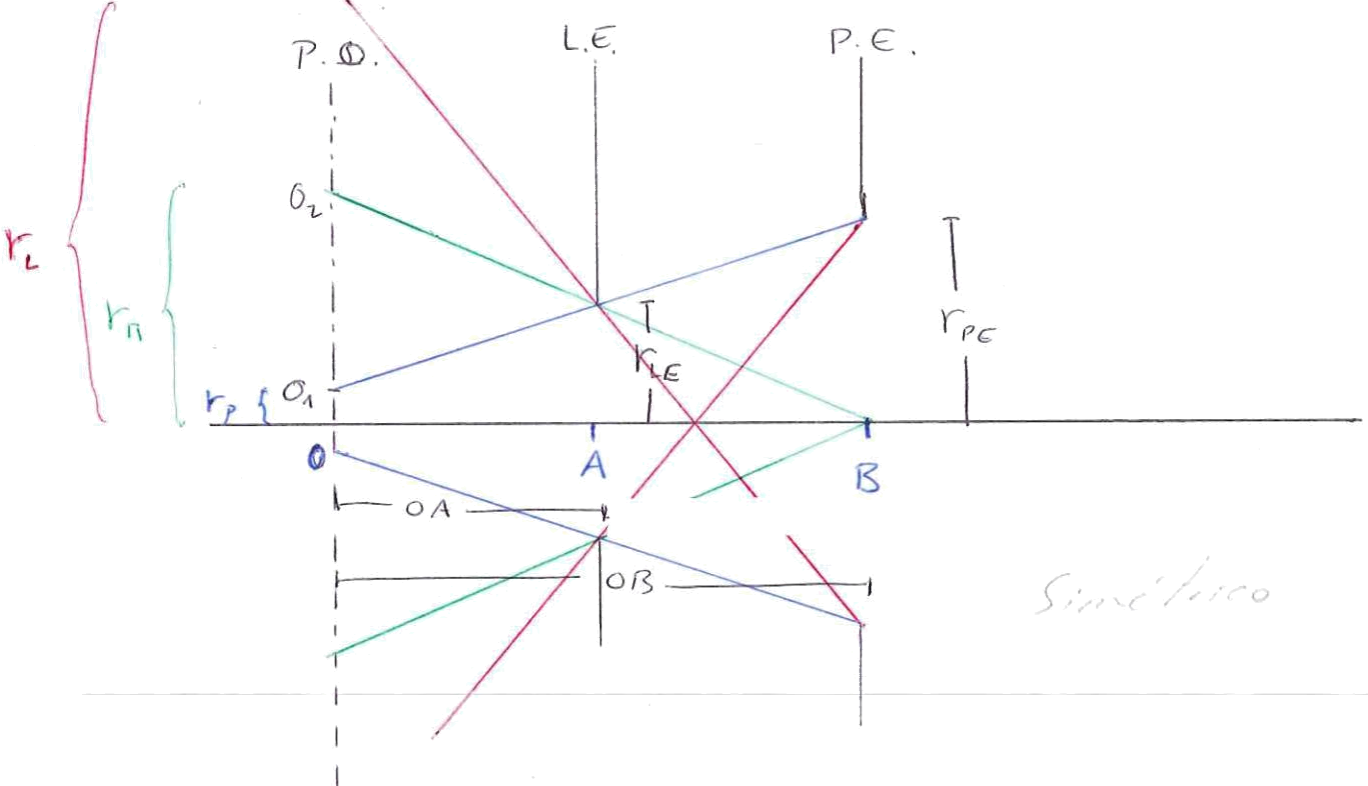
Franja del plano objeto desde la cual todos los rayos que nacen ahí pasan por el diafragma de campo y de apertura simultáneamente. Una los bordes del mismo lado de PE y LE.

• CAMPO OBJETO DE ILUMINACIÓN MEDIA: (r_n)

Franja del plano objeto desde la cual el último rayo que nace pasa por el centro de PE y el borde de LE.

• CAMPO OBJETO DE ILUMINACIÓN LÍMITE: (r_L)

Franja del plano objeto desde la cual el último rayo que nace pasa por bordes opuestos de PE y LE. Los rayos fuera de esta franja no atraviesan el sistema.



CÁLCULO DE LOS CARROS OBJETO

$$r_p = \frac{OB \cdot r_{LE} - OA \cdot r_{PE}}{OB - OA}$$

$$r_n = \frac{OB \cdot r_{LE}}{OB - OA}$$

$$r_L = \frac{OA \cdot r_{PE} + OB \cdot r_{LE}}{OB - OA}$$

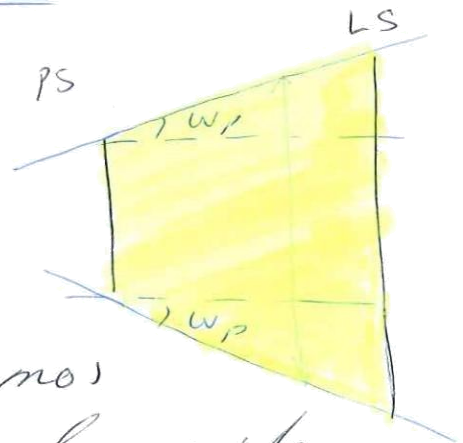
CAMPOS DE ILUMINACIÓN PARA DIMENSIONAR

Se utiliza siempre el campo de plena pupila que es el que incluye los valores máximos (o mínimos) que tienen que tener los objetos del sistema para que, un ojo pare por todo.

• Si el objeto que queremos dimensionar está DESPUÉS de la pupila de salida:
Se utiliza el campo imagen de iluminación

dónde: $\tan W_p = \frac{r_{LS} - r_{PS}}{LPI}$

Distancia entre la PS y LS

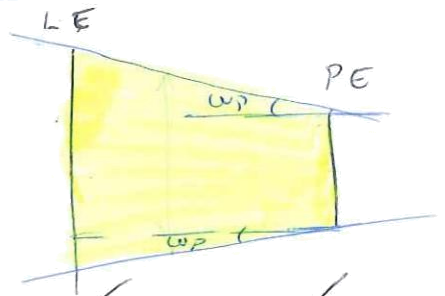


• Si el objeto que queremos dimensionar está ANTES de la pupila de entrada:

Se utiliza el campo objeto de iluminación

dónde: $\tan W_p = \frac{r_{LE} - r_{PE}}{PL}$

Distancia entre la PE y LE



• Si la luz de entrada está en el infinito y el objeto está ANTES de la pupila de entrada
Se utiliza el campo objeto de iluminación

dónde $\tan W_p = \frac{r_{LS}}{f_1}$ (el dibujo es el mismo)

Si estuviera después se haría igual que en el A_{punto}

DIFRACCIÓN

En los problemas en los que hay más de una abertura con **características** diferentes no constituyen una red de interferencias como tal, sino que los trataremos como problemas de difracción. Si esta "unidad de difracción" (constituida por las diferentes aberturas) se repitiera periódicamente, considerariamos las interferencias añadiéndole el término interferencial habitual $\left[\frac{\sin(N\alpha)}{\sin\alpha} \right]$

Pasos a seguir:

→ 1. Tomamos cada abertura por separado y consideramos su amplitud de difracción:

$$U_1 = C \int_{\text{Área de la abertura}} \left(\frac{\sin v}{v} \right) \left(\frac{\sin w}{w} \right) ;$$

$$v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta = \frac{\pi c}{\lambda} p$$

$$w = \frac{\pi b}{\lambda} \sin\delta = \frac{\pi b}{\lambda} q$$

→ 2. Si podemos, relacionamos s , v y w de las aberturas entre sí (para dejarlos en función de una sola) (s, v, w)

→ 3. Seleccionemos el punto central para poder sumar las amplitudes.

$$U = U_1 + U_2 + \dots$$

⚠ Nunca sumar las intensidades

→ 4. La "nueva" amplitud de cada abertura se define como:

$$U_1 = -U_1 \cdot e^{-ikqD} \cdot e^{-ikpL} \cdot e^{i\varphi}$$

↑ Vertical
↑ Horizontal
↑

Distancia entre el punto central y el centro de la abertura
 $\varphi = k(n-1)c$ → Desfase de la línea de la abertura (si hay)

LÁMINAS CON ESPESOR QUE CAMBIA

El proceso en este caso sería el mismo pero por cada abertura con láminas cambiantes haríamos lo siguiente:

$$U_1 = C \cdot \int_{i \rightarrow \text{Inicio de la lámina respecto al centro de la abertura}}^{f \rightarrow \text{Fin de la lámina respecto al centro de la abertura}} e^{-ikp\zeta} e^{i\Delta(\zeta)} d\zeta$$

$$\Delta(\zeta) = k(n-1) \frac{e}{a} (L - \zeta)$$

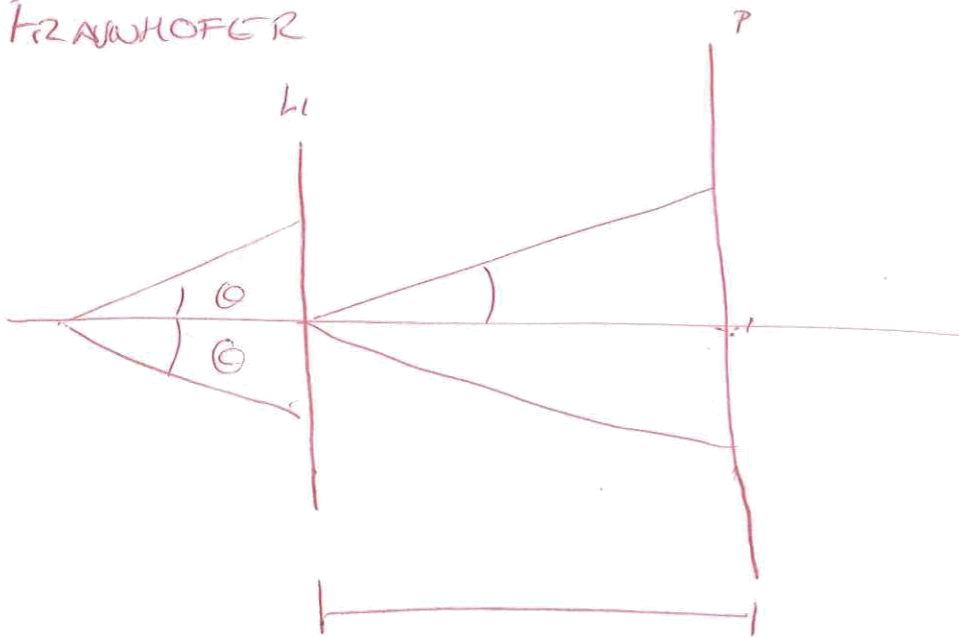
Nota: Si la abertura está desplazada a la izquierda \Rightarrow

$$\Delta(\zeta) = k(n-1) \frac{e}{a} (L + \zeta)$$

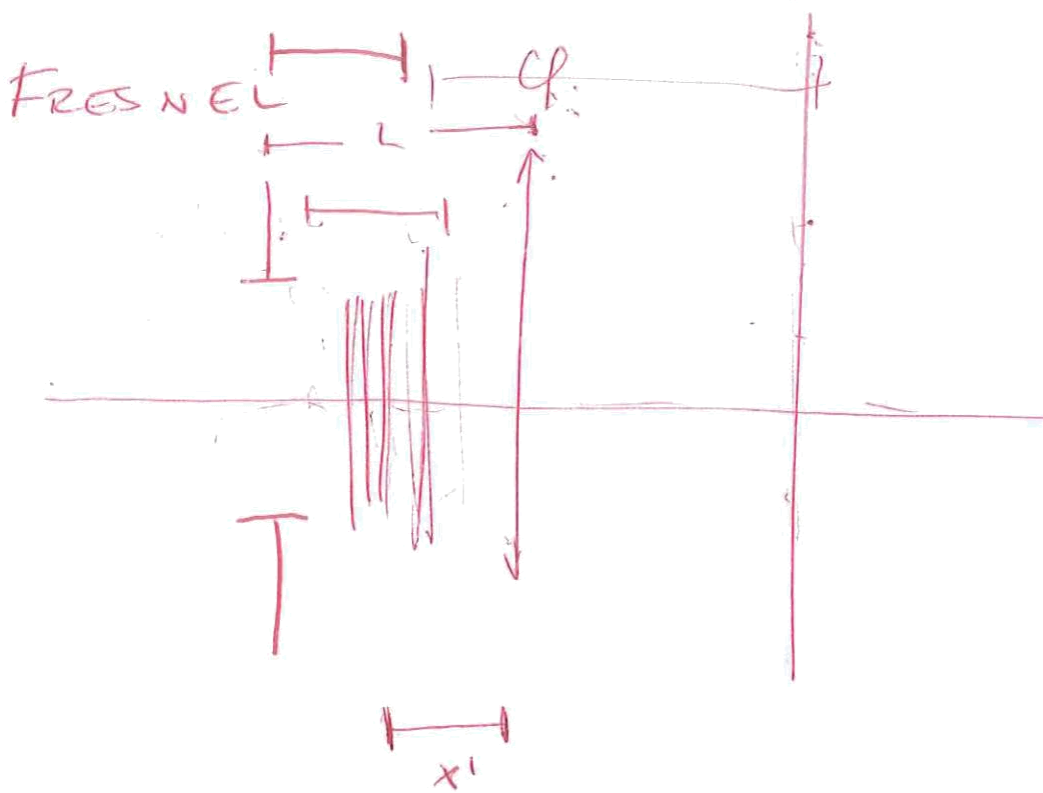
Si coincide con el centro de la "unidad" \Rightarrow

$$\Delta(\zeta) = k(n-1) \zeta$$

FRAUNHOFER



↑
Consideremos esta distancia ~~P~~



$$L \cos \theta = x'$$

Hay que calcular x' teniendo en cuenta que la imagen ve a ejercer en la pantalla y utilizar la distancia $L - x' = s$

OPTIKA

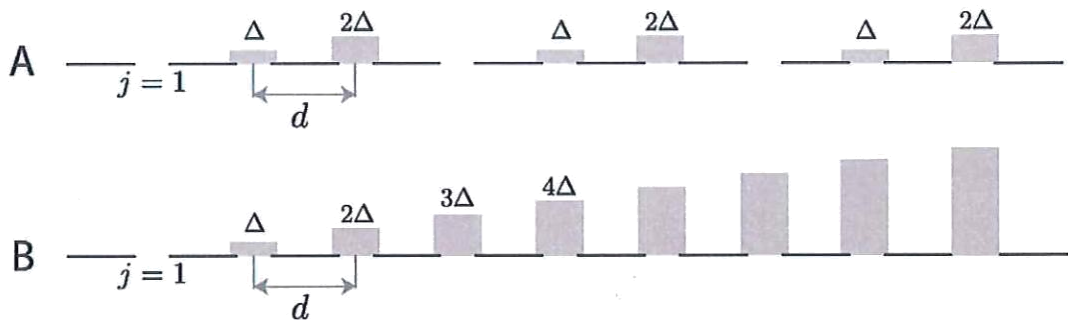
(urtarrileko azterketa — 2020/01/8)

1. Aurtengo sistema optikoa teleskopio astronomikoa da eta handipen bereizgarriarekin egiten du lan. Objektiboa zein okularrara leiar ekiganbilak dira, $n = 1.5$ errefrakzio-indizeko beiraz eginak eta objektiboaren distantzia fokala eta diametroa 675 mm eta 30 mm dira hurrenez hurren.
 - (a) Zenbatekoak dira bi lenteen kurbadura-erradioak?
 - (b) Istripu batean tutua — objektiboaren eta okularraren arteko espazioa — urez bete da. Orain, zenbat distantzia utzi behar da bi lenteen artean sistemak infinitura fokatzen jarrai dezan?
 - (c) Alderatu irteerako ninien posizioak eta neurriak bi kasuetan: teleskopio lehorra eta urarekin.
 - (d) Eremu-diafragmaren diametroa 1 cm bada, kalkulatu eremu angeluarra teleskopio lehorraren eta urez betetakoaren kasuetan.

Bi lenteak meheak dira, bi kasuetan eremu diafragma objektiboaren irudi-fokuan dago eta $n_{\text{ura}} = 4/3$. Behatzailea emetropea da eta bere puntu urruna fokatzen ari da.

2. N zirrikituz osatutako sare batean zirrikituen zabalera $2 \mu\text{m}$ da, eta periodoa $7 \mu\text{m}$. Jatorrizko sare hau bi modutan manipulatu dugu:
 - (a) A sarean bigarren zirrikituaren gainean Δ lodierako beira bat kokatu dugu, hirugarrenean 2Δ -koa, eta hurrengoetan eskema bera errepikatu dugu. Kalkulatu Δ lodiera minimoa sare berri honen lehenengo ordena galdua izan dadin.
 - (b) B sarean bigarren zirrikituaren gainean Δ lodierako beira bat kokatu dugu, hirugarrenean 2Δ -koa eta jarraitu dugu azken zirrikituaren gainean $(N - 1)\Delta$ -ko lodiera duen beira bat jarri arte. Kalkulatu Δ lodiera minimoa sare honen hirugarren ordena galdua izan dadin.

Zirrikitu kopurua oso altua da, beiraren errefrakzio-indizea $n = 3/2$ da eta sarea argiztatzeko erabiltzen den uhin-luzera 500 nm da.

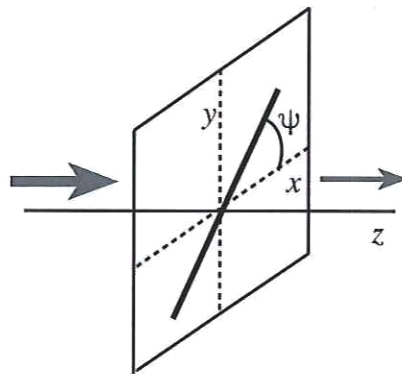


$$\frac{\pi a}{\lambda} p = n\pi \Rightarrow p = \frac{n\lambda}{a} = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow n = \frac{a}{d}$$

$$\cos^2 \phi = \frac{1 - \cos 2\phi}{2} = \cos 2\phi = 1 - 2\cos^2 \phi$$

3. Polarizazio-egoera ezezaguneko argi-sorta batek polarizatzaile lineal birakor bat argiztzen du. Polarizatzailea zeharkatutakoan neurturiko intentsitatearen adierazpena hau da: $I_t = I_A[1 + 2 \cos^2(\psi - \frac{\pi}{2})]$, non ψ angelua polarizatzailearen transmisio-norabidearen angelua den (ikus irudia).

- Transmitantzia aldatokorra da eta ez da deuseztatzen, beraz, uhin erasotzailearen polarizazioa izan daiteke eliptikoa, partzialki polarizatutako eliptikoa edo partzialki polarizatutako lineala. Kalkulatu egoera bakoitzaren parametroak (polarizazioa eta intentsitatea) ahalik eta zehatzen emandako informazioaren arabera.
- Polarizatzailearen aurretik $\frac{\lambda}{4}$ -eko xafla bat jarri gero, haren ardatz azkarra $\psi = 90^\circ$ posizioan izanik, analizatzailea zeharkatutakoan orain neurturiko intentsitatea ekuazio honen arabera aldatzen da: $I_t' = 4I_A \cos^2(\psi - \frac{\pi}{3})$. Aurrekoetatik zein dira uhin erasotzailearen polarizazio-egoera eta intentsitatea?



4. Uhin baten eremu elektrikoa honako hau da:

$$\mathbf{E} = E_0 \cos \left[2\pi \left(\nu t - \frac{z}{\lambda} \right) \right] \hat{\mathbf{i}} - \frac{E_0}{\sqrt{3}} \cos \left[2\pi \left(\nu t - \frac{z}{\lambda} \right) \right] \hat{\mathbf{j}}$$

- Kalkulatu uhinaren polarizazio-parametroak.
- Uhin hori, $\frac{\lambda}{2}$ -ko xafla batean zehar igaro eta gero, beirazko xafla bati $\theta_i = 58^\circ$ angeluaz erasotzen dio. Transmittantzia $\mathcal{T} = 1$ bada, nola orientatuta dago desfasatzailearen ardatza? Zenbat balio du beiraren errefrakzio-indizeak?

Puntuazioa: 1.-3.25 p 2.-3.25 p 3.-2.25 p 4.-1.25 p

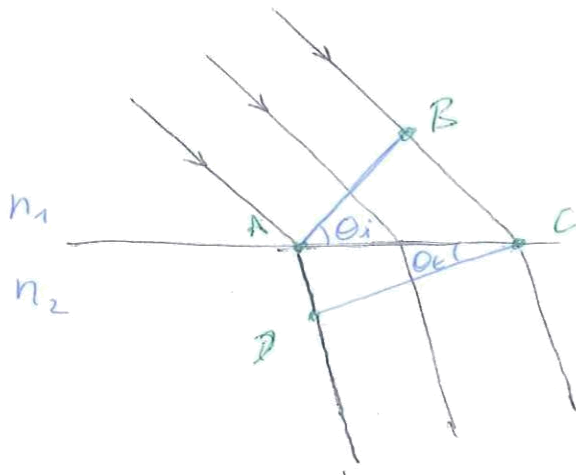
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix}$$

ÓPTICA

ÓPTICA GEOMÉTRICA

• LEY DE SNELL

1+2 examen
11



$$\sin \theta_i = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

$$\sin \theta_r = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{AC}} = \frac{\sin \theta_i}{\overline{BC}} = \frac{\sin \theta_r}{\overline{AD}}$$

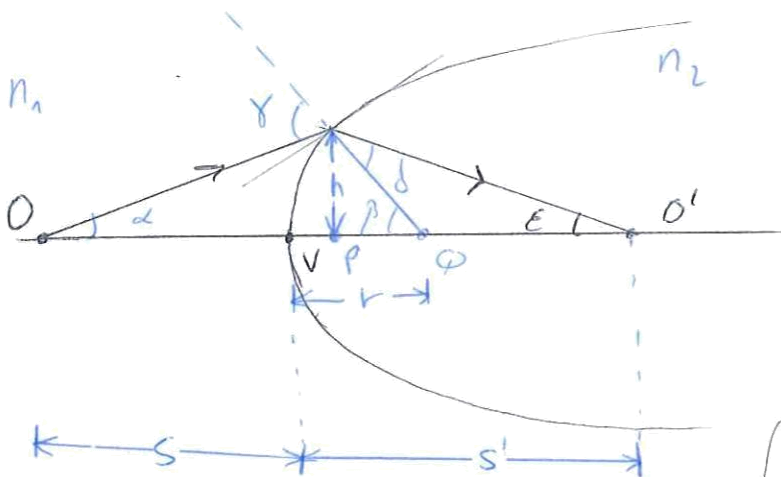
$$n_i = \frac{c}{v_i} \rightarrow v_i = \frac{c}{n_i} \Rightarrow \overline{AD} \sin \theta_i = \overline{BC} \sin \theta_r$$

$\frac{c}{v_i} \Delta t$ $\frac{c}{v_r} \Delta t$

$$\frac{c}{n_i} \Delta t \sin \theta_i = \frac{c}{n_r} \Delta t \sin \theta_r$$

$$\boxed{n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r} \rightarrow \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{n_r}{n_i}$$

• DIÓPTRO ESFÉRICO



$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \delta$$

$\alpha, \delta \ll 1$

$$n_1 \alpha = n_2 \delta$$

$$n_1 (\alpha + \beta) = n_2 (\beta - \epsilon)$$

$$\tan \delta = \frac{h}{\overline{OP}} \approx \frac{h}{-s}$$

$$\tan \beta = \frac{h}{\overline{VP}} \approx \frac{h}{r}$$

$$\tan \epsilon = \frac{h}{\overline{PO'}} \approx \frac{h}{s'}$$

$$n_1 \cdot \left(\frac{h}{-s} + \frac{h}{r} \right) = n_2 \left(\frac{h}{r} - \frac{h}{s'} \right) \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r}}$$

↑
(-)

• AUMENTO (D.E)

FOCO OBJETO: Es el punto tal que si el objeto estuviese situado en ese punto su imagen a través del sistema aparecería en el infinito. Es decir, no se enfocaría en ningún punto (los fotones no se concentrarían en ningún punto). f

FOCO IMAGEN: Es el punto en el que aparece enfocada la imagen cuando el objeto se halla en un punto tan alejado del sistema que su distancia al mismo se puede aproximar al infinito. f'

$$\frac{n_2}{\infty} - \frac{n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{r} \Rightarrow$$

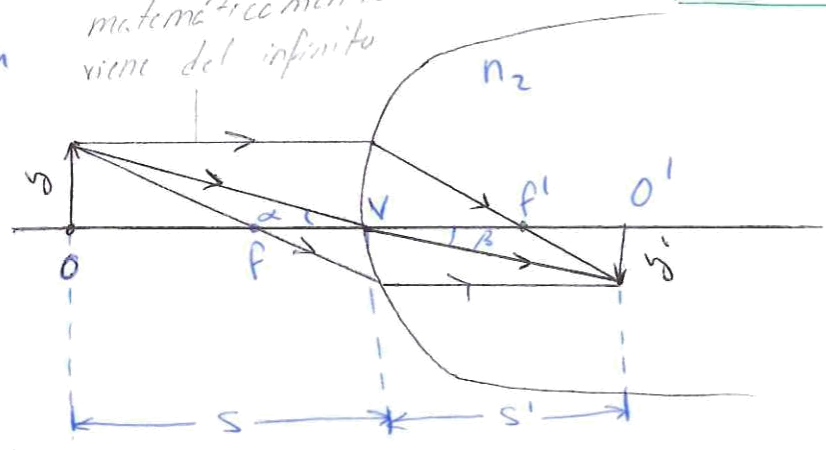
$$\frac{n_2}{f'} - \frac{n_1}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{r} \Rightarrow$$

$$\boxed{f = \frac{-n_1 r}{n_2 - n_1}}$$

$$\boxed{f' = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}}$$

Posición en la que tiene que estar el objeto para que $s' = \infty$

n_1 matemáticamente viene del infinito

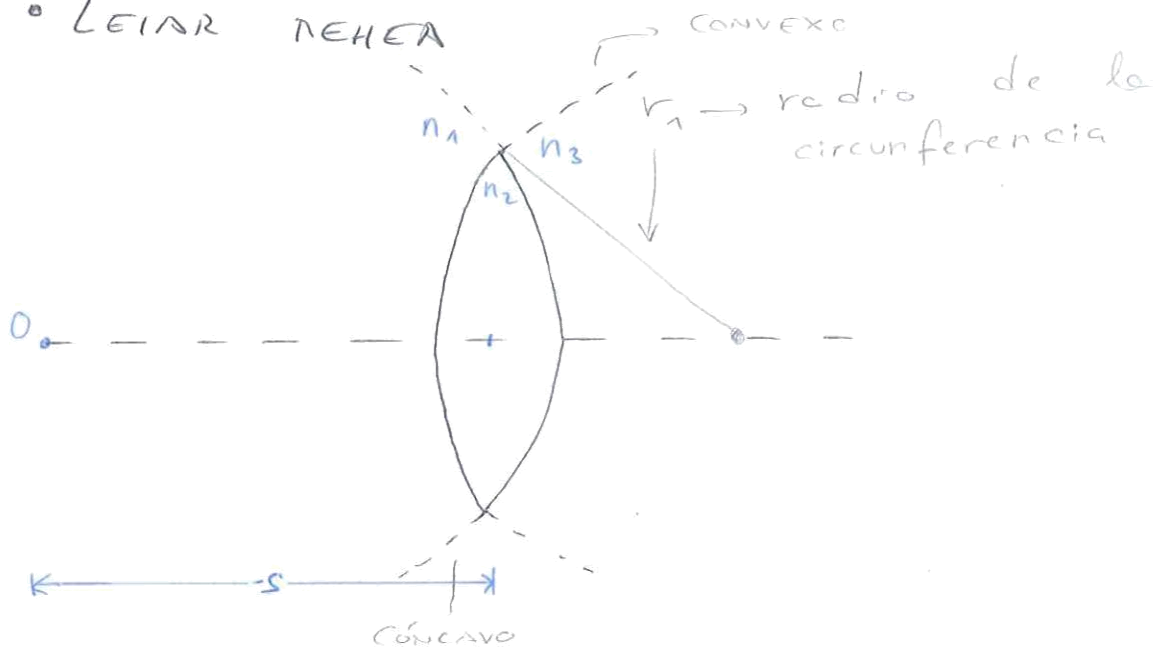


$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \Rightarrow n_1 \alpha = n_2 \beta$$

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{y}{s} \quad \wedge \quad \beta \approx \tan \beta = \frac{y'}{s'}$$

$$n_1 \frac{y}{s} = n_2 \frac{y'}{s'} \Rightarrow \boxed{\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 s'}{n_2 s}}$$

• LENTAR PEHEA



$$\frac{n_2}{s'_1} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} \Rightarrow \frac{n_2}{s'_1} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_1}{s} \Rightarrow$$

$$\frac{n_3}{s'} - \frac{n_2}{s'_1} = \frac{n_3 - n_2}{r_2} \Rightarrow \frac{n_3}{s'} - \frac{n_2 - n_1}{r_1} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_3 - n_2}{r_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{n_3}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_3 - n_2}{r_2} + \frac{n_2 - n_1}{r_1}}$$

FORMULA DEL
CONSTRUCTOR DE
LENTES

$$f = -n_1 \left(\frac{n_3 - n_1}{r_2} + \frac{n_2 - n_1}{r_1} \right)^{-1}$$

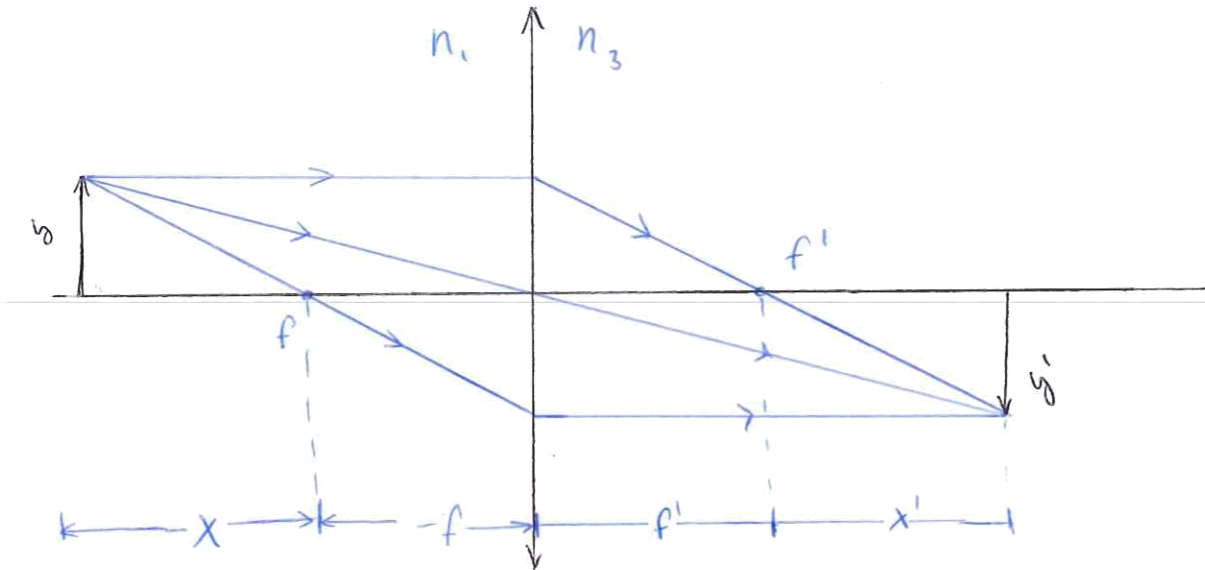
$$f' = n_3 \left(\frac{n_3 - n_2}{r_2} + \frac{n_2 - n_1}{r_1} \right)^{-1} \rightarrow \frac{n_3}{f'} = \frac{n_3 - n_2}{r_2} + \frac{n_2 - n_1}{r_1}$$

$$\frac{n_3}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_3}{f'}$$

Fórmula de las lentes delgadas

Si $n_1 = n_3 = 1 \rightarrow$

$$\boxed{-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}}$$



$$-\frac{y'}{s' - f'} = \frac{y}{f'} \Rightarrow \beta' = \frac{y'}{y} = \frac{f' - s'}{f'} = 1 - \frac{s'}{f'}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{r'} - \frac{n_1}{n_3} \cdot \frac{1}{s} = 1 - s' \left(\frac{1}{s'} - \frac{n_1}{n_3} \cdot \frac{1}{r} \right) =$$

$$\boxed{\beta' = \frac{n_1}{n_3} \cdot \frac{s'}{s}}$$

$$\beta' = \frac{y'}{y} = 1 - \frac{s'}{f'} = \frac{n_1 s'}{n_3 s}$$

$$-\frac{s' - f'}{f'} = -\frac{x'}{f'} = \frac{x}{f'} \begin{cases} \frac{y}{f'} = \frac{s'}{x'} \\ \frac{x}{s} = \frac{y'}{f'} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{x \cdot x' = f \cdot f'}$$

Fórmula de Newton

• ECUACIÓN DE LOS ESPEJOS

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

$$n' = -n \rightarrow -\frac{n}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{-n - n}{r} \rightarrow \frac{n}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{2n}{r}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}}$$

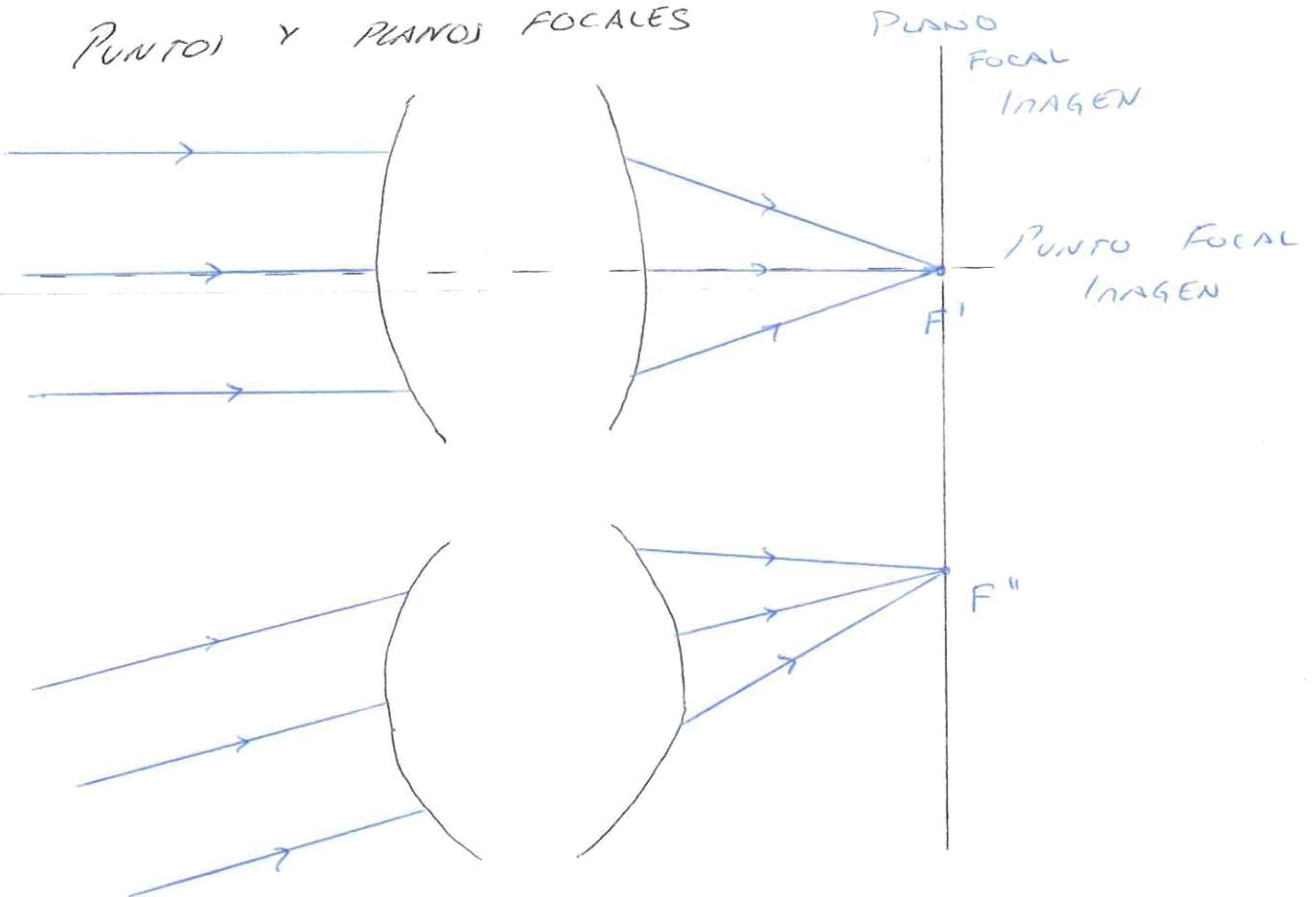
$$f = f' = \frac{r}{2} \quad (?)$$

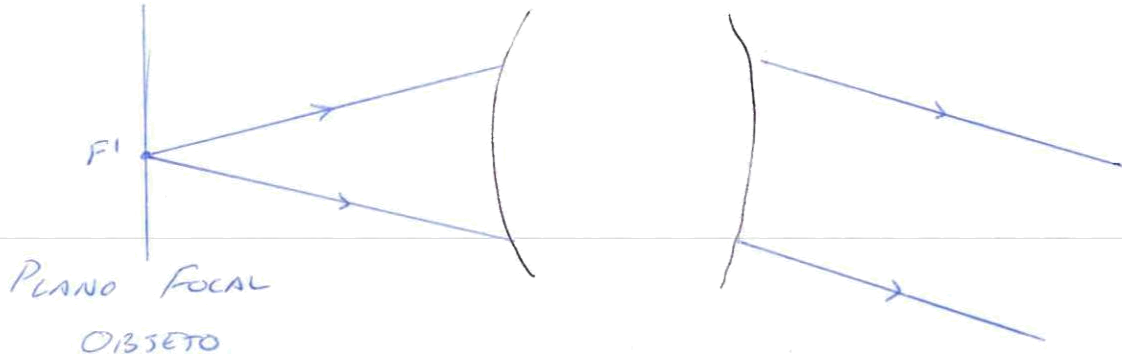
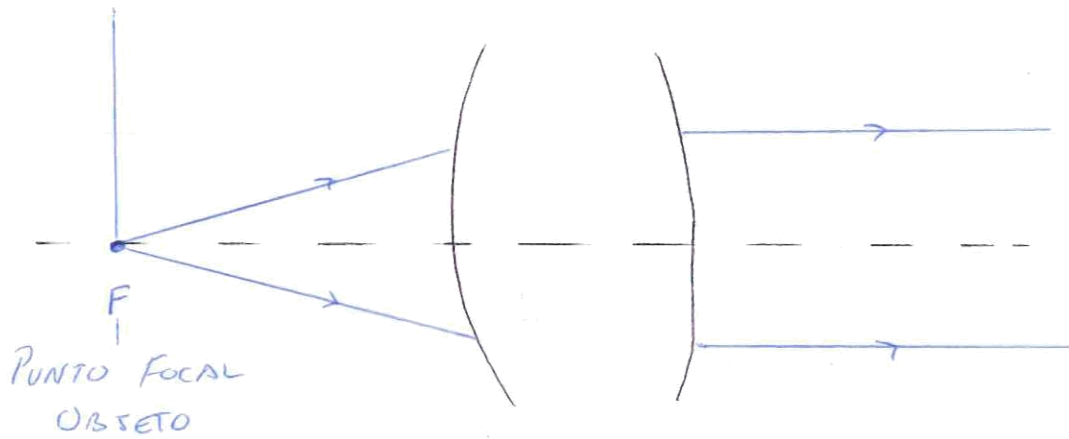
$$\beta = \frac{ns'}{n's} = \frac{ns'}{-ns} \Rightarrow \beta = -\frac{s'}{s}$$

ESPEJO PLANO ($r = \infty$) $\begin{cases} \beta = 1 \\ s' = s \end{cases}$

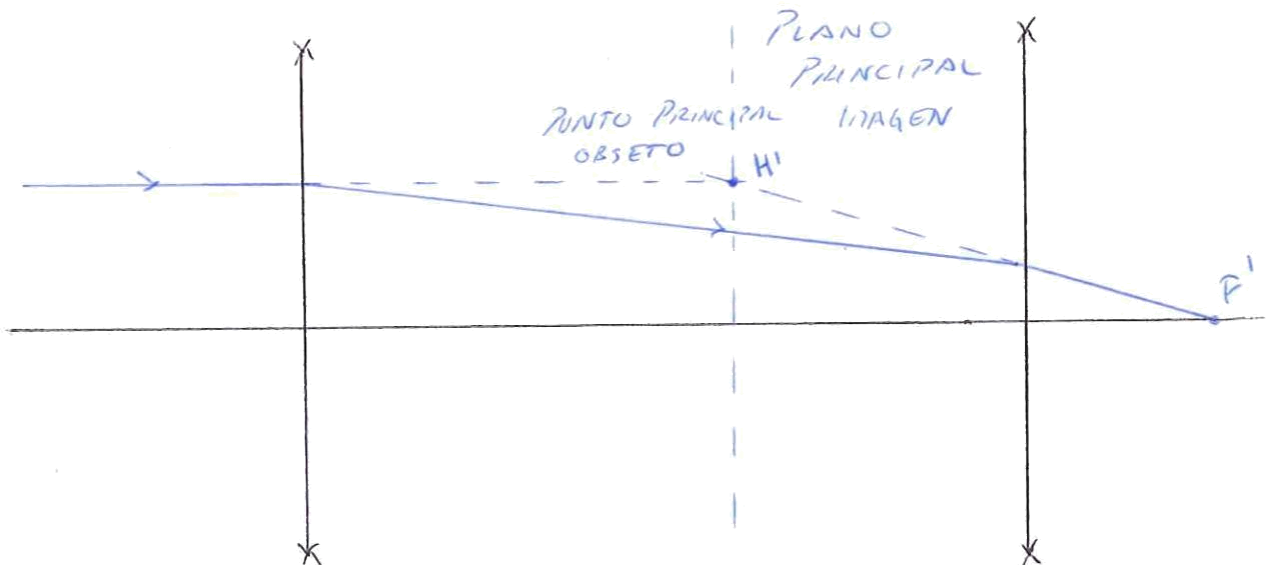
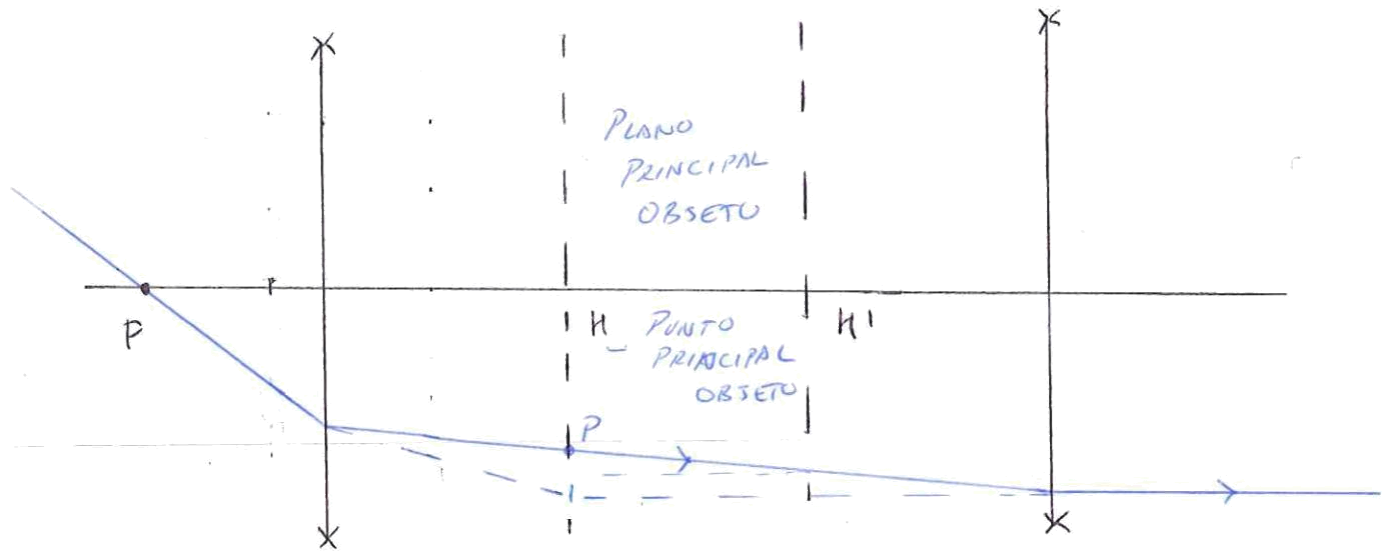
• ELEMENTOS CARDINALES

PUNTOS Y PLANOS FOCALES



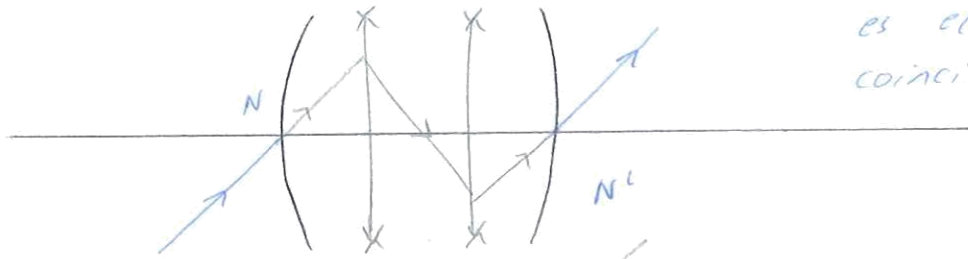


PUNTOS PRINCIPALES Y PLANOS PRINCIPALES



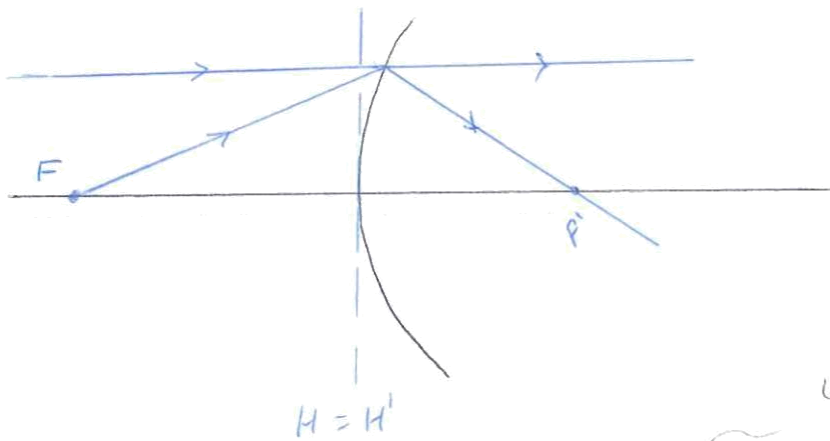
PUNTOS NODALES

cuando el entorno es el mismo coinciden con los principales

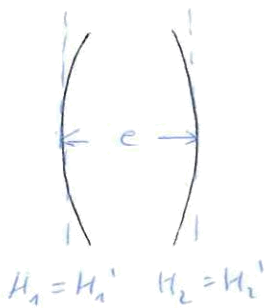


Un rayo que entra por un punto del plano principal objeto sale a la misma altura por el plano principal imagen

POSICIÓN DE LOS PUNTOS Y PLANOS PRINCIPALES DE UN DIOPTRIO



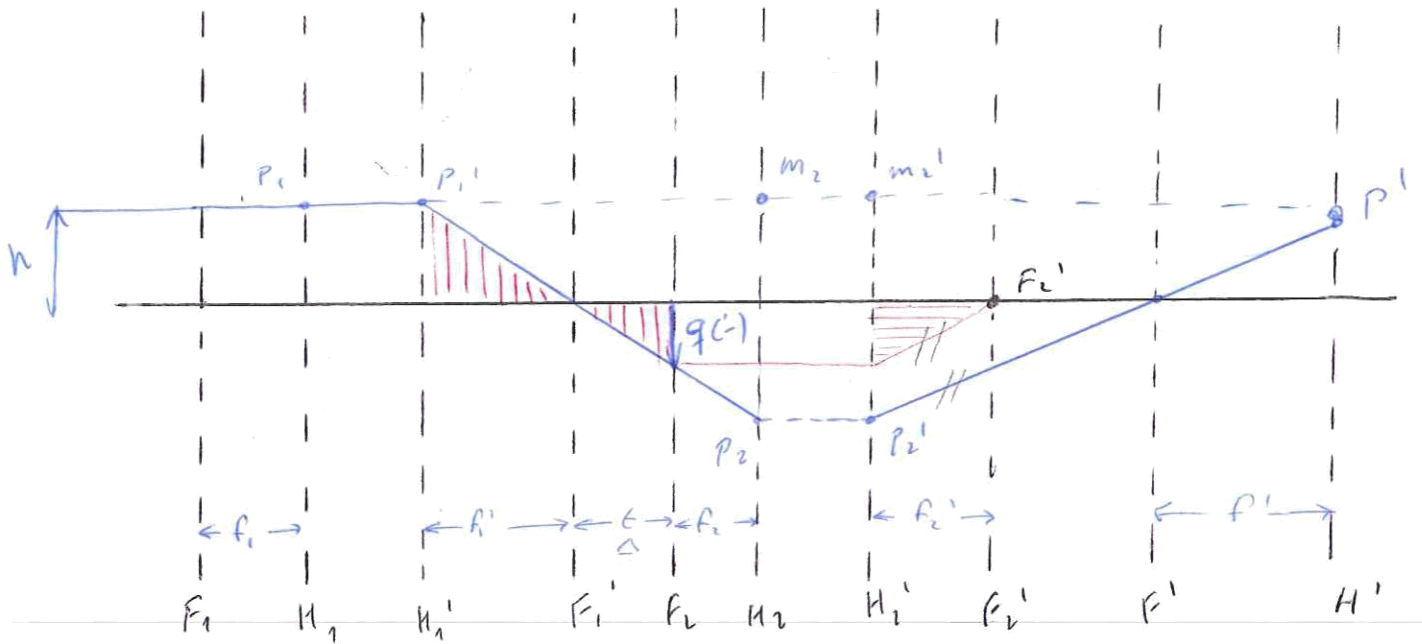
LENSES DELGADAS



$$e \rightarrow 0$$

$$H_1 = H_1' = H_2 = H_2'$$

FÓRMULAS ANALÍTICAS DE LOS ELEMENTOS CARDINALES



$$\begin{aligned} \text{III} \Rightarrow \frac{h}{f_1'} &= -\frac{q}{e} \\ \frac{m_2 p_2}{e} &= \frac{q}{e} \\ \frac{q}{f_2'} &= \frac{h}{f_1'} \end{aligned} \Rightarrow H_1'F' = f_1' = -\frac{f_1' f_2'}{e} = \frac{f_1' \cdot f_2'}{f_1' + f_2' - e}$$

$$\text{III} \Rightarrow m_2 p_2 = \frac{m_2' p_2'}{m_2' p_2'} = \frac{q}{f_2'} \Rightarrow m_2' p_2' = H_2' H' = \frac{f_2' e}{e} = -\frac{e f_2'}{f_1' + f_2' - e}$$

$$\Rightarrow H_2' F' = H_2' H' + H' F' = \frac{f_2' (f_1' - e)}{f_1' + f_2' - e}$$

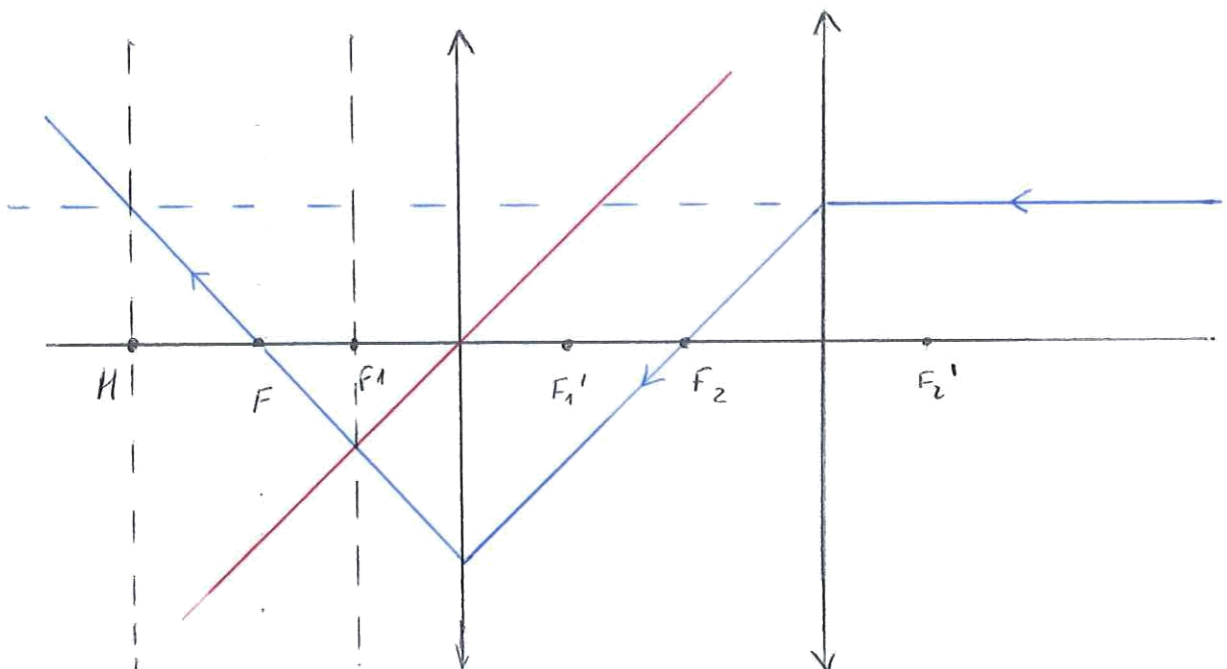
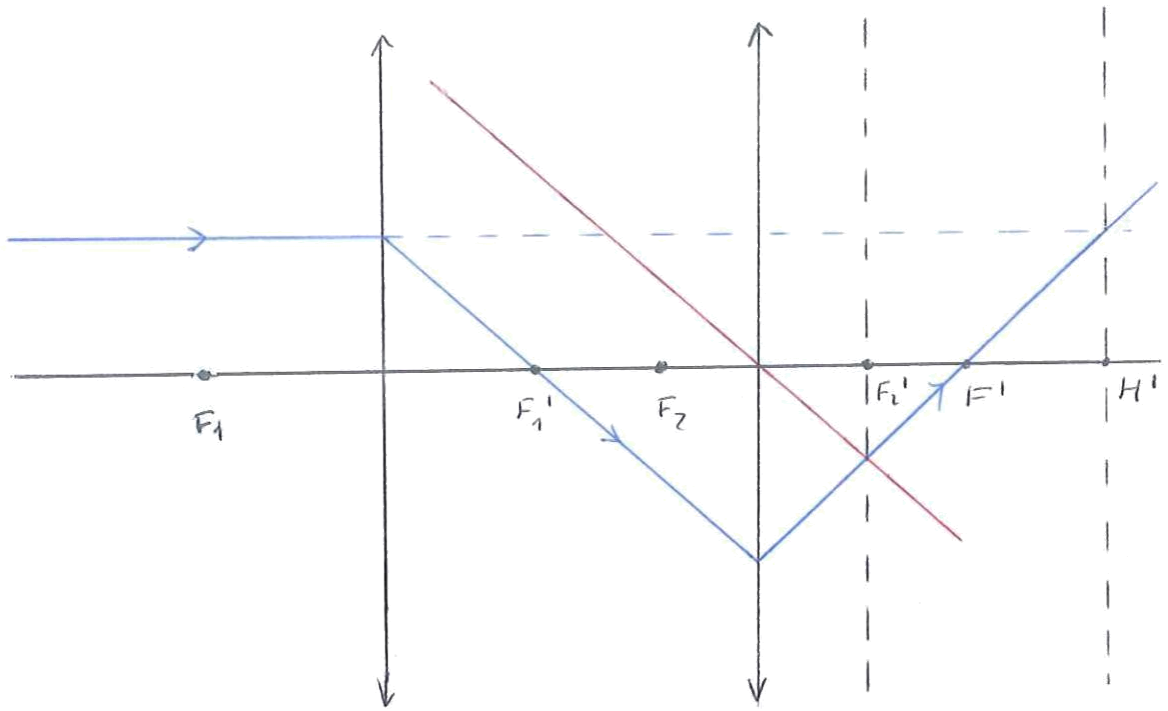
OBJETO:

$$H_1 H = \frac{e f_1'}{f_1' + f_2' - e}$$

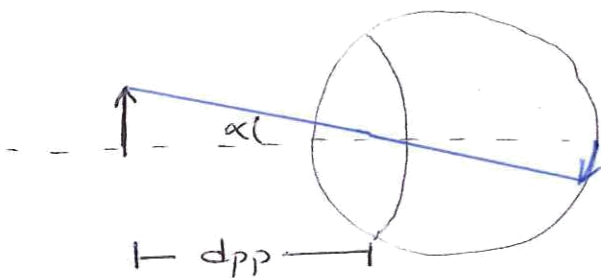
$$f = -f'$$

$$H_1 F = \frac{f' (e - f_1')}{f_1' + f_2' - e}$$

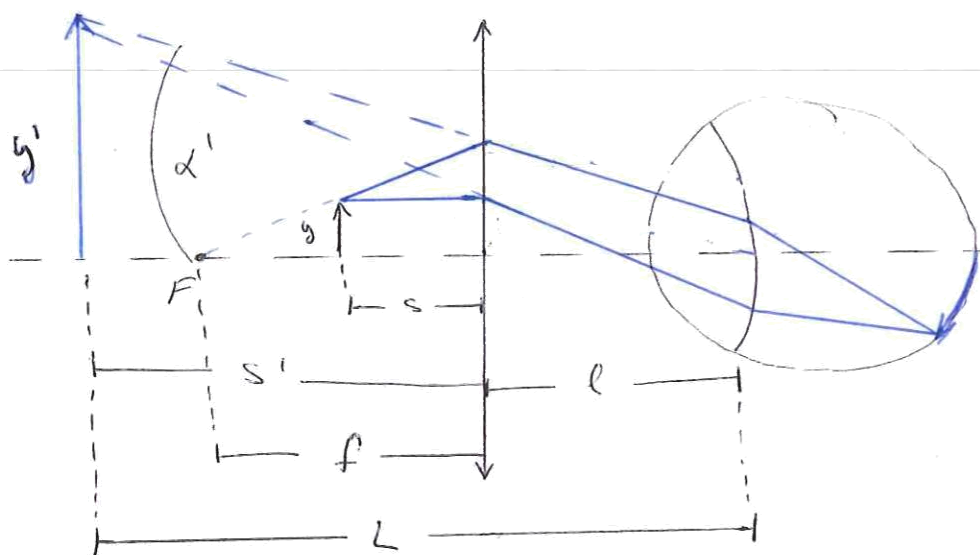
DETERMINACIÓN GRÁFICA DE LOS ELEMENTOS CARDINALES



LUPA



dpp : Distancia punto próximo; punto de máximo acercamiento en el que un ojo emétrope puede enfocar.



$$\Gamma' = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\frac{s'}{L}}{\frac{s}{dpp}} = \frac{s' dpp}{s \cdot L} = \left(1 - \frac{s'}{f'}\right) \frac{dpp}{L} =$$

$$= \frac{dpp}{L} \left(1 - \frac{-(L-l)}{f'}\right) = \frac{dpp}{L} \left(1 + \frac{L-l}{f'}\right)$$

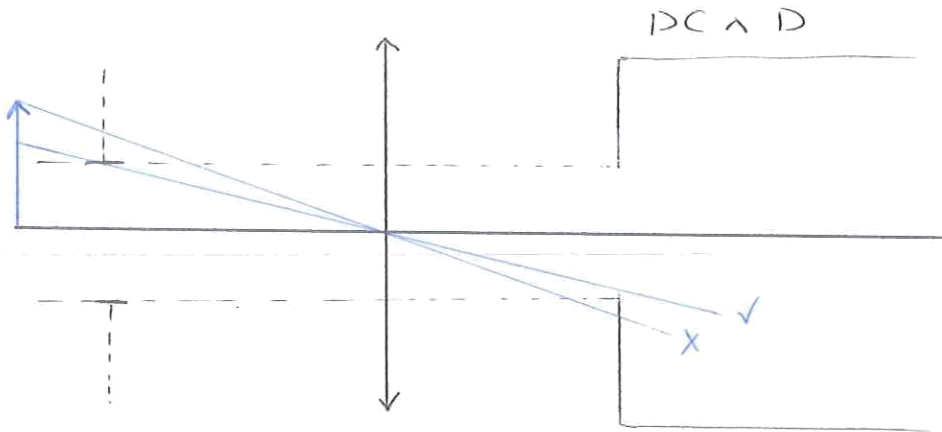
$$s = f \Rightarrow \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{dpp}{L} \left(1 + \frac{L-l}{f'}\right) = \frac{dpp}{f'}$$

$$\Gamma' = \frac{dpp}{f'} = \frac{250\text{mm}}{f'} \rightarrow \text{Aumento angular de una lupa}$$

Colocamos el objeto en el foco de la lente

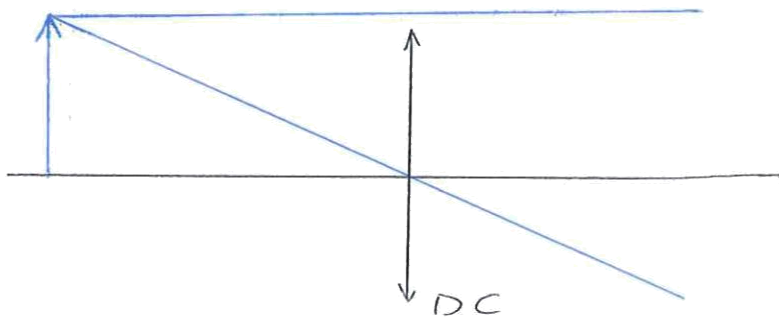
LUCERNAS DE ENTRADA Y SALIDA Y DIAFRAGMAS DE CAMPO.

• LUCERNA



DC/ED \equiv ÉRENU DIAFRAGMA: Objeto que limita la imagen.

D \equiv LUCERNA DE ENTRADA: Anti-imagen del diafragma para saber la altura máxima del objeto, a través de todas las lentes a la izquierda del DC. LUCERNA DE SALIDA sería por las lentes que aparecen a su derecha; es decir: L.E. \leftarrow DC \rightarrow L.S.



En este caso el objeto limitante es la lente, por lo tanto es el diafragma de campo.

Por otro lado, la L.S. y L.E. serán la propia lente ya que no tiene lentes ni a izquierda ni a derecha.

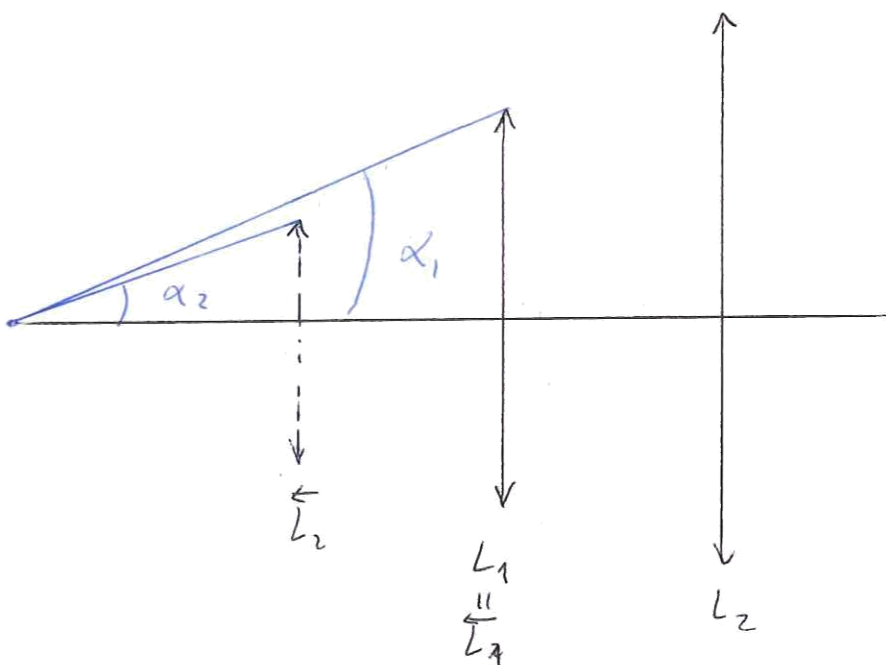
• PUPILAS - NINIÁK

DIAFRAGMA DE APERTURA: Limita los rayos que consiguen llegar al pie de la imagen desde el pie del objeto. No limita la longitud del objeto (la diferencia del D.C)

DC \rightarrow Limita el objeto

DA \rightarrow Limita los rayos

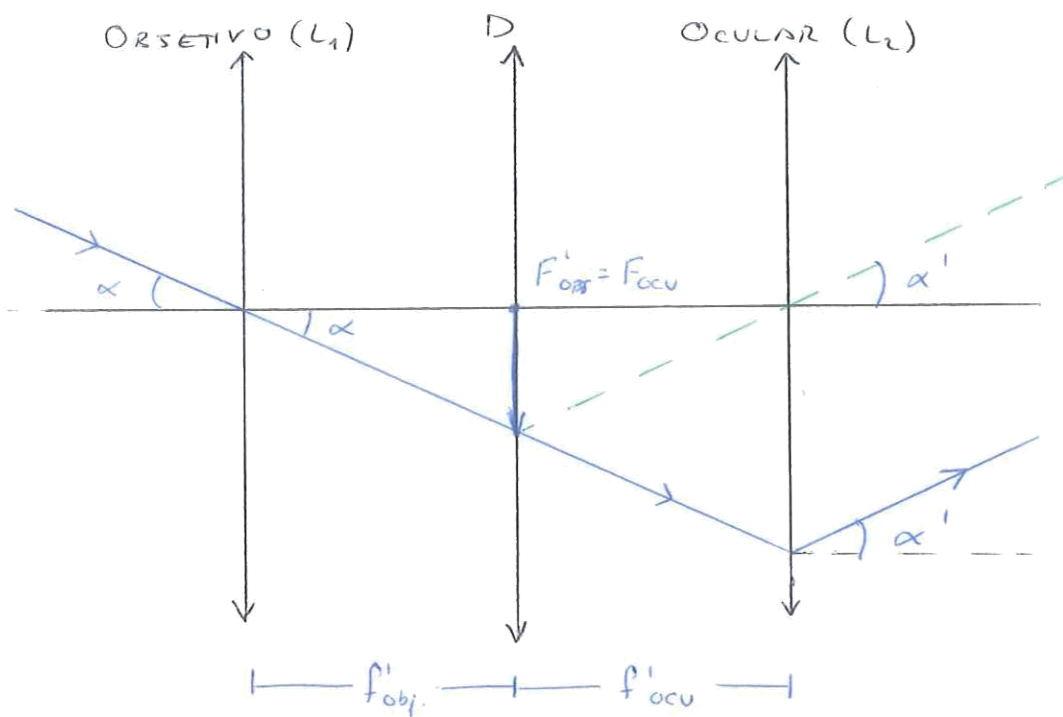
Para ver cómo afecta, hay que calcular la antirimagen a través de las lentes que tiene a la izquierda. Luego hay que comparar los ángulos y escoger el más pequeño.



$\alpha_2 < \alpha_1 \Rightarrow L_2 \rightarrow$ pupila

Diafragma de apertura $\rightarrow L_2$

• TELESCOPIO

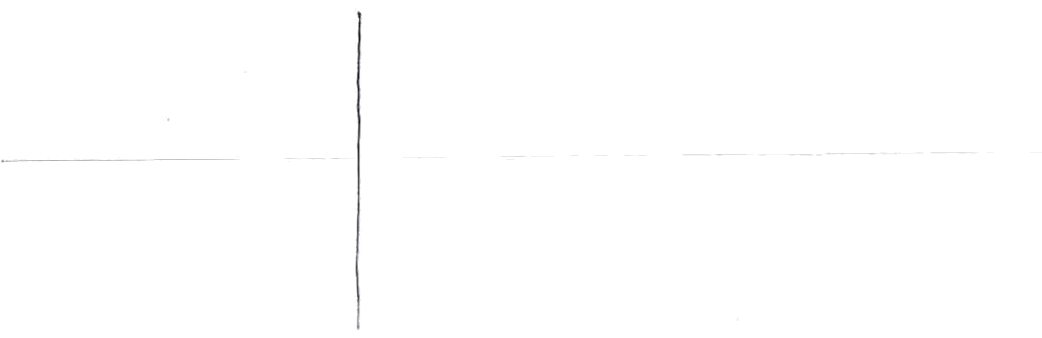


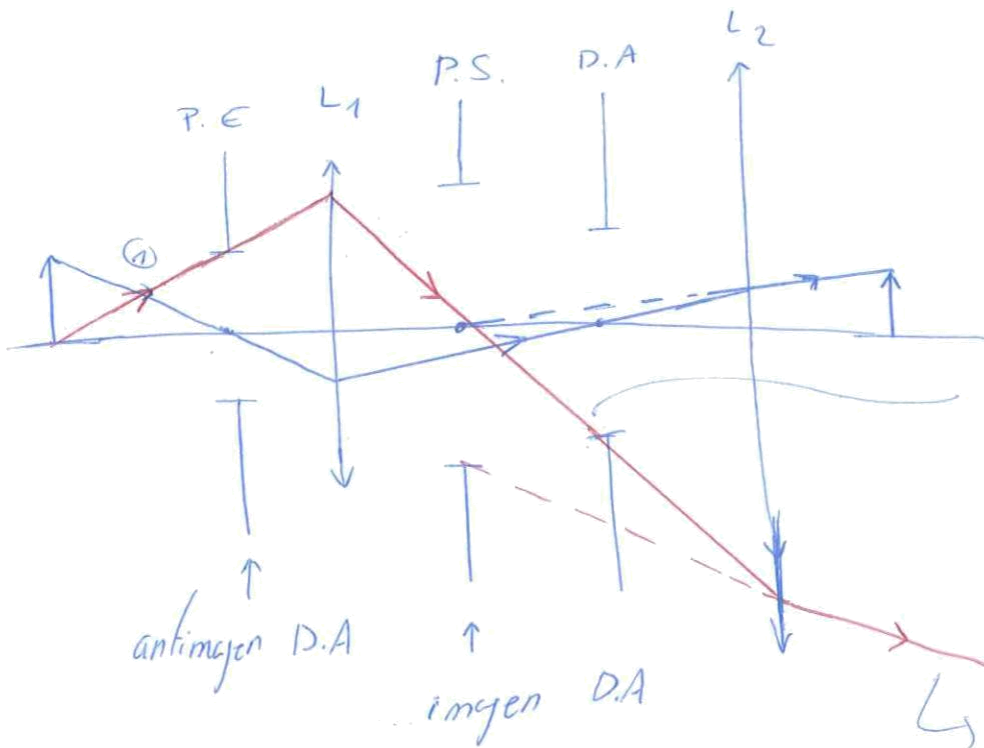
AUMENTO ANGULAR:

$$\Gamma' = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = - \frac{f'_{obj}}{f'_{ocu}}$$

El aumento longitudinal (β) no tiene sentido puesto que van al infinito.

CANOS DE PLENA, MEDIA Y CONTORNO



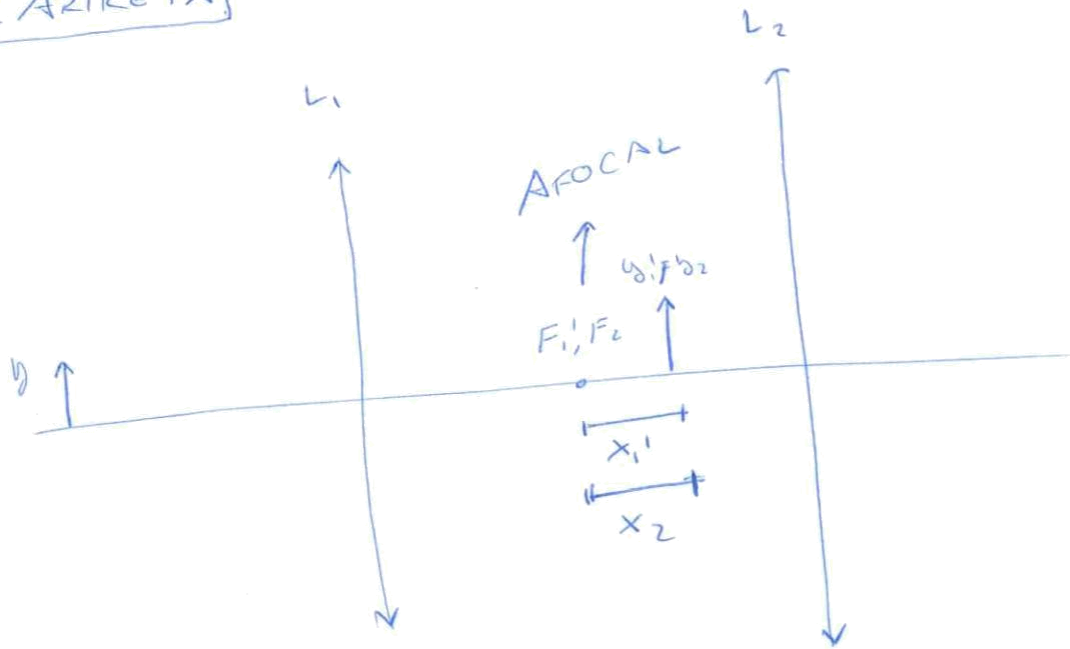


Depende del aumento
+ v -

El dibujo
está mal pero
deberían concuerpar



12. AZIKETA



109

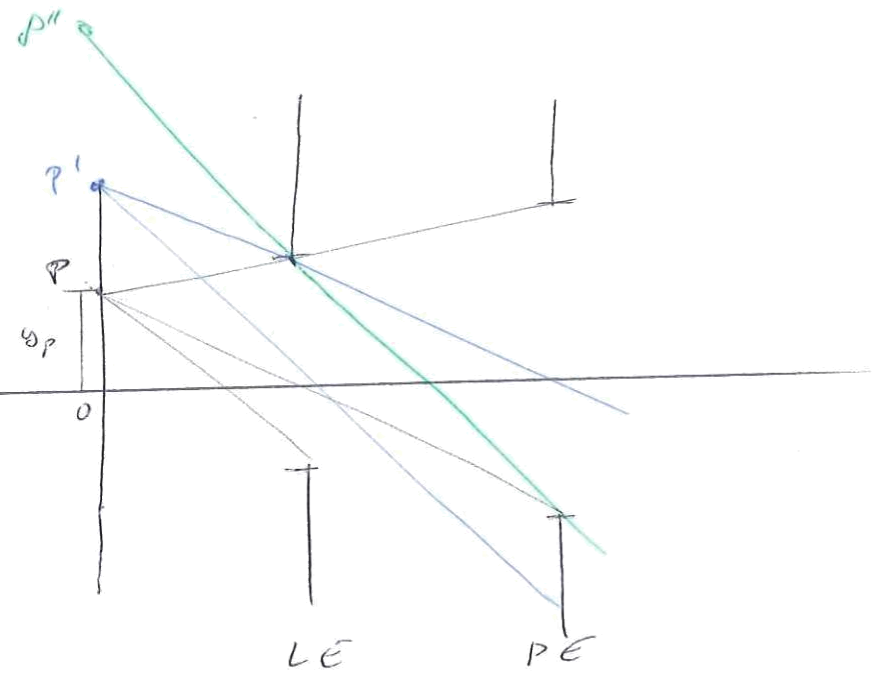
~~Pregunta de slide \Rightarrow ~~¿Cambio~~ del ~~la~~
 diámetro de apertura por ~~500~~ ~~los~~
 lentes a su derecha~~

~~$$-\frac{1}{-38,23} + \frac{1}{a'_{ps}} = \frac{1}{f'_{ocu}} \Rightarrow a'_{ps} =$$~~

~~$$\phi_{ps} = \beta' \phi_{L1} = \left| \frac{a'_{ps}}{-38,28} \right| \phi_{L1}$$

\rightarrow Por si acaso
 solo negativo~~

TEORIA



Pregunta de entrada: Cuántos rayos
 del pie del objeto llegarán a la
 imagen.
 Lucerna: limita el tamaño del
 objeto que se ve a vez

Campo de iluminación pleno:

Todos los puntos en un área abarcan la lámpara y la pupila (P)

Campo de iluminación media:

No todos los rayos que abarcan la lámpara pasan por la pupila (P')

Este aspecto se relaciona con la iluminación del objeto.

22. April 2018 (+)

$$N_m = \frac{OB \cdot r_{LE}}{OB - OA}$$

OB \equiv O - Pupila

OA \equiv O - Lámpara

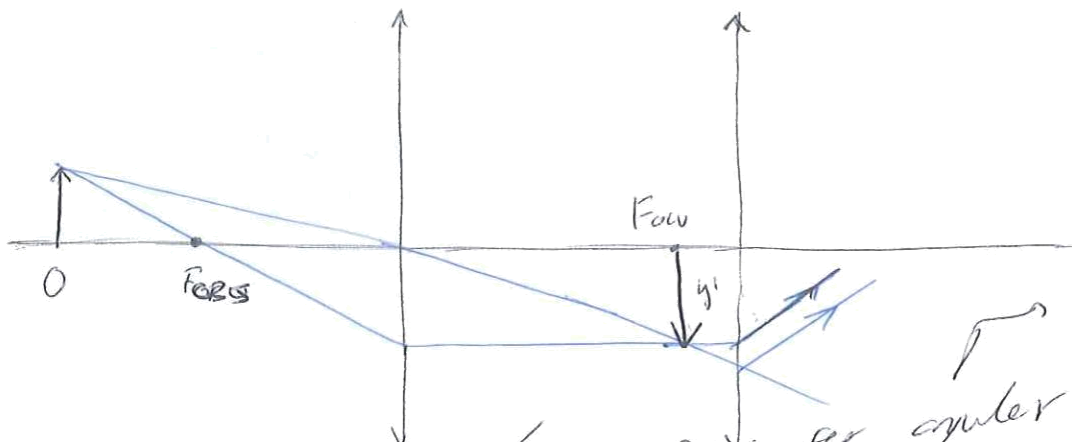
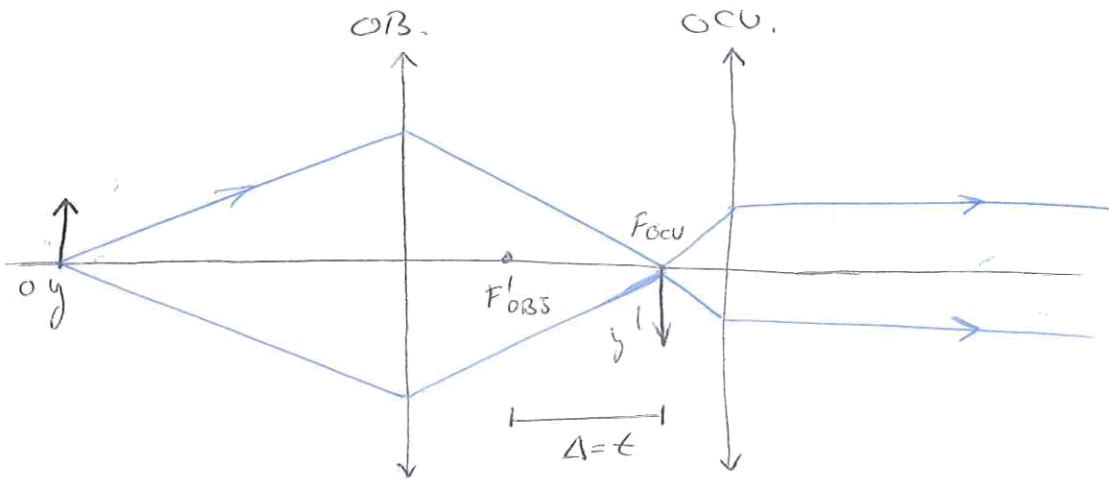
r_{LE} \equiv radio lámpara de entrada

$L_2 \rightarrow$ difracción de campo \rightarrow L.E

$L_1 \rightarrow$ P.E (anteriormente calculado)

$$N_m = \frac{2172 \cdot 2,5}{2172 - 2000} =$$

Microscopio



porque va al infinito

tiene que ser ∞ para que sea ∞

$$\Gamma' = \beta'_{OBS} \cdot \Gamma'_{OCU} = \left(-\frac{x_{OBS}}{f'_{OBS}} \right) \left(\frac{d_{pp}}{f'_{OCU}} \right) = \left(-\frac{\Delta}{f'_{OBS}} \right) \left(\frac{d_{pp}}{f'_{OCU}} \right)$$

β'_{OBS} intervalo óptico $\frac{25cm}{\Delta}$

La imagen proporcionada por el objetivo debe aparecer en el foco objeto del ocular.

(Por eso suelen paralelos hacia el infinito, con lo que la situación es de relajación para el ojo)
 La parte del objetivo es una lupa

35. ARIKETA

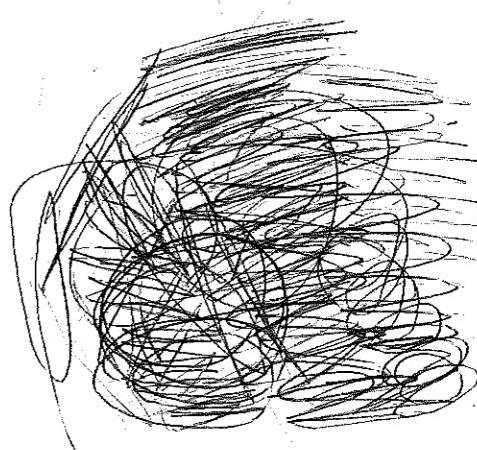
$f_{OBS} = 50mm$ $\phi_{OBS} = 100mm$

$I' = \left(-\frac{\Delta}{f'_{OBS}} \right) \left(\frac{f'_{FP}}{f'_{OCU}} \right) = -100$

$\Delta = x'_{OBS} = a'_{OBS} - f'_{OBS}$

$-\frac{1}{a_{OBS}} + \frac{1}{a_{OBS}'} = \frac{1}{f'_{OBS}}$

$f'_{OCU} = 25mm = -f_{OCU}$



NEGURU NOS

$H_1 F = \frac{f'_{OBS} (f'_{OBS} + \Delta)}{-\Delta} = -100$

b) $-\frac{1}{a_{OCU}} + \frac{1}{-250} = \frac{1}{f'_{OCU}} = \frac{1}{25}$

$\Rightarrow a_{OCU} = -22,72mm \rightarrow a'_{OBS} = e + a_{OCU} =$

$= f'_{OBS} + \Delta + f'_{OCU} + a_{OCU} = 102,22mm$

$\Rightarrow -\frac{1}{a_{OBS}} + \frac{1}{102,27} = \frac{1}{50} \Rightarrow a_{OBS} = -97,83mm$

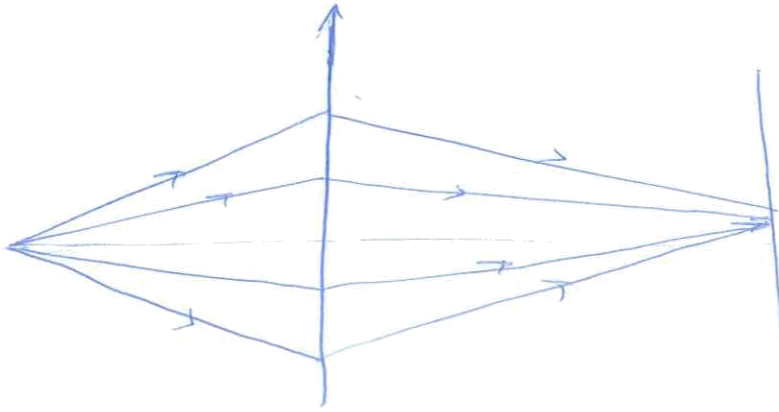
c) $D = |a_{PR}| - |a_{SP}| = 100 - 97,83 = 2,17mm$

$xx' = ff' = 1, \quad \overline{F_{AR}} \overline{F'_{12}} = f \cdot f' \quad \Rightarrow \quad F'_{12} \rightarrow \infty$
 $\overline{F_{AP}} \overline{F'_{P}} = f \cdot f'$

$D = \overline{A_{R2} A_{P2}} = \overline{A_{R2} F} + \overline{F A_{P2}} = -\frac{ff'}{F'_{12}} + \frac{f \cdot f'}{F'_{P}} = -f \cdot f' \left(\frac{1}{F'_{12}} - \frac{1}{F'_{P}} \right)$

$= -ff' \left(-\frac{1}{F'_{P}} \right) = -ff' d \rightarrow 4$

PIXEL



+ | 1) Un dioptrio esférico convexo de radio 4 cm separa medios de índices $n = 1$ y $n' = 1.5$. Determinar gráfica y analíticamente la posición y características de la imagen de un objeto situado: a) a 6 cm a la izquierda del dioptrio. b) a 4 cm a la derecha.

+ | 2) Obtener gráfica y analíticamente la imagen que un espejo cóncavo de radio 12 cm produce de un objeto situado a 9 cm. ¿Qué espejo forma de un objeto real a 6 cm una imagen virtual a 12 cm?.

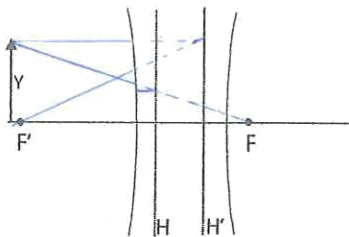
+ | 3) Localizar los elementos cardinales de una lente biconvexa de radios R y $2R$, espesor R e índice $3/2$.

+ | 4) Para una lente delgada divergente en aire de 2cm de focal, resolver gráficamente la situación en la que un objeto virtual de 1cm de alto aproximadamente se sitúa a 2 veces la distancia focal de la lente.

+ | 5) Una lente delgada equiconvexa se sumerge en agua ($n_{\text{agua}}=4/3$), y de un objeto real a 1 metro forma una imagen real a 0.5 metros. Ahora bombeamos el agua y lo sustituimos por un líquido transparente de índice de refracción $5/3$ dejando el resto del montaje igual. Si el índice de la lente es $n=1.5$. Calcular las características geométricas de la lente y la nueva posición de la imagen cuando se introduce el líquido de índice de refracción $5/3$. Comentar el resultado.

(CONTROL UPV 2017)

+ | 6) Las ecuaciones de correspondencia de Newton se pueden deducir para cualquier sistema centrado con focales dando como resultado las ecs. (24) de la T12. Deducir, con sus signos, las ecuaciones de Newton a partir del sistema de la figura inferior.



↗ vértice

$$H_1 H = V_1 H = \frac{R}{4}$$

$$H_2 H' = V_2 H' = -\frac{R}{2}$$

$$4F = -\frac{3}{2}R \quad H'F' = \frac{5}{2}R$$

+ | 7) Un sistema óptico está constituido por dos lentes divergentes de 35 mm de focal, separadas entre sí 80 mm. Determinar gráficamente sus elementos cardinales. Comprobar los resultados analíticamente.

+ | 8) a) Demostrar que una lente cuyas caras tienen la misma curvatura es una lente positiva cuyos planos principales distan entre sí una distancia igual a su espesor (hacer un esquema). b) Demostrar que si las caras de la lente no tienen la misma curvatura pero si tienen el mismo centro de curvatura (lente concéntrica) opera como una lente delgada divergente en su centro común. c) Para utilizar una lente en gafas solares, esta debe ser neutra para los observadores emétopes. ¿Cómo deben ser las caras esféricas de la lente anterior para que sea neutra?

(EXAMEN UPV 4/11/2012)

+ | 9) La lupa de Wollaston es un doblete (2; 3; 6). a) Calcular las focales de las lentes y la distancia de acoplamiento, para un aumento comercial de $\times 5$. b) Localizar los elementos cardinales de la lupa.

+ | 10) Disponemos de un doblete (-3, 5, 8) con factor de escala $u=1$ cm. Calcular gráfica y analíticamente sus elementos cardinales. Calcular la posición y el aumento de la imagen que forma el doblete de un objeto real de 1cm de alto que esta situado a 6 cm delante de la primera lente del doblete. ¿Qué relación guarda el aumento del sistema con respecto a las focales de las lentes del doblete?

+ = | 11) Demostrar que un sistema de tres lentes resulta afocal si: $\Delta_1 \Delta_2 = (f_2)^2$ donde $\Delta_1 = F_1'F_2$ y $\Delta_2 = F_2'F_3$.
(EXAMEN UPV) 16/1/2014
ii) Un sistema está formado por tres lentes. Dos de ellas iguales de 10cm de focal y una divergente de -3cm colocada entre las dos anteriores y a igual distancia de ambas. Obtener la distancia entre las lentes convergentes para que el sistema sea afocal.
iii) Dibujar la trayectoria de un rayo incidente paralelo al eje óptico a través del sistema.

+ | 12) En un sistema afocal formado por dos lentes obtener la posición del objeto para que coincida con la imagen. Comprobar el resultado en la construcción $f_1=6\text{cm}$ y $f_2=2\text{cm}$. Realizar la construcción gráfica. En el foco imagen de la primera lente del sistema anterior se coloca un diafragma de 1cm. Si los diámetros de las lentes son 4 y 2cm respectivamente, calcular el campo de plena y de media cuando se utiliza el sistema anterior como un pequeño telescopio para observar un objeto situado a 10m de la primera lente.
(EXAMEN UDV) 10/7/2014

+ | 13) Un sistema óptico está constituido por un diafragma D de 2,5cm de diámetro seguido, a 9cm, de una lente convergente, L_1 , de 4cm de diámetro y 5cm de focal. A continuación de L_1 , y a una distancia de 15cm, se encuentra otra lente convergente de 6cm de diámetro y 8cm de focal. Localizar las pupilas y lucarnas y encontrar los campos de plena, media y contorno para un objeto situado a) a 10cm a la izquierda de L_1 ; b) en el infinito.

+ | 14) Un sistema óptico centrado consiste en (de izquierda a derecha): i) Un objeto de 8mm de altura, perpendicular al eje óptico. ii) Una lente, L_1 , de focal $f'=16\text{mm}$ y diámetro 30mm situada a 56mm del objeto. iii) Un diafragma, D, de 14mm de diámetro, a 8mm de L_1 . iv) Una lente, L_2 , de focal $f'=12\text{mm}$ y diámetro 30mm situada a 32mm de L_1 . Localizar las pupilas y lucarnas del sistema, así como los campos de plena, media y contorno. Obtener las características de la imagen analíticamente y mediante el trazado del rayo principal y de uno de borde.

+ | 15) Entre dos lentes delgadas convergentes, L_1 y L_2 , separadas 5 cm. y diámetros 6 y 3 cm, respectivamente, y con focales 9 y 3 cm. se coloca un diafragma de 1 cm de diámetro a 2 cm de L_2 . Localizar las pupilas y lucarnas del sistema para un objeto a 12 cm de L_1 .

+ | 16) Un sistema está formado por una lente convergente de 4cm de apertura y 4cm de focal, precedida a 2cm de un diafragma de 2cm de diámetro y seguida a 2,5cm de una lente divergente de -4cm de focal y 3cm de apertura. El sistema forma una imagen de un objeto situado a 24cm de la primera lente, sobre una lucarna de 2cm (lucarna de salida). a) Localizar los elementos cardinales del sistema y dibujar gráficamente la imagen del objeto utilizando estos elementos. b) Localizar las pupilas y trazar los rayos principal y de borde desde el extremo del objeto al extremo de la imagen. c) Obtener los campos de plena media y contorno. Sugerencia: utilizar una escala tal que; 1cm real=1/2cm en el eje horizontal y 1cm real=2cm en el vertical.

+ | 17) Un doblete (-2, 3, 3) tiene un factor de escala $u=10\text{mm}$.
a) Determinar los elementos cardinales de este doblete y dibujarlos a escala 1:1.
b) Se utiliza este doblete como objetivo de una cámara fotográfica. Para ello se coloca un diafragma de apertura (DA) a 20mm a la derecha de la primera lente. Calcular el diámetro de este diafragma para que el sistema trabaje con un número de apertura $N=1,5$.
c) Trazar los rayos principal y de borde desde el extremo del objeto al extremo de la imagen para un objeto enfocado de 60mm de alto situado a 90mm delante de la primera lente.
d) Calcular la altura del diafragma de campo (CCD o película fotográfica) para que se pueda recoger completamente la imagen de este objeto.

+ | 18) a) Determinar gráficamente los elementos cardinales del doblete (-2,3,3) con factor de escala 10mm.
(EXAMEN UDV) 21/6/2016
b) Dimensionar las lentes para un número de apertura $N=1,5$ con la segunda lente como diafragma de apertura, diafragma de campo sobre la imagen y objeto en el infinito si el doblete opera como objetivo de una cámara fotográfica con película o CCD de 24x36mm.
c) Determinar gráficamente la imagen con el rayo principal y uno de borde desde el pie del objeto.

EXAMEN OPV
EJERC
2017

19) Disponemos de un doblete (20, 7, 16) con factor de escala $u=5\text{mm}$. a) Utilizando el sistema como objetivo de una cámara fotográfica con película 24x36, enfocamos a un objeto a 1m de la primera lente del doblete. Calcular el campo sobre el objeto. b) Dimensionar las lentes del doblete para una apertura $N=1.5$ si se sitúa un diafragma a 20mm detrás de la primera lente, con la cámara enfocada sobre el objeto anterior. c) Trazar los rayos principal y de borde del extremo del objeto al extremo de la imagen (se puede suponer que el objeto ocupa todo el campo vertical). Para este último apartado se recomienda utilizar un factor de escala horizontal $\times 2$.

20) Un sistema óptico "a" está formado por una lente delgada L_1 de 25d seguida a 1cm de una lente L_2 de -50d. Asociado a este sistema se sitúa un segundo sistema "b" formado por una lente L_3 de 25d, seguida a 2cm de otra L_4 de focal -6cm, siendo la distancia entre L_2 y L_3 de 4cm. Obtener analíticamente y gráficamente (solo para el sistema "a") los elementos cardinales de los dos sistemas y demostrar que el sistema que resulta de la asociación equivale a una sola lente delgada, cuya posición y potencia deberán obtenerse. El sistema de la asociación anterior se utiliza como teleobjetivo de una cámara fotográfica (tomar $f'=240\text{mm}$). Utilizando este teleobjetivo enfocamos un objeto situado a 100metros. Calcular el tamaño del campo si utilizamos una película 24mmx36mm. Calcular el tamaño de grano necesario para que utilizando un número de apertura $N=22$ podamos enfocar nítidamente lo situado entre 100m y el infinito.

21) Un sistema óptico está constituido por dos lentes divergentes de 35mm de focal, separadas entre sí 80 mm. Determinar gráficamente sus elementos cardinales. Comprobar los resultados analíticamente.

Si el diámetro de la montura de la primera lente es de 20mm y el de la segunda 80mm, calcular la posición de un objeto para que las monturas de ambas lentes actúen a la vez como diafragmas de apertura (doble pupila). Si ahora movemos el plano del objeto alejándonos/acercándonos de la primera lente del sistema, ¿de qué lente sería la montura que actuaría como DC?

Para la posición del plano del objeto trabajando con doble pupila, ¿dónde habría que colocar un nuevo diafragma que actuara como diafragma de campo para que el campo fuera solo de plena? ¿Sería factible?

→ LÍMITE ABERRACIONES CROMÁTICAS

22) Una lente delgada acromática de 5 cm de diámetro y 2d de potencia se utiliza como objetivo de un pequeño telescopio cuyo ocular es una lente de -10d y 2cm de diámetro. Calcular la distancia entre ambas lentes para que un observador miope de -2d vea en su punto remoto la imagen que forma el telescopio de una *Streptopelia Turtur* situada a 20m. Calcular el tamaño de la pupila de salida para el caso anterior. Si la montura del ocular trabaja como diafragma de campo, calcular el campo de media.

23) Pretendemos diseñar una pequeña mira telescópica utilizando una lente convergente, que hace las labores de objetivo, de 4cm de diámetro y 5cm de focal; otra lente convergente de 1cm de focal como ocular y entre ambas una lente convergente de 50 dioptrías que hace las funciones de inversor de imagen. La lente inversora se coloca de tal forma que su punto antiprincipal objeto coincide con el foco imagen del objetivo y su punto antiprincipal imagen con el foco objeto del ocular.

a) Dibujar a través de la mira telescópica y a escala, el trazado gráfico de un rayo que entra en la mira por un extremo de la pupila de entrada; suponer que la mira está enfocada al infinito para un observador emétrope en su PR. Utilizando el trazado anterior, calcular aproximadamente los aumentos y la longitud de la mira.

b) Calcular la posición y el tamaño de la pupila de salida, en el caso anterior.

c) Calcular el desplazamiento del conjunto lente inversora-ocular, con respecto a su posición cuando la mira estaba enfocada al infinito para el observador emétrope en su punto remoto si ahora enfocamos la mira sobre un blanco a 13mts. Sin necesidad de rehacer otra vez los cálculos, ¿varía el tamaño de la pupila de salida con respecto al apartado anterior?, y ¿el aumento?

d) Si la mira está enfocada a 13mts como en el apartado c) calcular el desplazamiento del ocular para que la imagen final se le presente a un observador miope de -2 dioptrías en su punto remoto.

$G_1 = 1.18$

$G_1 = 1.739$
 $G_2 = 9.29$
 $G_3 = 1.747$

$$\frac{y'}{y} = \beta$$
$$y =$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{5}{13}$$

(PARCIAL UPV NOVIEMBRE 2017)

24) Un miope utiliza gafas de $-2d$. Calcular su campo de visión (PR y PP) sin gafas, suponiendo que tiene una acomodación normal de 4 dioptrías.

25) Una máquina fotográfica está enfocada a 10mts. El objetivo se puede considerar una lente simple de 50mm de focal. Si el número de apertura seleccionado es 8 y el tamaño del diámetro del grano (píxel) que se utiliza es de 60 micrómetros, calcular para estas condiciones la profundidad de campo.

26) La cámara de un "smartphone" de última generación trabaja con un número de apertura fija $N=2$, y focal 4mm. Además, dispone de una CCD de 5 micrómetros de tamaño de píxel. Si la cámara está enfocada al infinito. Calcular la profundidad de campo.

27) Un teleobjetivo de distancia focal positiva, está formado por una lente convergente de 10d seguida a $5cm=e$ de otra lente divergente. Si se enfoca al infinito la distancia de esta última lente a la CCD es de 30cm.

a) Obtener la posición del plano principal imagen, la focal del sistema formado por ambas lentes y la de la lente divergente.

b) Para obtener un súper teleobjetivo hemos utilizado la misma lente convergente y hemos modificado la distancia entre las lentes, e , y la distancia focal de la segunda a $f'_2=-2cm$, manteniendo la distancia de ésta a la CCD. Calcular el campo para un portero situado en la meta contraria del fotógrafo, a 105m de la primera lente del objetivo, con CCD 24×36 .

c) Siguiendo la misma estrategia de respetar f'_1 y la distancia entre la lente divergente (segunda lente) y la CCD calcular los valores admisibles y límites de e , f'_2 y la focal del sistema f' .

28) Un superteleobjetivo fotográfico consta, de forma simplificada, de dos lentes separadas 20cm. La primera es positiva de 30cm de focal y la segunda negativa de focal $-15cm$. Calcular el tamaño de la lucarna de entrada en metros si el tamaño de la película (CCD) es de $24 \times 36mm$, cuando se enfoca un objeto situado a 100m de la primera lente. Si el diámetro del grano (píxel) es de 100 micrómetros y el objetivo trabaja con una pupila de entrada de 5cm de diámetro situada en H' del sistema, calcular la profundidad de campo cuando el objetivo enfoca a 100m.

29) Se pide diseñar un teleobjetivo fotográfico de 200mm de focal que esté formado por dos lentes de igual focal pero de signo contrario con una distancia de 100mm de la segunda lente a la placa o CCD para un objeto situado en el infinito.

ii) Construir gráficamente la imagen para este objeto utilizando a) los planos principales, b) las lentes del teleobjetivo.

iii) Colocamos un objeto a una distancia de 3,6m de la primera lente del teleobjetivo. a) Calcular el desplazamiento del objetivo para enfoca sobre este objeto desde la posición que ocupaba enfocando al infinito y b) calcular el campo con una película o CCD 24×36 .

30) Se pide diseñar un gran angular de 25mm de focal para una cámara fotográfica que además cuente con una distancia del doble de su focal desde la última lente a la película o CCD, con objeto de dar cabida al espejo abatible de la cámara y a los dispositivos fotométricos cuando la cámara este enfocada al infinito. Las dos lentes del gran angular deben tener las focales iguales pero de diferente signo. Dibujar el sistema y calcular gráficamente la posición de sus planos principales. Calcular el campo con película $12 \times 8mm$ para un objeto situado en el infinito. Realizar el trazado de rayos para dicho objeto.

31) Un visor está compuesto por un objetivo de focal 150mm y un ocular Huygens 5x. Con este objetivo el visor forma de un objeto situado en el infinito una imagen en el punto remoto de un observador emétrope. Se desenrosca el objetivo anterior y en su lugar se enrosca un objetivo de 75mm. a) Calcular la posición a la que tiene que estar un objeto para que ahora con el objetivo de 75mm el visor forme la imagen en el punto próximo del observador emétrope. b) Calcular la latitud de enfoque con el objetivo de 75mm. c) Si el diámetro de la lente del objetivo es de 3cm, encontrar el diámetro y la emergencia de pupila. Considerar que tanto el objetivo como el ocular equivalen a lentes convergentes delgadas.

$a_1 = -3,6$
 $a_2 = 0,1$

0,0007
 10^{-6}
 10^{-2}

EXAMEN
UPV
14/1/2016

32) Un teleobjetivo está formado por una lente convergente de $10d$ y una divergente a una distancia $e=5cm$, siendo la distancia de esta a la placa de $L=30cm$ para el teleobjetivo enfocado al infinito.

- a) Obtener la posición del plano principal, la focal del sistema y la de la lente convergente.
- b) Dimensionar las lentes para un número de apertura $N=10$, con la segunda lente como diafragma de apertura y diafragma de campo sobre la imagen (CCD de 24×36); igualmente con objeto en el infinito.
- c) Con la geometría anterior resulta que la distancia entre dos estrellas es demasiado grande para que ambas imágenes quepan en la CCD. Afortunadamente el teleobjetivo posee un zoom y se pueden modificar tanto L como e para obtener una imagen más pequeña. Calcular la distancia entre las dos lentes y la posición donde se debe colocar la CCD para que el diámetro de la imagen sea la mitad.

→ LÍMITE ABERRACIONES CROMÁTICAS

33) Un visor de un banco de óptica esta constituido por una lente acromática positiva de $50mm$ de focal y $20mm$ de diámetro que hace las funciones de objetivo y por un ocular $10x$ que las podemos considerar, a todos los efectos, como lentes delgadas, calcular: a) la distancia entre el objetivo y el ocular para que el visor le presente a un observador emétrope en su PR un objeto real situado a $150mm$ delante del objetivo b) la amplificación del visor para el caso anterior. c) Si colocamos un diafragma de campo de $5mm$ de diámetro en el foco objeto del ocular, calcular los campos de plena, media y contorno. Considerar la montura de la lente objetivo como diafragma de apertura. d) Dejando fija la posición entre el objetivo y el ocular, calcular el desplazamiento del visor o del objeto respecto a la posición anterior (caso a) si ahora el observador es un miope de $-4d$ observando en su PR. e) En esta situación, ¿se modificarían el aumento y los campos de plena, media y contorno? f) Calcular la **latitud de enfoque del visor**.

34) El visor del banco de óptica para la medida de distancias focales de lentes está compuesto por un objetivo telescópico de focal $125mm$ y un ocular Huygens $10x$. Si con el objetivo telescópico el visor forma de un objeto en el infinito una imagen en el punto remoto del observador emétrope; calcular a) la posición a la que tiene que estar un objeto para que con el objetivo de $50mm$ el visor forme la imagen en el punto próximo del observador emétrope. b) Calcular la latitud de enfoque con el objetivo de $50mm$. c) Si los diámetros de las lentes del objetivo y ocular son $2cm$, encontrar el diámetro y la emergencia de pupila. Se puede considerar que tanto el objetivo como el ocular equivalen a lentes convergentes delgadas.

35) Un visor de un banco de óptica para la medida de distancias focales de lentes está compuesto de dos grupos convergentes y se puede considerar como un microscopio de baja potencia. El objetivo tiene una focal de $50mm$ y $10mm$ de diámetro. Calcular la focal del ocular para que la distancia del objetivo al punto que deseamos enfocar sobre el banco sea de $100mm$, a) para un observador emétrope en su PR y una amplificación resultante de 10 . b) Calcular la posición del objeto para que el visor anterior le presente al observador emétrope la imagen final en su PP. c) Calcular la latitud de enfoque del visor. d) Si en el lugar donde el objetivo forma la imagen del objeto (caso b), colocamos una CCD con tamaño de pixel de $100 \mu m$ calcular la profundidad de campo.

36) Tres lentes iguales positivas están alineadas a una distancia igual a su focal. a) Construir con dos rayos (sin utilizar rayos auxiliares) la imagen de un objeto de tamaño apropiado, a1) en el infinito; a2) a una distancia delante de la primera lente igual a la mitad de su focal. b) Supongamos que un observador emétrope decide utilizar el sistema anterior como telescopio astronómico, b1) calcular el aumento; b2) El diámetro que debiera tener la primera lente, D_1 , con respecto al de las otras dos, para que fuera el diafragma de apertura. c) Visto el resultado anterior, imaginemos que el mismo observador decide utilizar el sistema anterior como visor para observar el objeto situado a una distancia de la primera lente igual a la mitad de su focal. c1) Calcular el aumento, analíticamente; c2) **El diámetro que debiera tener la primera lente, D_1 , con respecto al de las otras dos, para que fuera el diafragma de apertura.**

37) Pretendemos diseñar un catalejo como los utilizados por los oficiales navales de principios del siglo XIX. Cuando el catalejo está desplegado equivale a un telescopio terrestre con un objetivo acromático de $5cm$ de diámetro y $50cm$ de focal, una lente inversora convergente de aumento -1 y de $2cm$ de diámetro y un ocular $x5$, que lo podemos considerar una lente delgada

de 2cm de diámetro. El catalejo desplegado tiene una longitud de 63cm (entre el objetivo y el ocular).

- Calcular la focal de la lente inversora para un observador emétrope con objeto en el infinito.
- Realizar un dibujo del trazado de rayos en el catalejo para el caso anterior utilizando un rayo paralelo al eje.
- Calcular el diámetro y posición de la pupila de salida.
- Calcular el campo de media a una distancia de 10 kilómetros.
- Comentar los fallos de diseño del catalejo.

Nota. Considerar que todas las lentes del catalejo son delgadas.

PARCIAL UPV
NOVIEMBRE 2017

38) Un microscopio con longitud óptica de tubo estándar (160mm) trabaja con una amplificación o aumento visual de 200. Calcular su latitud de enfoque.

39) Disponemos de un microscopio con longitud óptica de tubo estándar de 160mm. El objetivo que utiliza es un 20x.

- Calcular la distancia focal del objetivo y la distancia de trabajo (distancia entre el objeto y el objetivo) para un observador emétrope. El ocular del microscopio es un 10x. Comprobar la distancia focal del objetivo calculada anteriormente utilizando otro método.
- Calcular con este ocular y el objetivo 20x la distancia de trabajo cuando el observador es un miope que utiliza gafas de -2dioptrías observando en su punto remoto.
- El diámetro del objetivo es 5mm y el del ocular 10mm. Calcular el campo de plena del microscopio para el observador emétrope.

40) Improvisamos un microscopio utilizando como objetivo una gota de vidrio fundido que dejamos caer sobre una placa metálica. El resultado es una lente semiesférica de índice 1.5 y 5mm de diámetro. Como ocular usamos una de las lentes de las gafas desechadas de un amigo hipermetrope de 8 dioptrías. Montamos las lentes anteriores sobre un tubo adecuado que nos permite mantener una longitud óptica de 160mm. Con este microscopio pretendemos observar los ácaros del polvo. a) Calcular la posición del objeto (ácaro *Dermatophagoides pteronyssinus*) con respecto al foco del objetivo para que un observador emétrope vea la imagen en su punto remoto. b) Calcular los aumentos del microscopio. c) Calcular la latitud de enfoque. Considerar el objetivo y el ocular como lentes delgadas.

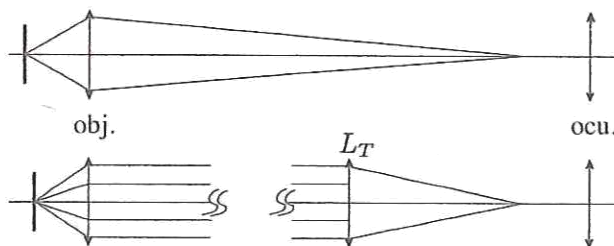
EXAMEN
UPV
JUNIO 2017

41) Tradicionalmente los microscopios ópticos cuentan con un intervalo óptico de 160mm. En la actualidad la gran mayoría utilizan lo que se conoce como "óptica corregida al infinito". En estos microscopios, el objetivo forma del objeto una imagen en el infinito, en lugar de formarla en el foco objeto del ocular. Esta disposición con luz colimada (paralela), entre otras, tiene la ventaja de poder intercalar, filtros, polarizadores y en general láminas, sin variar la posición de la imagen que forma el objetivo, como sucedía en el caso de los microscopios convencionales con intervalo óptico de 160mm. El inconveniente es que se debe colocar una nueva lente (Lente de tubo L_T) que forme sobre el plano focal objeto del ocular, la imagen que el objetivo forma del objeto en el infinito.

Supongamos que ambos microscopios disponen de un objetivo 40x y $AN=0.7$ en aire y un ocular 10x, de idénticas características y bien corregidos. Si para el microscopio con óptica corregida al infinito la focal de L_T es 120mm; calcular el aumento con el que trabajan ambos tipos de microscopios.

Calcular la latitud de enfoque para ambos sistemas si la lente de tubo se coloca a 120mm del objetivo.

Si el diámetro de la montura del ocular es de 15mm; calcular el campo de plena solo para el microscopio que trabaja con un intervalo óptico de 160mm.



ÓPTICA GEOMÉTRICA - PROBLEMAS

1. ARKETA

Un dioptrio esférico convexo de radio 4cm separa medios de índices $n=1$ y $n'=1,5$.

Determinar gráficamente y analíticamente la posición y características de la imagen de un objeto situado a: a) 6 cm a la izquierda del dioptrio.
b) 4 cm a la derecha.

ANALÍTICAMENTE:

$$a) \frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r} \rightarrow s' = \left(\frac{n_2 - n_1}{r} + \frac{n_1}{s} \right)^{-1} \cdot n_2$$

$$s' = \left(\frac{1,5 - 1}{4} + \frac{1}{-6} \right)^{-1} \cdot 1,5 \rightarrow \boxed{s' = -36 \text{ cm}}$$

$$\beta' = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 \cdot s'}{n_2 \cdot s} = \frac{1 \cdot (-36)}{1,5 \cdot (-6)} \rightarrow \boxed{\beta = 4}$$

Es Kereen, handitu eta

$$b) \frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r} \rightarrow s' = \left(\frac{n_2 - n_1}{r} + \frac{n_1}{s} \right)^{-1} \cdot n_2$$

$$s' = \left(\frac{1,5 - 1}{4} + \frac{1}{4} \right)^{-1} \cdot 1,5 \rightarrow \boxed{s' = 4 \text{ cm}}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n_2 \cdot s}{n_1 \cdot s'} = \frac{1,5 \cdot 4}{1 \cdot 4} \rightarrow \boxed{\beta = \frac{3}{2}}$$

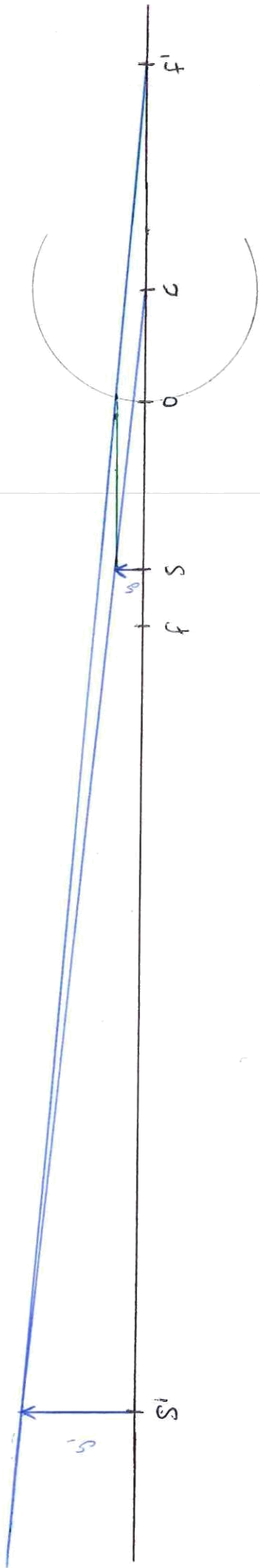
Es Kvineen, handitu eta

GRAFIKAMENTE

$$f = \frac{-n_1}{n_2 - n_1} r = -8 \text{ cm}$$

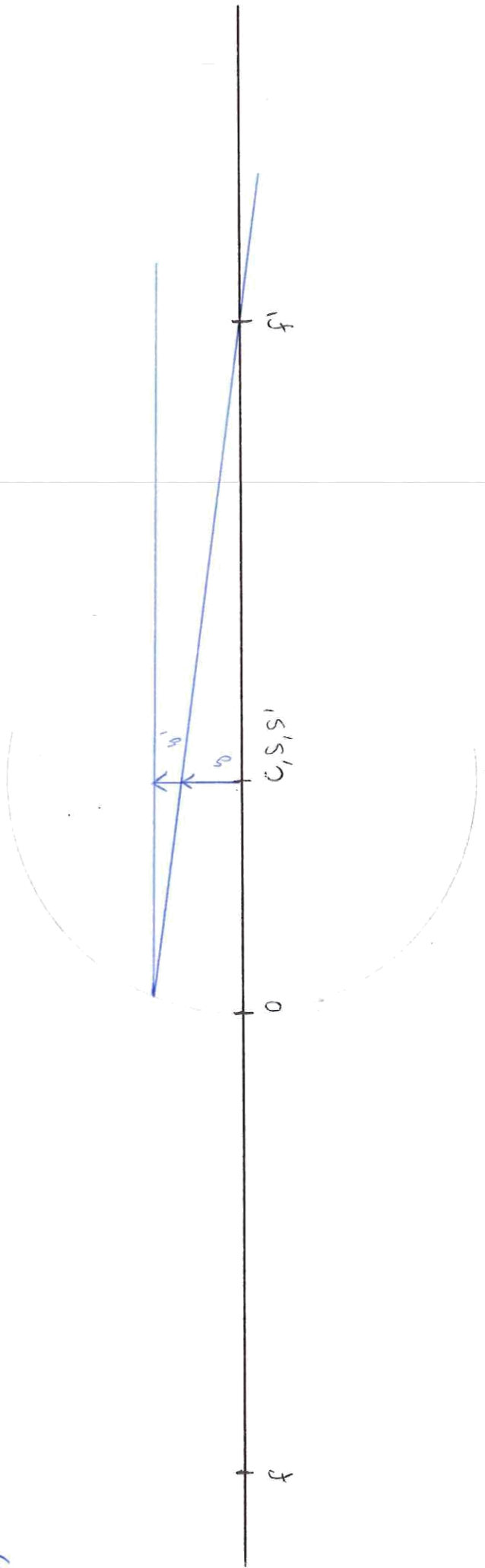
$$f' = \frac{n_2}{n_2 - n_1} r = 12 \text{ cm}$$

a)



1:2

b)



2

1:1

2. ARIKETA

a) Obtener gráfica y analíticamente la imagen que un espejo cóncavo de radio 12cm produce de un objeto situado a 9cm. b) ¿Qué espejo forma de un objeto real a 6cm una imagen virtual a 12cm?

$$a) \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r} \Rightarrow s' = \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{s} \right)^{-1}$$

$$s' = \left(\frac{2}{-12} - \frac{1}{-9} \right)^{-1} \Rightarrow \boxed{s' = -18 \text{ cm}} \rightarrow \text{Erróneo}$$

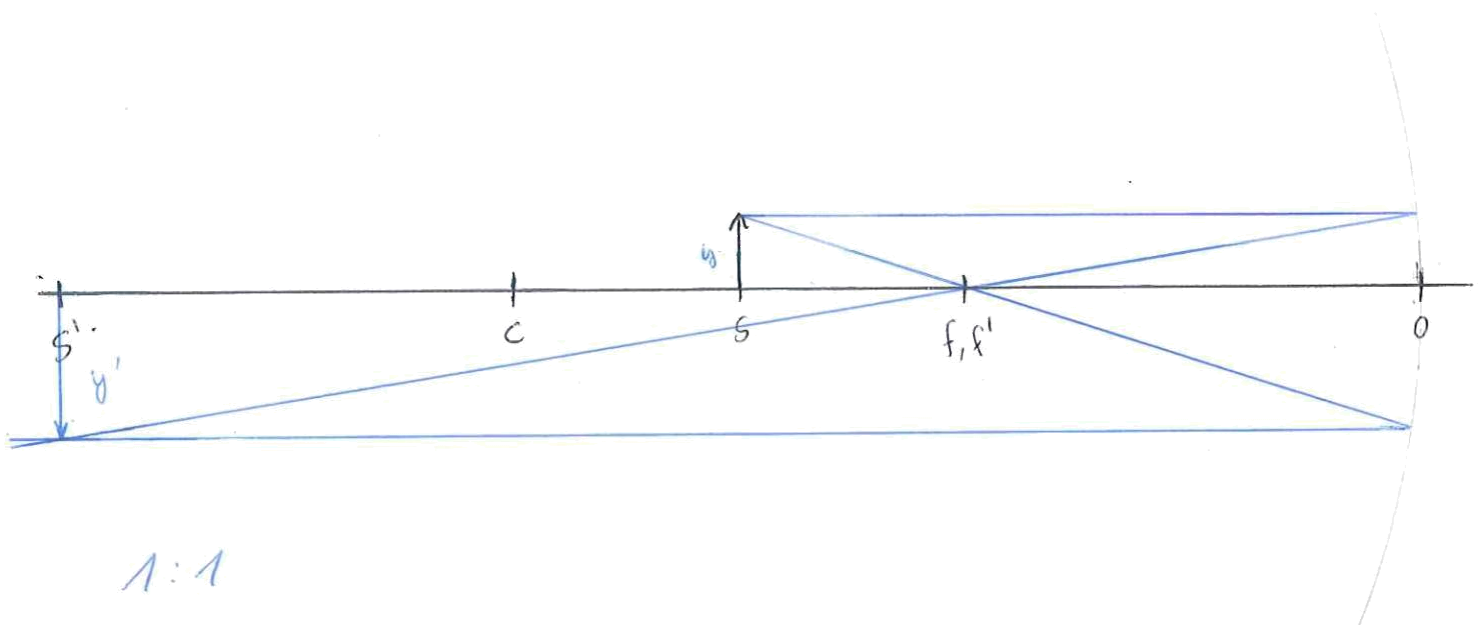
$$\beta = -\frac{s'}{s} = -\frac{-18}{-9} \Rightarrow \boxed{\beta = -2} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Henditue} \\ \text{Aldeantziketa} \end{array}$$

$$f = f' = \frac{r}{2} = \frac{-12}{2} \Rightarrow f = f' = -6 \text{ cm}$$

$$b) \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r} \Rightarrow r = \left(\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} \cdot 2$$

$$r = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{-6} \right)^{-1} \cdot 2 \Rightarrow \boxed{r = -24 \text{ cm}}$$

Espejo cóncavo de radio de 24cm

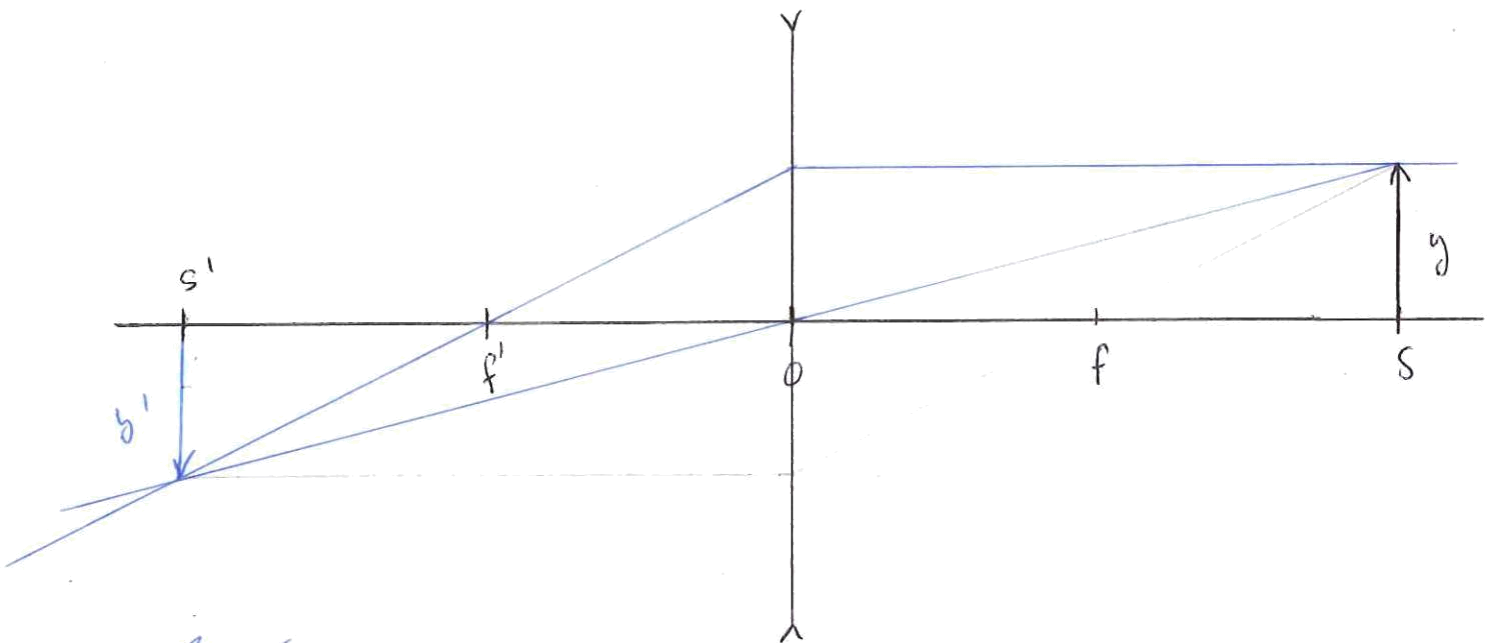


1:1

4. AZULETA

Para una lente delgada divergente en aire de 2cm de focal, resolver gráficamente la situación en la que un objeto virtual de 1cm de alto aproximadamente se sitúa a 2 veces la distancia focal de la lente.

GRÁFICAMENTE



ANALÍTICAMENTE

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \right)^{-1}$$

$$s' = \left(\frac{1}{-2} + \frac{1}{4} \right)^{-1} \Rightarrow \boxed{s' = -4 \text{ cm}}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{-4}{4} \Rightarrow \boxed{|\beta| = 1}$$

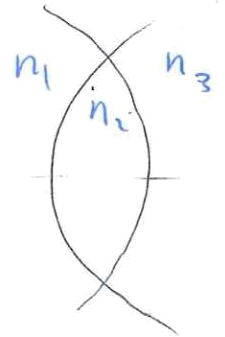
Erreala, tamaina berakoa, edo berantziakoa

5. ARIKETA

Una lente delgada equiconvexa se sumerge en agua ($n_{\text{agua}} = \frac{4}{3}$), y de un objeto real a 1 metro forma una imagen real a 0,5m.

Ahora bombeamos el agua y lo sustituimos por un líquido transparente de índice de refracción $\frac{5}{3}$ dejando el resto del montaje igual. Si el índice de la lente es $n = 1,5$, calcular las características geométricas de la lente y la nueva posición de la imagen cuando se introduce el líquido de índice $\frac{5}{3}$.

$$\frac{n_3}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_3 - n_2}{r_2} + \frac{n_2 - n_1}{r_1}$$



EQUICONVEXA $\Rightarrow r_2 = -r_1 = -r$

SUMERGIDA $\Rightarrow n_1 = n_3 = n'$

$$\left(\frac{n'}{s'} - \frac{n'}{s} \right) = (n - n') \cdot \left(\frac{-1}{-r} + \frac{1}{r} \right) = \frac{2(n - n')}{r}$$

$$r = 2(n - n') \frac{1}{n'} \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \right)^{-1} \Rightarrow \boxed{r = 0,083 \text{ m}}$$

$$n' \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \right) = (n - n') \cdot \frac{2}{r}$$

$$s' = \left(\frac{2(n - n')}{r n'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} \Rightarrow \boxed{s' = -0,286 \text{ m}}$$

Virtuala eta aldeantzikotua

3. ANÁLISIS

Localizar los elementos cardinales de una lente biconvexa de radios R y $2R$, espesor R e índice $\frac{3}{2}$.

$$H_1 H = V_1 H = \frac{-r_1 \cdot e}{n(r_2 - r_1) + (n-1)e} = \frac{-R \cdot R}{\frac{3}{2}(-2R - R) + \frac{1}{2}R}$$

$$H_1 H = V_1 H = -\frac{R}{4}$$

$$H_2 H = V_2 H = \frac{-r_2 \cdot e}{n(r_2 - r_1) + (n-1)e} = \frac{+2R \cdot R}{\frac{3}{2}(-2R - R) - \frac{1}{2}R}$$

$$H_2 H = V_2 H = \frac{R}{2}$$

$$H F = \frac{f_1 \cdot f_2}{e - f_1' + f_2} = \frac{-\frac{r_1}{n-1} \cdot \frac{nr_2}{n-1}}{e - \frac{nr_1}{n-1} + \frac{nr_2}{n-1}} = \frac{+2R \cdot 6R}{R - 3R - 6R}$$

$$H F = -\frac{3}{2}R$$

$$H' F' = \frac{-f_1' \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2'} = \frac{-\frac{nr_1}{n-1} \cdot \frac{-r_2}{n-1}}{e - \frac{nr_1}{n-1} + \frac{nr_2}{n-1}} = \frac{-3R \cdot 4R}{R - 3R - 6R} =$$

$$H' F' = -\frac{3}{2}R$$

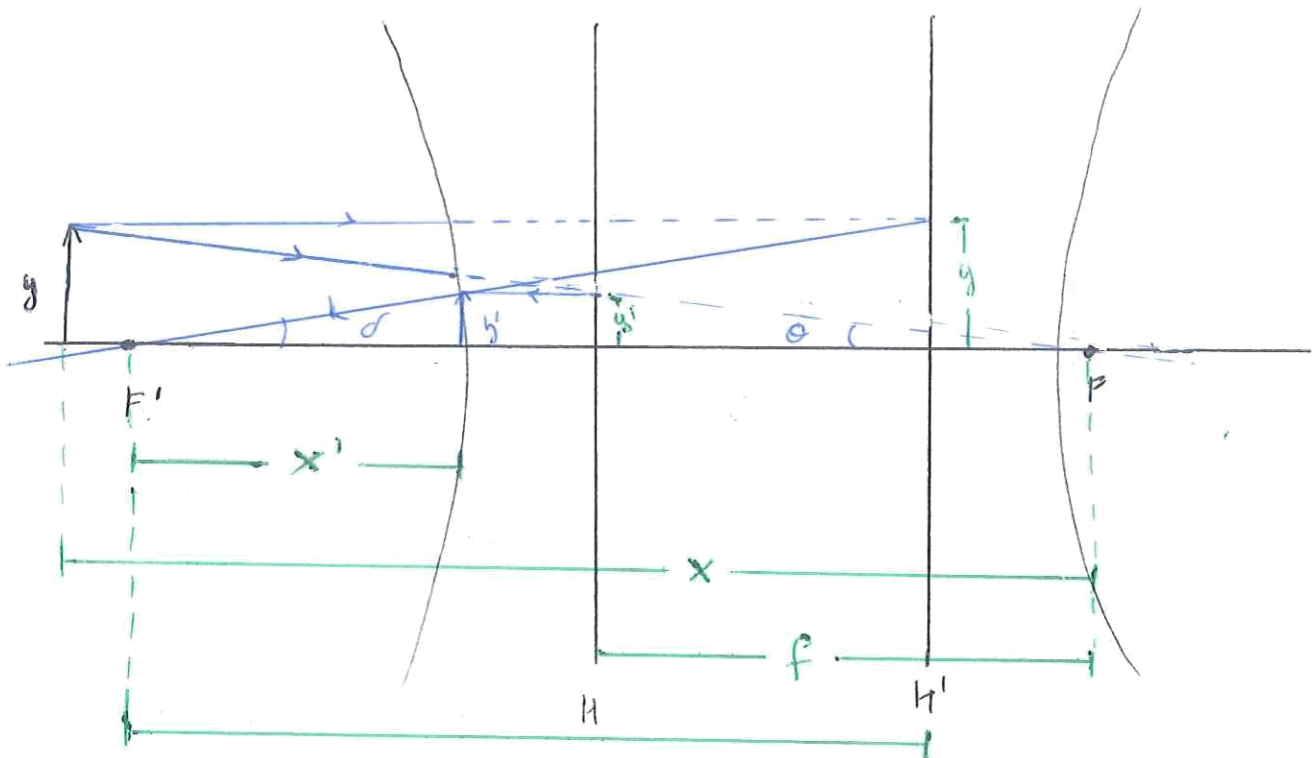
$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{-r_1}{n-1} & f_2 &= \frac{-r_2}{n-1} \\ f_1' &= \frac{nr_1}{n-1} & f_2' &= \frac{nr_2}{n-1} \end{aligned}$$

LENTE BILUNGA
 $H_1 = H_1' = V_1$
 $H_2 = H_2' = V_2$

G. ARIKETA

Las ecuaciones de correspondencia de Newton se pueden deducir para cualquier sistema centrado con focales dando como resultado las ecs (...).

Deducir, con sus signos, las ecuaciones de Newton a partir del sistema de la figura:



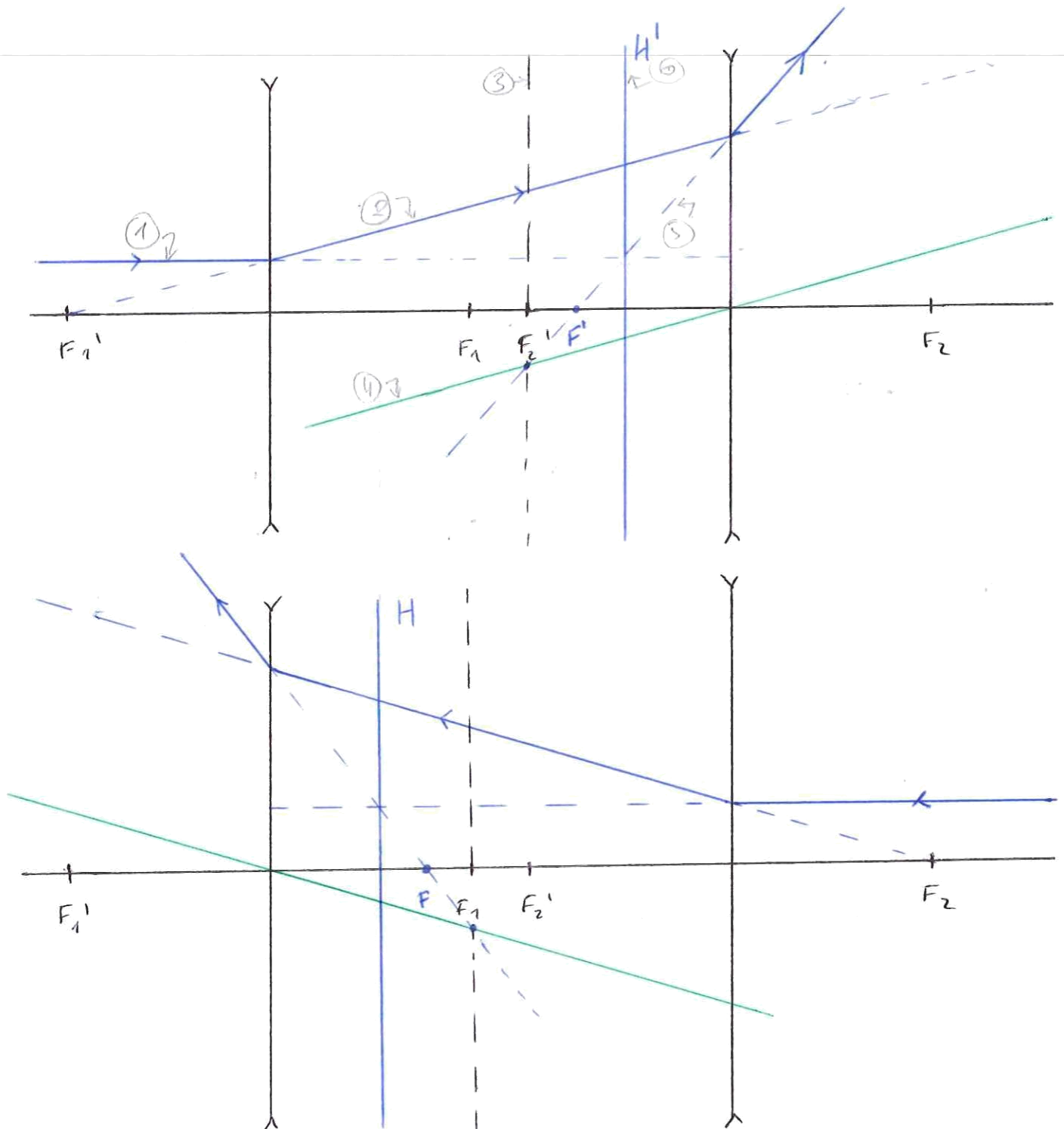
$$\tan \delta = \frac{y'}{x'} = \frac{y}{-f'}$$

$$\tan \theta = \frac{y'}{f} = \frac{y}{-x} \Rightarrow \frac{\frac{y'}{x'}}{\frac{y'}{f}} = \frac{\frac{y}{-f'}}{\frac{y}{-x}} \Rightarrow x \cdot x' = f f'$$

$$[f = HF ; f' = H'F']$$

7. AZIKETA

Un sistema óptico está constituido por dos lentes divergentes de 35mm de focal, separadas entre sí 80mm. Determinar gráficamente sus elementos cardinales. Comprobar los resultados analíticamente.



COMPROBACIÓN ANALÍTICA

$$-f_1 = f_1' = -35 \text{ mm} = f_2' = -f_2; \quad e = 80 \text{ mm}$$

$\frac{H_1 H}{V_1'' H}$	$= \frac{e f_1}{e - f_1' + f_2}$	$= \frac{80 \cdot 35}{80 + 35 + 35} = 18,6 \text{ mm}$
$\frac{H_1 F}{V_1'' F}$	$= \frac{f_1 (f_2 + e)}{e - f_1' + f_2}$	$= \frac{35 (35 + 80)}{80 + 35 + 35} = 26,8 \text{ mm}$
$\frac{H_2' H'}{V_2'' H'}$	$= \frac{e f_2'}{e - f_1' + f_2}$	$= \frac{80 \cdot (-35)}{80 + 35 + 35} = -18,6 \text{ mm}$
$\frac{H_2' F'}{V_2'' F'}$	$= \frac{f_2' (e - f_1')}{e - f_1' + f_2}$	$= \frac{-35 (80 + 35)}{80 + 35 + 35} = 26,8 \text{ mm}$

8. ARIKETA

a) Demostrar que una lente cuyos caras tienen la misma curvatura es una lente positiva = CONV, cuyos planos principales distan entre sí una distancia igual a su espesor.

Si asumimos que la lente está sumergida en aire:

$$\frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{e}{r_1 r_2}$$

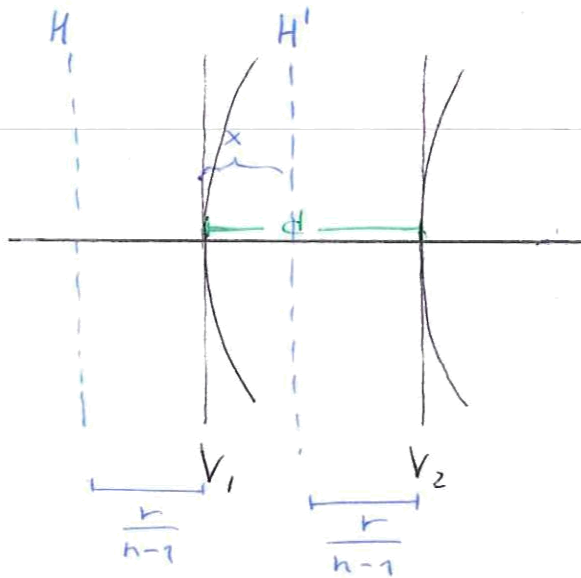
$$\Rightarrow \{ r_1 = r_2 = r \} \Rightarrow \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{e}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} > 0 \Rightarrow \text{CONVERGENTE}$$

PLANOS PRINCIPALES

$$H_1 H = V_1 H = \frac{-r_1 e}{n(r_2 - r_1) + (n-1)e} = \frac{-r}{n-1}$$

$$H_2 H' = V_2 H' = \frac{-r_2 e}{n(r_2 - r_1) + (n-1)e} = -\frac{r}{n-1}$$



$$H H' = -V_1 H + x$$

$$d = x - V_2 H$$

$$-V_2 H = -V_1 H = d - x$$

$$H H' = d - x + x$$

$$\boxed{H H' = d}$$

b) Demostrar que si las caras de la lente no tienen la misma curvatura pero si tienen el mismo centro de curvatura (concéntricas) opera como una lente delgada divergente en su centro común.

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{e}{r_1 r_2} =$$

$$= (n-1) \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} + \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{e}{r_1 r_2} =$$

$$= \frac{n-1}{r_1 r_2} \cdot \left(r_2 - r_1 + \frac{n-1}{n} \cdot e \right) = \left\{ \begin{array}{l} \text{CONCÉNTRICAS} \\ e = r_1 - r_2 \end{array} \right\}$$

$$= \frac{n-1}{r_1 \cdot r_2} \cdot (r_1 - r_2) \cdot \left(\frac{n-1}{n} - 1 \right) < 0 \rightarrow \text{DIVERGENTE}$$

> 0
 > 0
 < 0

c) Para utilizar una lente en gafas roteras, esta debe ser neutra para los observadores emétopes. ¿Cómo pueden ser los centros esféricos de la lente anterior para que sea neutra?

El sistema tiene que ser afocal; es decir, los rayos que inciden paralelos entre sí sobre el sistema, emergen también paralelos entre sí. Por lo tanto el foco objeto F y el foco imagen F' están en el infinito. Está demostrado que, para que eso ocurra, $F_1' = F_2 \Rightarrow F_1'F_2 = 0$

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r_1 r_2} = 0$$

$$\boxed{d = \frac{n}{n-1} (r_1 - r_2)}$$

$$F_1'F_2 = F_1'V_1 + V_1V_2 + V_2F_2$$

Infinitivan kokkuteleko objektu batan irudia irudi-fokuan dago: $f' = \frac{n'}{n'-n} r$
↳ Aireen 1

$$f_1' = \frac{n r_1}{n-1} = V_1 F_1' \quad f_2 = \frac{n r_2}{n-1} = V_2 F_2$$

Objetu fokuan kokkuteleko objektu batan irudia infinituan, dago: $f = \frac{n}{n-n'} r$
↳ Aireen 1

$$F_1 F_2 = -\frac{n}{n-1} r_1 + d + \frac{n}{n-1} r_2 =$$

$$= \frac{n}{n-1} (r_2 - r_1) + \frac{n}{n-1} (r_1 - r_2) = 0$$

9. ARIKETA

La lupa de Wollaston es un doblete (2; 3; 6). a) Calcular las focales de las lentes y la distancia de acoplamiento, para un aumento comercial de $\times 5$. b) Localizar los elementos cardinales de la lupa.

a) Por definición: $(a, b, c) = (2, 3, 6)$

$$\frac{f_1'}{a} = \frac{e}{b} = \frac{f_2'}{c} = u \Rightarrow \frac{f_1'}{2} = \frac{e}{3} = \frac{f_2'}{6}$$

$$3f_1' = 2e$$

$$6f_1' = 2f_2'$$

$$6e = 3f_2'$$

$$f_1' = \frac{2}{3}e$$

$$f_2' = 3f_1'$$

$$f_2' = 2e$$

Aumento: $\Gamma' = \frac{250}{f'} = 5 \Rightarrow S_0 = \boxed{f' = \frac{f_1' - f_2' - e}{f_1' \cdot f_2'}}$

$$S_0 = \frac{1 + 3 - \frac{3}{2}}{3} f_1' = -\frac{7}{6} \Rightarrow \boxed{f_1' = 42,86 \mu\text{m}}$$

$$f_2' = 3 \cdot f_1' = 3 \cdot 42,86 = 128,4 \mu\text{m}$$

$$e = \frac{3}{2} f_1' = 64,29 \mu\text{m}$$

10. ARIKETA

Disponemos de un doblete $(-3, 5, 8)$ con un factor de escala $u = 1\text{cm}$. Calcular gráfica y analíticamente sus elementos cardinales. Calcular la posición y el aumento de la imagen que forme el doblete de un objeto real de 1cm de alto que este situado a 6cm delante de la primera lente del doblete. ¿Qué relación guarda el aumento del sistema con respecto a las focales de lente de las lentes?

$$(a, b, c) = (-3, 5, 8)$$

$$\frac{f_1'}{a} = \frac{e}{b} = \frac{f_2'}{c} = u \Rightarrow \frac{f_1'}{-3} = \frac{e}{5} = \frac{f_2'}{8} = 1\text{cm}$$

$$f_1' = -3\text{cm} \quad e = 5\text{cm} \quad f_2' = 8\text{cm}$$

ELEMENTOS CARDINALES

$$\text{Como } f_1' + f_2' - e = 0 :$$

$$F' = F'H' = \frac{f_1' f_2'}{f_1' + f_2' - e} = \frac{-3 \cdot 8}{-3 + 8 - 5} = -\infty$$

$$H_1 H = O_1 H = \frac{e f_1'}{f_1' + f_2' - e} = \frac{5 \cdot (-3)}{-3 + 8 - 5} = -\infty$$

$$H_2 H' = O_2 H' = \frac{-e f_1'}{f_1' + f_2' - e} = \frac{-5(-3)}{-3 + 8 - 5} = +\infty$$

$$H_1 F = O_1 F = \frac{f_1'(e - f_2')}{f_1' + f_2' - e} = \frac{-3(5 - 8)}{-3 + 8 - 5} = +\infty$$

$$H_2'F' = O_2F' = \frac{f_2'(f_1' - e)}{f_1' + f_2' - e} = \frac{8(-3-5)}{-3+8-5} = -\infty$$

Posición x AUMENTO

1ª lente

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1'} = \frac{1}{f_1'} \rightarrow a_1' = \left(\frac{1}{f_1'} + \frac{1}{a_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-3} + \frac{1}{-6} \right)^{-1}$$

$$a_1' = -2 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = \frac{a_1'}{a_1} = \frac{-2}{-6} \Rightarrow \beta_1 = \frac{1}{3}$$

2ª lente

$$-\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2'} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow a_2' = \left(\frac{1}{f_2'} + \frac{1}{a_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{-7} \right)^{-1}$$

$$a_2 = e + a_1' = -5 - 2 = -7 \quad | a_2' = -56 \text{ cm} |$$

$$\beta_2 = \frac{a_2'}{a_2} = \frac{-56}{-7} \Rightarrow \beta_2 = 8$$

$$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2 \Rightarrow \beta = \frac{8}{3} = 2,67$$

$$\beta = -\frac{f_2'}{f_1'} = \text{KTE}$$

↓
A focal

independientemente de la pos.

13. ARIKETA

Sistema óptico constituido por:

diafragma D de $2,5\text{cm} = d$ $x_D = -9\text{cm}$

lente convergente L_1 de $d = 4\text{cm}$ y $f = 5\text{cm}$

Lente convergente L_2 de $d = 6\text{cm}$ y $x_{L_2} = 15\text{cm}$
 $f'_2 = 8\text{cm}$

Localizar las pupilas y lucernas y encontrar los campos de iluminación para un objeto situado a

a) 10cm a la izquierda de L_1 ; b) en el infinito

DIAFRAGMA DE APERTURA

$$\vec{L}_1 = L_1 \quad \wedge \quad \vec{D} = D$$

Anti-imagen de L_2 a través de L_1

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'_2 - f_1} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{-f_1} + \frac{1}{s'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-5} + \frac{1}{15} \right)^{-1} = -7,5\text{cm}$$

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{15}{-7,5} = -2 \Rightarrow \vec{d} = 3\text{cm}$$

$$\tan \alpha_{L_1}^e = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \rightarrow \alpha_{L_1}^e = 11,31^\circ$$

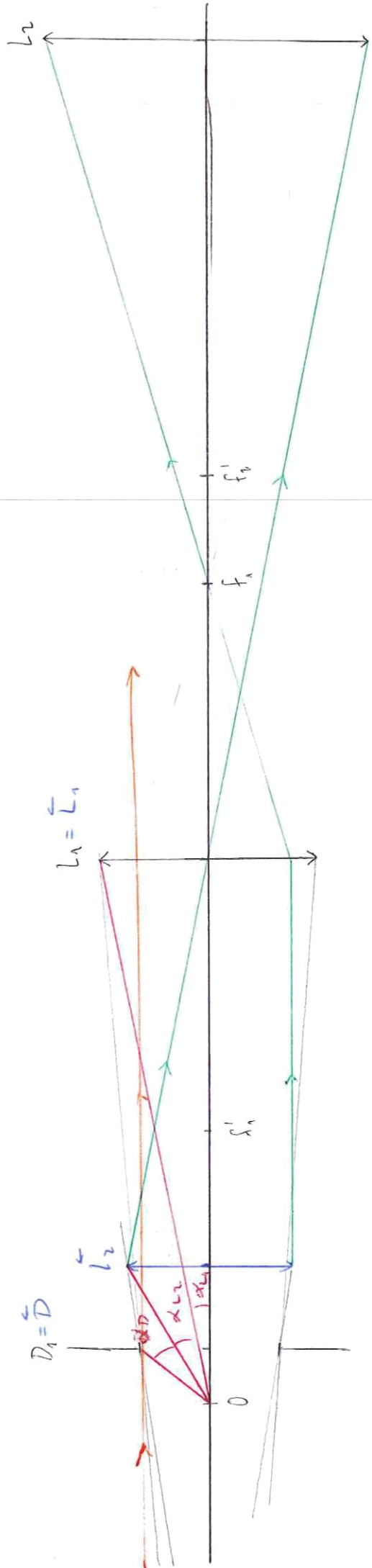
$$\tan \alpha_D^e = \frac{2,5}{9} \rightarrow \alpha_D^e = 15,74^\circ \quad \alpha_{L_1}^e < \alpha_{L_2}^e < \alpha_D^e$$

$$\tan \alpha_{L_2}^e = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 5} \rightarrow \alpha_{L_2}^e = 30,96^\circ$$

$\Rightarrow \vec{L}_1 \equiv$ PUPILA DE ENTRADA

$L_1 \equiv$ DIAFRAGMA DE CAMPO

$\vec{L}_1 \equiv$ PUPILA DE SALIDA $\Rightarrow \vec{L}_1 \left\{ \begin{array}{l} s' = 17,14\text{cm} \\ d = 4,57\text{cm} \end{array} \right.$



DIAPHRAGMA DE CAMPO

Del gráfico anterior se deduce también que $D \equiv$ diafragma de campo y

$\vec{D} \equiv D \equiv$ lucarne de entrada.

La lucarne de salida será \vec{D} que calcularemos
Imagen de D por L_1

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s'_{L_1} = \left(\frac{1}{+f'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{+5} + \frac{1}{-9} \right)^{-1} = 11,25 \text{ cm}$$

$$s_{L_1} = -(15 - 11,25) = -3,75$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s'_{L_2} = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s_{L_2}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{3,75} \right)^{-1} = -7,06 \text{ cm}$$

$$\beta_{L_1} = \frac{s'_{L_1}}{s_{L_1}} = \frac{11,25}{-9} = -1,25\bar{3}$$

$$\beta_{L_2} = \frac{s'_{L_2}}{s_{L_2}} = \frac{-7,06}{-3,75} = 1,8826\bar{6}$$

$$\beta = \beta_{L_1} \cdot \beta_{L_2} = 2,359$$

La lucarne de salida estará a 7,06 cm
a la izquierda de L_2 con un diámetro
de 5,897 cm

CAMPOS DE ILUMINACIÓN

$$r_p = \frac{OP_E r_{LE} - OL_E \cdot r_{PE}}{OP_E - OL_E} = \frac{10 \cdot \frac{2,5}{2} - 1 \cdot 2}{10 - 1} = \frac{7}{6} = 1,16\bar{6} \text{ cm}$$

$$r_n = \frac{OP_E r_{LE}}{OP_E - OL_E} = \frac{10 \cdot \frac{2,5}{2}}{10 - 1} = 13,8 \text{ cm}$$

$$r_L = \frac{OL_E \cdot r_{PE} + OP_E \cdot r_{LE}}{OP_E - OL_E} = \frac{1 \cdot 2 + 10 \cdot \frac{2.5}{2}}{10 - 1} = 1,6 \tilde{\text{cm}}$$

b) Estando el objeto en el infinito puede verse gráficamente que el diafragma de apertura es el diafragma, la pupila de entrada sería el propio diafragma y la de salida sería la equivalente a la PS del apartado a)

Para la lucerne de entrada, utilizando los rayos a lápiz en el gráfico observamos que el campo de plene que determina \vec{L}_1 es menor que el de \vec{L}_2 , por lo tanto L_1 es el diafragma de campo \vec{L}_A es la lucerne de entrada y \vec{L}_1 calculada en el apartado a) es la lucerne de salida.

Para el cálculo de los campos de iluminación, dado que el objeto está en el infinito,

14. ARIKETA

OB SETO	$y = 8 \text{ mm}$	$x = 0$
LENTE L_1	$d = 30 \text{ mm}$	$x = 56 \text{ mm}$ $f' = 16 \text{ mm}$
DIAFRAGMA	$d = 14 \text{ mm}$	$x = 64 \text{ mm}$
LENTE L_2	$d = 30 \text{ mm}$	$x = 88 \text{ mm}$ $f' = 12 \text{ mm}$

• DIAFRAGMA DE APERTURA

$$\vec{L}_1 = L_1$$



Antimejen de L_2 :

$$\cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{32} - \frac{1}{16} \right)^{-1} = -32 \text{ mm}$$

$$\cdot \beta = \frac{s'}{s} = \frac{32}{-32} = -1 \Rightarrow d = 30 \text{ mm}$$

Antimejen de D:

$$\cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{16} \right)^{-1} = 16 \text{ mm}$$

$$\cdot \beta = \frac{s'}{s} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow d = 28 \text{ mm}$$

$$\tan \alpha_{L_1} = \frac{15}{56} \Rightarrow \alpha_{L_1} = 15^\circ$$

$$\tan \alpha_{L_2} = \frac{15}{88} \Rightarrow \alpha_{L_2} = 9,67^\circ \Rightarrow \text{PUPILA DE ENTRADA}$$

$$\tan \alpha_D = \frac{14}{64} \Rightarrow \alpha_D = 14^\circ$$

Imegen de L_1 :

$$\cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-32} + \frac{1}{12} \right)^{-1} = 19,2 \text{ mm}$$

$$\cdot \beta = \frac{s'}{s} = \frac{19,2}{-32} = -0,6 \Rightarrow d = 18 \text{ mm}$$

$L_1 \rightarrow$ DIAFRAGMA DE APERTURA

$\vec{L}_1 \equiv D \rightarrow$ PE

$\vec{D} \rightarrow$ P.S

$$x = 24 \text{ mm}$$

$$d = 14 \text{ mm}$$

• DIAFRAGMA DE CAMPO

$$\vec{L}_2 \equiv \vec{L}_2$$

Imagen de L_A :

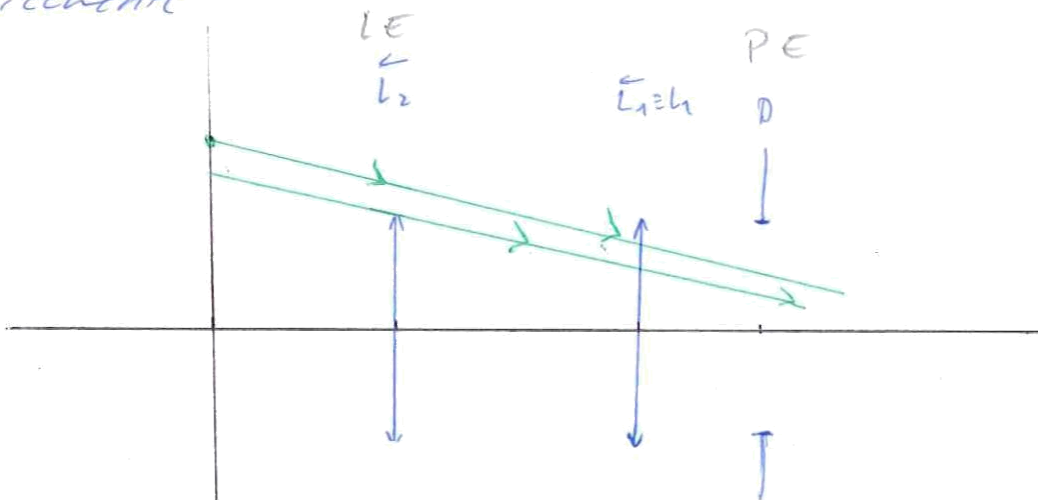
$$y_a \text{ le hemos calculado } \begin{cases} x = 107,2 \text{ cm} \\ d = 11 \text{ cm} \end{cases}$$

Imagen de D:

$$\bullet \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-24} + \frac{1}{12} \right)^{-1} = 24 \text{ cm}$$

$$\bullet \beta = \frac{s'}{s} = \frac{-24}{-24} = +1 \Rightarrow d = 11 \text{ mm}$$

Gráficamente



$$\boxed{L_2 \rightarrow DC, \quad \vec{L}_2 \rightarrow L.E, \quad \vec{L}_2 \equiv \vec{L}_2 \rightarrow L.S.}$$

$$x = 24 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

• CARROS DE ILUMINACIÓN

$$r_p = \frac{x_{PE} \cdot r_{LE} - x_{LE} \cdot r_{PE}}{x_{PE} - x_{LE}} = \frac{72 \cdot 15 - 24 \cdot 14}{72 - 24} = \boxed{15,5 \text{ cm}}$$

$$r_a = \frac{x_{PE} \cdot r_{LE}}{x_{PE} - x_{LE}} = \frac{72 \cdot 15}{72 - 24} = \boxed{22,5 \text{ cm}}$$

$$r_L = \frac{X_{PE} \cdot r_{LE} - X_{LE} \cdot r_{PE}}{X_{PE} - X_{LE}} = \frac{72 \cdot 15 + 24 \cdot 14}{72 - 14} = \boxed{29,5 \text{ mm}}$$

CARACTERÍSTICAS DE LA IMAGEN

$$L_1 \cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{-56} \right)^{-1} = 22,4 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{22,4}{-56} = -\frac{2}{5} = -0,4$$

$$L_2 \cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{-9,6} \right)^{-1} = -4 \text{ mm}$$

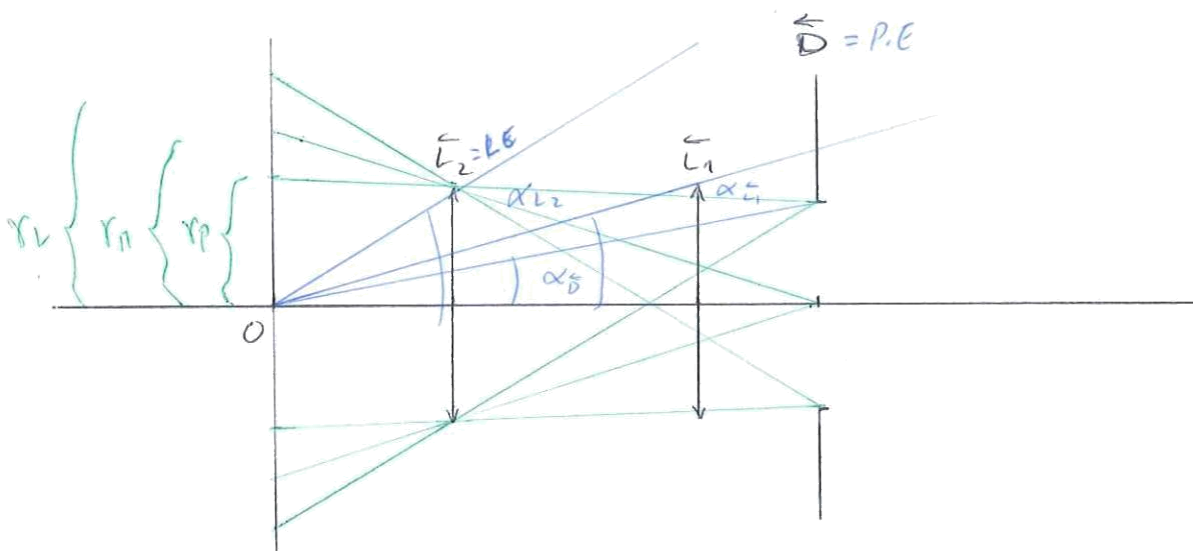
$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{-4}{-9,6} = \frac{5}{12}$$

$$\boxed{x = 40 \text{ mm}}$$

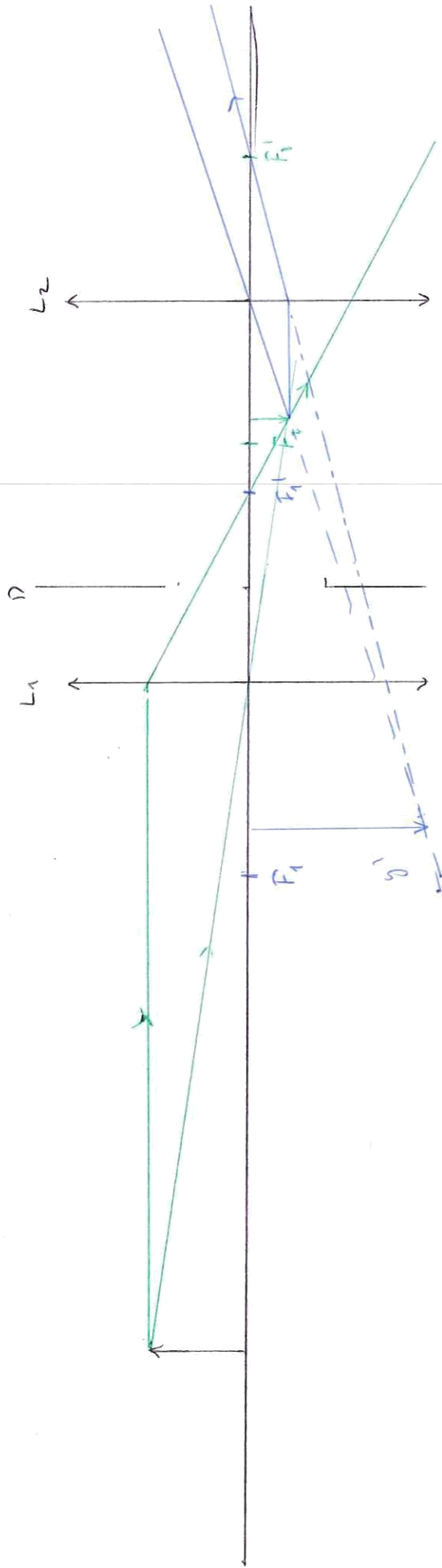
$$\boxed{\beta = -2}$$

$$\boxed{y' = -16 \text{ mm}}$$

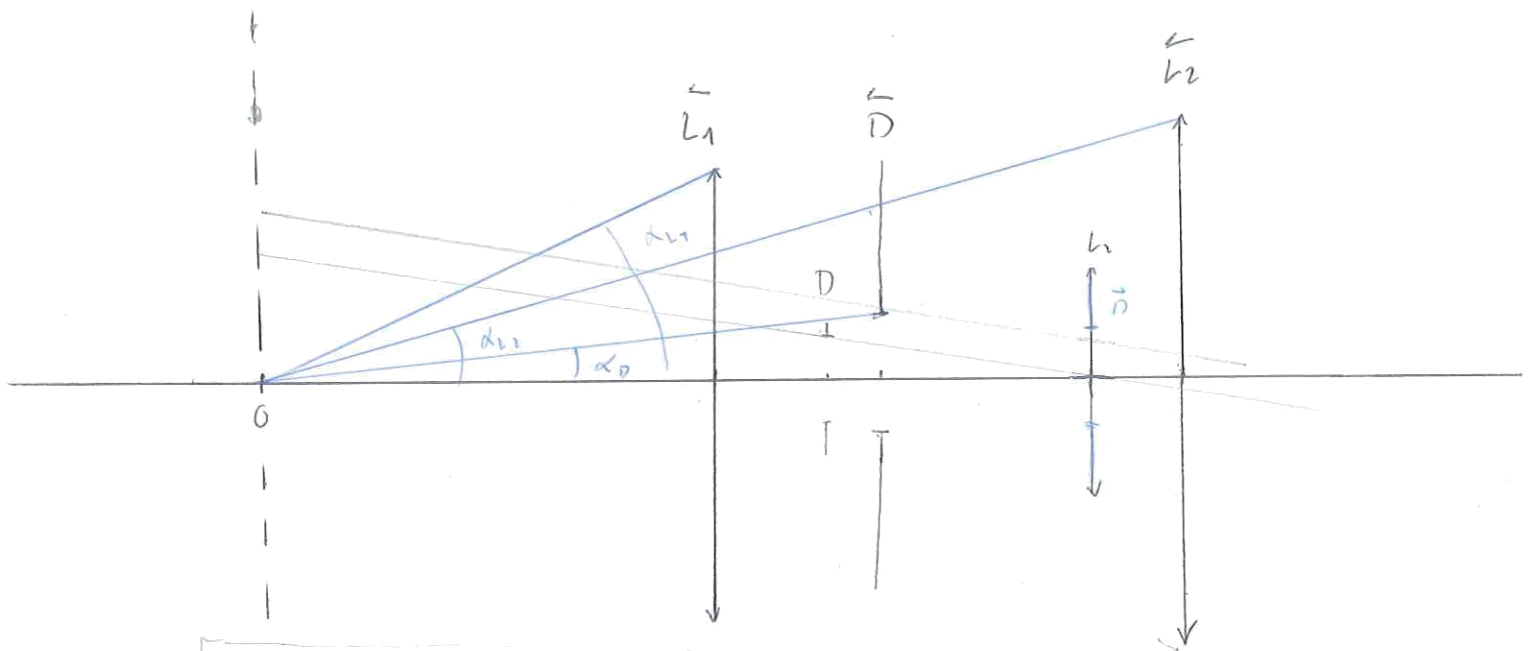
DA gráficamente



$$\alpha_D < \alpha_{L_1} < \alpha_{L_2} \Rightarrow D \Rightarrow DA$$



2:1



- $\vec{D} \Rightarrow$ DIAFRAGMA DE ABRURA ($d = 1\text{cm}$; $x = 3\text{cm}$)
 $\vec{L} \Rightarrow$ PUPILA DE ENTRADA ($d = 1,5$; $x = 4,5\text{cm}$)
 $\vec{D} \Rightarrow$ PUPILA DE SALIDA ($d = 1\text{cm}$; $x = 5\text{cm}$)

DIAFRAGMA DE CAMPO

De la imagen anterior se deduce que es L_1
 Imagen de L_1

$$\cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{-5} \right)^{-1} = 7,5\text{cm}$$

$$\cdot \beta = \frac{s'}{s} = \frac{7,5}{-5} = -1,5 \Rightarrow d = 9\text{cm}$$

- $L_1 \Rightarrow$ DIAFRAGMA DE CAMPO ($d = 6\text{cm}$; $x = 0\text{cm}$)
 $\vec{L}_1 \Rightarrow$ LUCARNA DE ENTRADA ($d = 6\text{cm}$; $x = 0\text{cm}$)
 $\vec{L}_1 \Rightarrow$ LUCARNA DE SALIDA ($d = 9\text{cm}$; $x = 12,5\text{cm}$)

15. ARIKETA 0 $x = -12 \text{ cm}$

L_1 conv.	$d = 6 \text{ cm}$	$f' = 9 \text{ cm}$	$x = 0$
L_2 conv.	$d = 3 \text{ cm}$	$f' = 3 \text{ cm}$	$x = 5 \text{ cm}$
D	$d = 1 \text{ cm}$.	$x = 3 \text{ cm}$

DIAFRAGMA DE APERTURA

$$\bar{L}_1 = L_1$$



Anti-imagen de L_2 :

$$\bullet \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} \right)^{-1} = 11,25 \text{ cm}$$

$$\bullet \beta = \frac{s'}{s} = \frac{5}{11,25} = 0,44 \rightarrow d = 6,75 \text{ cm}$$

Anti-imagen de D:

$$\bullet \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9} \right)^{-1} = 4,5 \text{ cm}$$

$$\bullet \beta = \frac{s'}{s} = \frac{3}{4,5} = 0,6 \rightarrow d = 1,5$$

$$\tan \alpha_{L_1} = \frac{3}{12} \Rightarrow \alpha_{L_1} = 14,04^\circ$$

$$\tan \alpha_{L_2} = \frac{6,75}{2 \cdot 23,25} \Rightarrow \alpha_{L_2} = 8,258^\circ$$

$$\tan D = \frac{1,5}{2 \cdot 16,5} \Rightarrow \boxed{\alpha_D = 2,6^\circ}$$

Imagen de D:

$$\bullet \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{-3} \right)^{-1} = 0 \text{ cm}$$

$$\bullet \beta = \frac{\beta'}{s} = 0 \rightarrow d = 1 \text{ cm}$$

16. ARRIETA

L_1	CONV.	$d_1 = 4 \text{ cm}$	$f_1' = 4 \text{ cm}$	$x = 0$
D		$d = 2 \text{ cm}$		$x = -2 \text{ cm}$
L_2	DIV.	$d_2 = 3 \text{ cm}$	$f_2' = -4 \text{ cm}$	$x = 2,5 \text{ cm}$
O		$x = -24 \text{ cm}$		

ELEMENTOS CARDINALES

- POSICIÓN DE LOS FOCOS

$$H_1 F = \frac{f_1 (f_2 + e)}{e - f_1' + f_2} = \frac{-4(4 + 2,5)}{2,5 - 4 + 4} = -10,4 \text{ cm} //$$

" $O_1 = L_1$

$$H_2' F' = \frac{f_2' (e - f_1')}{e - f_1' + f_2} = \frac{-4(2,5 - 4)}{2,5 - 4 + 4} = 2,4 \text{ cm} //$$

" $O_2 = L_2$

- POSICIÓN DE LOS PLANOS PRINCIPALES

$$H_1 H = \frac{e f_1}{e - f_1' + f_2} = \frac{2,5 \cdot (-4)}{2,5 - 4 + 4} = -4 \text{ cm} //$$

" $O_1 = L_1$

$$H_2' H' = \frac{e \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2} = \frac{2,5 \cdot (-4)}{2,5 - 4 + 4} = -4 \text{ cm} //$$

" $O_2 = L_2$

Para hacer la determinación gráfica de la imagen del objeto, utilizaremos el eje que nos han recomendado.

ANALÍTICAMENTE:

- L_1 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{-24} \right)^{-1} = 4,8$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{4,8}{-24} = -0,2 \text{ cm}$$

- L_2 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-4} + \frac{1}{4,8-2,5} \right)^{-1} = 5,41 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{5,41}{4,8-2,5} = 2,35 \text{ cm}$$

$$\beta = \beta_1 \beta_2 = -0,2 \cdot 2,35 = -0,47$$

La imagen aparecerá a 5,41 cm a la derecha de L_2 con un aumento de -0,47.

DIAPHRAGMA DE APERTURA

$$\vec{L}_1 = L_1, \quad \vec{D} = D$$

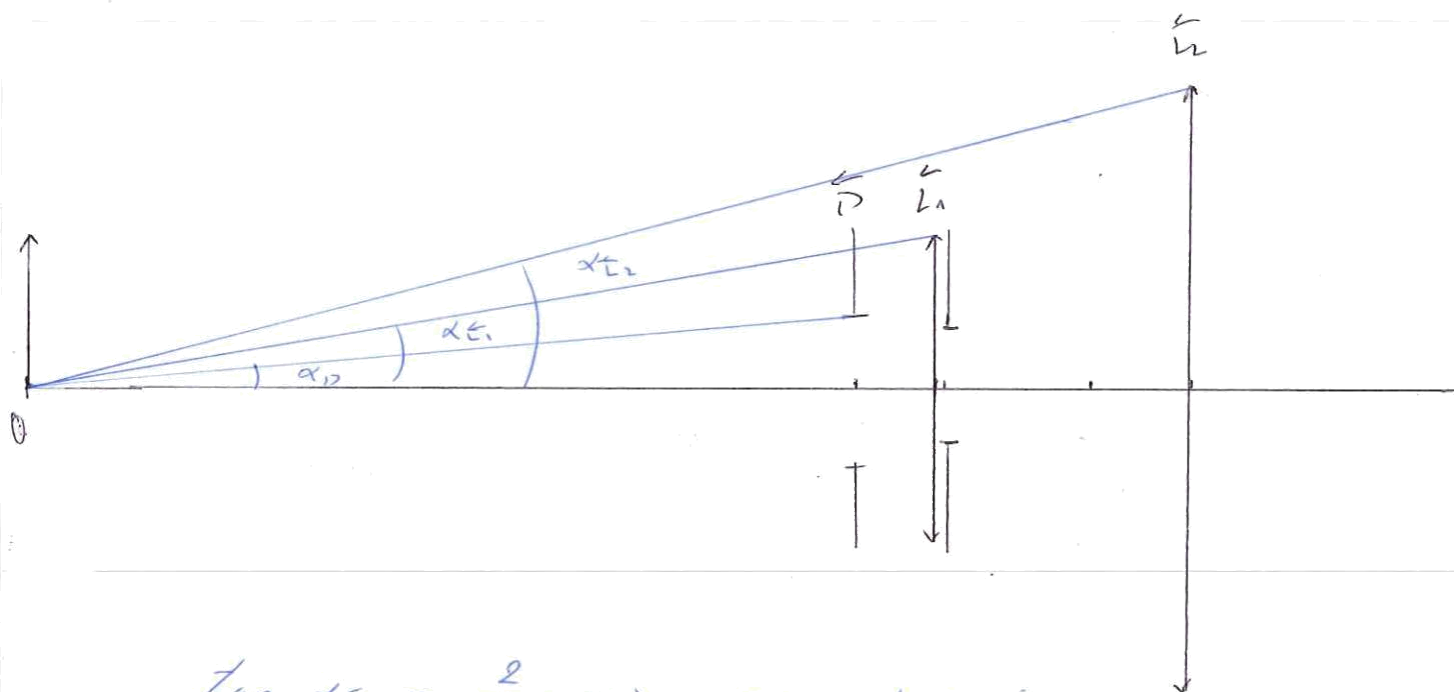
de $D \rightarrow$ está en el otro lado!!!

$$\left(\begin{array}{l} \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-4,1} + \frac{1}{-4} \right)^{-1} = -2,11 \\ \beta = \frac{s'}{s} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow d = 2 \text{ cm} \end{array} \right)$$

Anti-imagen de L_2 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{2,5} - \frac{1}{4} \right)^{-1} = 6,6 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{2,5}{6,6} = \frac{3}{8} \rightarrow d = 8 \text{ cm}$$



$$\tan \alpha_{L_1} = \frac{2}{24} \Rightarrow \alpha_{L_1} = 4,76^\circ$$

$$\tan \alpha_{L_2} = \frac{4}{30,6} \Rightarrow \alpha_{L_2} = 7,45^\circ$$

$$\tan \alpha_D = \frac{1}{22} \Rightarrow \alpha_D = 2,60^\circ$$

Imagen de D:

$$L_1: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-2} + \frac{1}{4} \right)^{-1} = -4 \text{ cm}$$

$$L_2: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-6,5} + \frac{1}{-4} \right)^{-1} = -2,48 \text{ cm}$$

$$\beta = \beta_1 / \beta_2 = \frac{s'_1}{s_1} \cdot \frac{s_2}{s'_2} = \frac{-4}{-2} \cdot \frac{-2,48}{-6,5} = 0,76 \Rightarrow d = 1,5 \text{ cm}$$

D \Rightarrow DIAFRAGMA DE APERTURA ($d = 2 \text{ cm}$, $x = -2 \text{ cm}$)

\overleftarrow{D} \Rightarrow PUPILA DE ENTRADA ($d = 2 \text{ cm}$, $x = -2 \text{ cm}$)

\overrightarrow{D} \Rightarrow PUPILA DE SALIDA ($d = 1,5 \text{ cm}$, $x = 0,02 \text{ cm}$)

Como la imagen del objeto aparece en la
lucarne de salida, el plano objeto es la
lucarne de entrada.

Y como $d_{L1} = 2$ y $\beta = -0,47 \rightarrow d_{L2} = 4,28 \text{ cm}$

De modo que

$$r_p = \frac{O_{PE} \cdot r_{LE} - \cancel{O_{LE}} r_{PE}^0}{O_{PE} - \cancel{O_{LE}}} = \frac{22 \cdot 4,25}{22 \cdot 2} = 2,125 \text{ cm} //$$

$$r_m = \frac{O_{PE} \cdot r_{LE}}{O_{PE}} = r_p = 2,125 \text{ cm} //$$

$$r_c = \frac{O_{PE} \cdot r_{LE} + \cancel{O_{LE}} \cdot r_{PE}^0}{O_{PE} - \cancel{O_{LE}}} = r_p = r_m = 2,125 \text{ cm} //$$

Como $r_p = r_m = r_c$ se dice que solo hay
campo de iluminación plana (esto ocurre siempre
que $L\bar{E}$ esté en el plano objeto)

Rayo sobre y eso

17. ARILETA

Doblete $(-2, 3, 3)$ $u = 10 \text{ mm}$

$$\frac{f_1'}{a} = \frac{e}{b} = \frac{f_2'}{c} = u \Rightarrow \frac{f_1'}{-2} = \frac{e}{3} = \frac{f_2'}{3} = 10 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow f_1' = -20 \text{ mm} \quad f_2' = 30 \text{ mm} \quad e = 30 \text{ mm}$$

a) ELEMENTOS CARDINALES

POSICIÓN DE LOS FOCOS:

$$\begin{array}{l} H_1 F \\ \text{"} \\ O_1 F \end{array} = \frac{f_1 \cdot (f_2 + e)}{e - f_1' + f_2} = \frac{20(-30 + 30)}{30 + 20 - 30} = 0 \text{ mm}$$

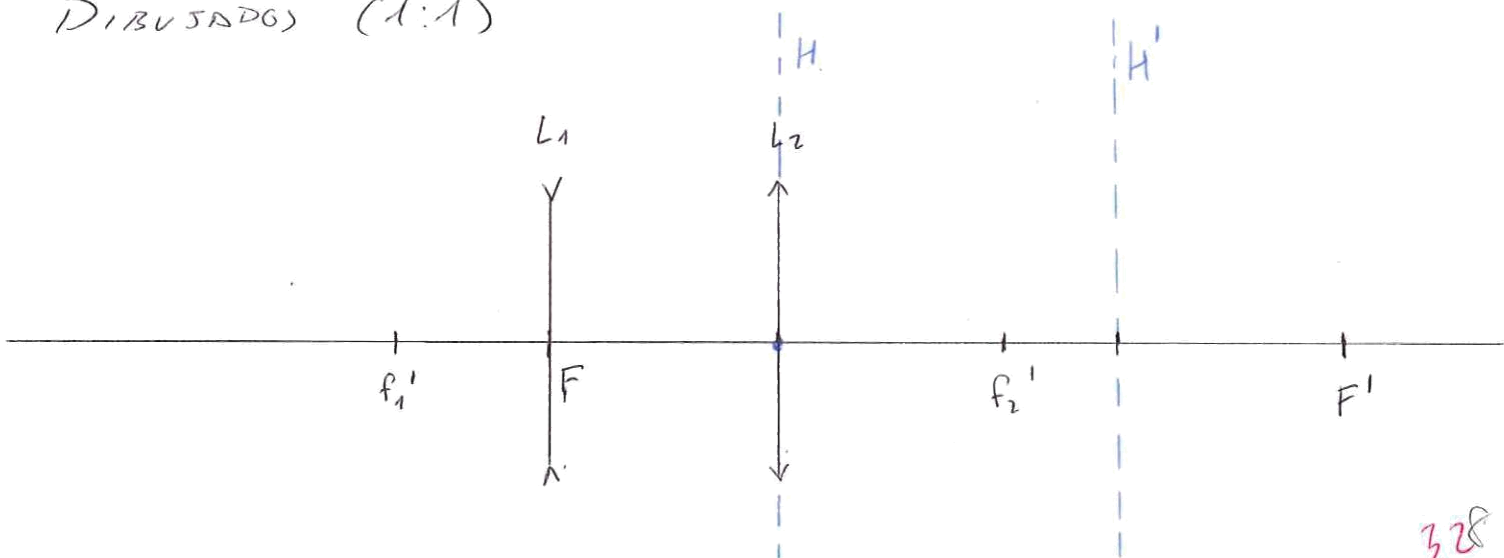
$$\begin{array}{l} H_2' F' \\ \text{"} \\ O_2' F' \end{array} = \frac{f_2' (e - f_1')}{e - f_1' + f_2} = \frac{30(30 + 20)}{30 + 20 - 30} = 75 \text{ mm}$$

POSICIÓN DE LOS PLANOS PRINCIPALES

$$\begin{array}{l} H_1 H \\ \text{"} \\ O_1 H \end{array} = \frac{e f_1}{e - f_1' + f_2} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20 - 30} = 30 \text{ mm}$$

$$\begin{array}{l} H_2' H' \\ \text{"} \\ O_2' H' \end{array} = \frac{e \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2} = \frac{30 \cdot 30}{30 + 20 - 30} = 45 \text{ mm}$$

DIBUJADOS (1:1)



b) DA $x = 20 \text{ mm}$ $d = ?$

Número de apertura $N = 1,5$

NÚMERO DE APERTURA: $N = \frac{f'}{d_{PE}} = \frac{H'F'}{d_{PE}}$

$H'F' = H_2'F' - H_2'H' = 75 - 45 = 30 \text{ mm}$

$d_{PE} = \frac{H'F'}{N} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ mm}$

PE $\equiv \overleftarrow{DA}$ (por L_1)

Ante-imagen del diafragma:

$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-20} + \frac{1}{20} \right)^{-1} = 10 \text{ mm}$

$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{20}{10} = 2 \Rightarrow d_{PE} = 20 \text{ mm} = \frac{d_{DA}}{2}$

$d_{DA} = 40 \text{ mm} //$

c) O $\Rightarrow x = -90 \text{ mm}$ $y = 60 \text{ mm}$

$L_1: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s_1' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-20} + \frac{1}{-90} \right)^{-1} = -16,36 \text{ mm}$

$L_2: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s_2' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{-46,36} \right)^{-1} = 85, \text{ mm}$

$\beta = \beta_1, \beta_2 = \frac{s_1'}{s_1} \cdot \frac{s_2'}{s_2} = \frac{-16,36}{-90} \cdot \frac{85}{-46,36} = -0,333$

La imagen de O aparecerá a 85 mm de L_2 ; es decir, a 115 mm de L_1 (a la derecha) con un aumento del $-0,333$; es decir, con una altura de 19,98 mm (de forma invertida)

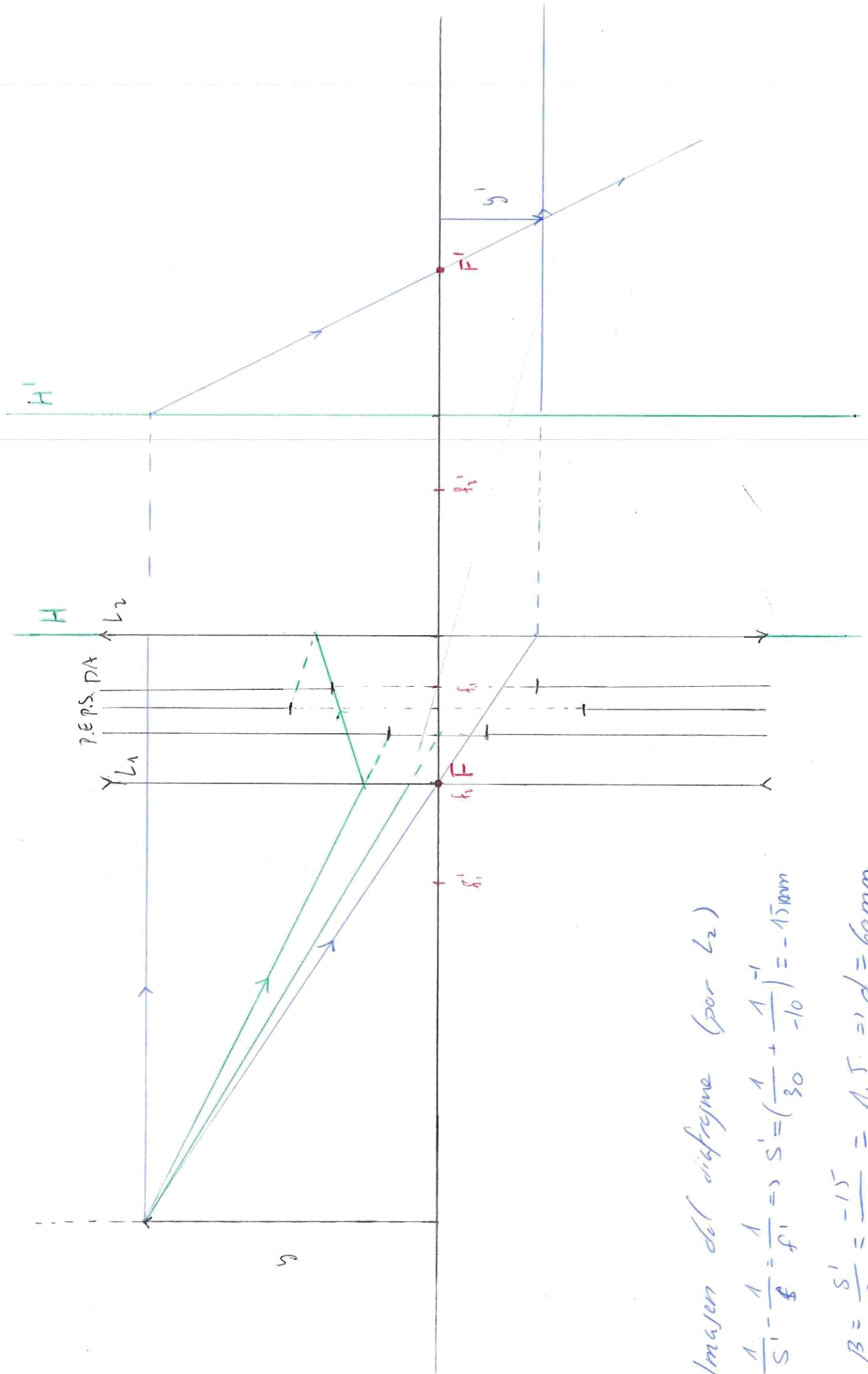


Imagen del diafragma (por L_2)

$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{f_1'} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow s_1' = \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{-10} \right)^{-1} = -15 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{s_1'}{s} = \frac{-15}{-10} = 1,5 \Rightarrow d = 60 \text{ mm}$$

c) d_{DC} para que se puede recoger completamente la imagen del objeto.

El diafragma de campo deberá medir al menos lo que mide la imagen del objeto que, como hemos calculado antes, es: $y' = 19,98 \text{ cm}$.

De modo que $h_{DC} = 20 \text{ mm}$, por lo que su apertura tendrá que ser: $d_{DC} = 40 \text{ mm}$

20. ARKETA

$$a \left\{ \begin{array}{ll} L_1 & \varphi_1 = 25d \quad x = 0 \text{ cm} \\ L_2 & \varphi_2 = -50d \quad x = 1 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$b \left\{ \begin{array}{ll} L_3 & \varphi_3 = 25d \quad x = 4 \text{ cm} \\ L_4 & \varphi_4 = -6 \text{ cm} \quad x = 6 \text{ cm} \end{array} \right.$$

a) Obtener analítica y gráficamente los elementos cardinales de cada sistema.

$$a) \quad \varphi_1 = 25d = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow f_1' = 4 \text{ cm}$$

$$\varphi_2 = -50d = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow f_2' = -2 \text{ cm}$$

POSICIÓN DE LOS FOCOS

$$H_1 F = \frac{f_1(f_2 + e)}{e - f_1' + f_2} = \frac{-4(2+1)}{1-4+2} = 12 \text{ cm} //$$

$$O_1 F = 4F$$

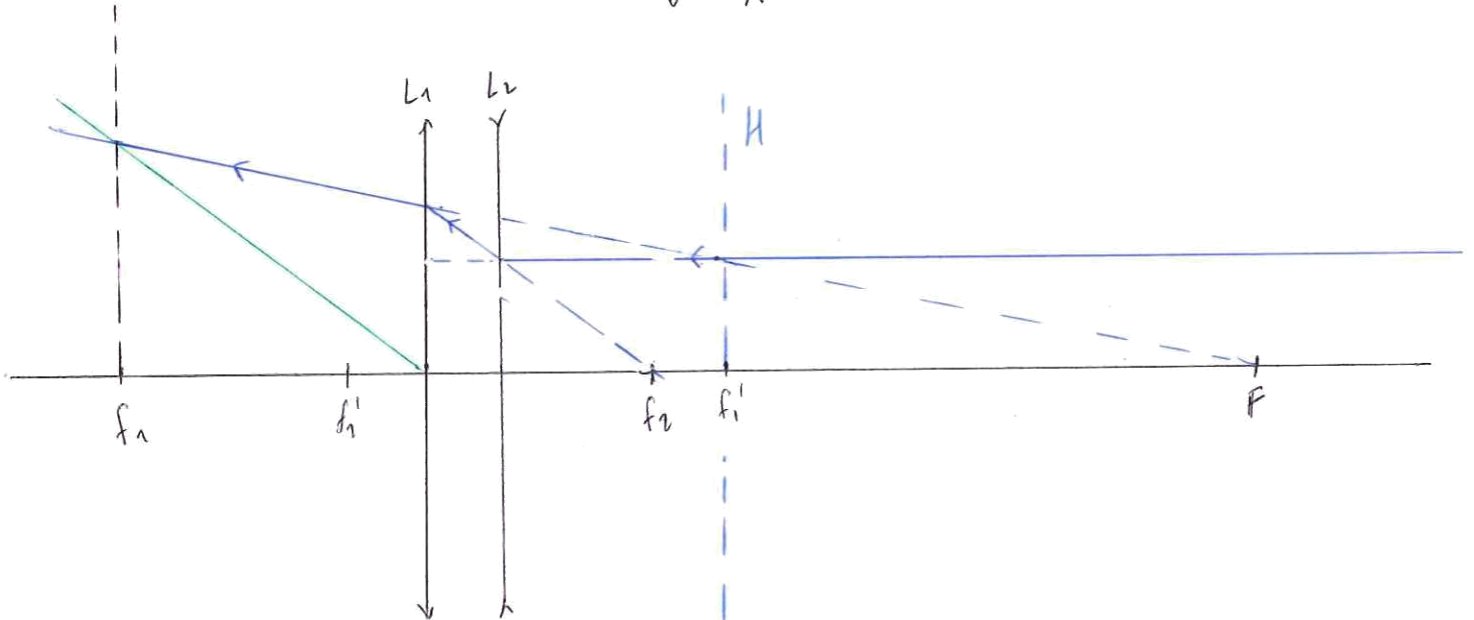
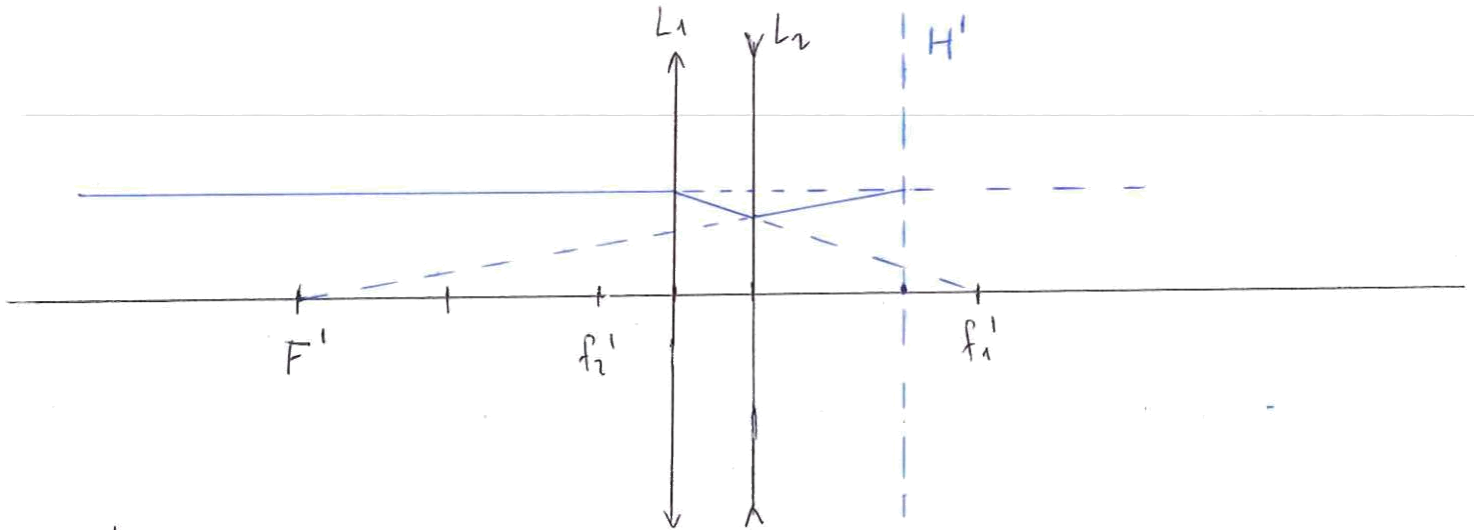
$$H_2' F' = \frac{f_2'(e - f_1')}{e - f_1' + f_2} = \frac{-2(1-4)}{1-4+2} = -6 \text{ cm} //$$

$$O_2' F' = 2F'$$

POSICIÓN DE LOS PLANOS PRINCIPALES

$$H_1 H = \frac{e f_1}{e - f_1' + f_2} = \frac{-4}{1 - 4 + 2} = 4 \text{ cm} //$$

$$H_2' H' = \frac{e f_2'}{e - f_1' + f_2} = \frac{-2}{1 - 4 + 2} = 2 \text{ cm} //$$



b)

$$\varphi_3 = 25d = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow f_2' = 4 \text{ cm}$$

POSICIÓN DE LOS FOCOS

$$H_3 F = \frac{f_1 (f_2 + e)}{e - f_1' + f_2} = \frac{-4 (6 + 2)}{2 - 4 - 6} = 4 \text{ cm} //$$

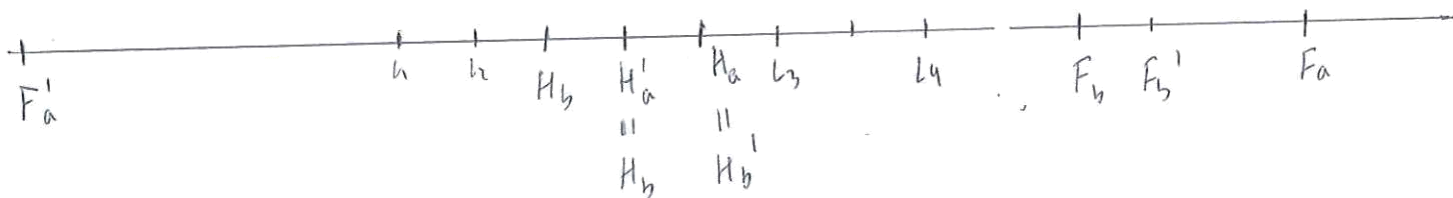
$$H_4 F' = \frac{f_4' (e - f_3')}{e - f_3' + f_4} = \frac{-6(2-4)}{2-4+6} = 3 \text{ cm}$$

POSICIÓN DE LOS PLANOS PRINCIPALES

$$H_3 H = \frac{e f_3}{e - f_3' + f_4} = \frac{2 \cdot (-4)}{2-4+6} = -2 \text{ cm}$$

$$H_4' H' = \frac{e \cdot f_4'}{e - f_3' + f_4} = \frac{2 \cdot (-6)}{2-4+6} = -3 \text{ cm}$$

b) Demostrar que el sistema que resulta de la asociación equivale a una sola lente delgada, cuya posición y potencia deberán obtenerse



$$H_3' H_4 = H_3 H_4 = 0 \Rightarrow e = 0 \Rightarrow \text{"lente delgada"}$$

$$f_a = H_3 F_3 = 8 \text{ cm} \quad f_a' = H_4' F_4' = -8 \text{ cm}$$

$$f_b = H_4 F_4 = -6 \text{ cm} \quad f_b' = H_3' F_3' = 6 \text{ cm}$$

$$f = HF = H_3 F = \frac{f_a (f_b + e)}{e - f_a' + f_b} = \frac{8(-6+0)}{0+8-6} = 24 \text{ cm}$$

$$f' = H_3' F' = \frac{f_b' (e - f_a')}{e - f_a' + f_b'} = \frac{6(0 - (-8))}{0 - (-8) - 6} = 24 \text{ cm}$$

$$\varphi = \frac{1}{f} = \frac{1}{-0,24} = -4,16 \text{ d} // \quad \varphi' = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,24} = 4,16 \text{ d} //$$

c) El sistema de la asociación anterior se utiliza como teleobjetivo de una cámara fotográfica ($f' = 24 \text{ cm}$). Utilizando un teleobjetivo enfocamos un objeto situado a 100 m . Calcular el tamaño de grano necesario para que, utilizando un número de apertura $N = 22$, podamos enfocar nítidamente lo situado entre 100 m y ∞ . Calcular el tamaño del campo si utilizamos una película $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$



$$\beta L_1 = 16 \text{ mm}$$

$$L_2 \quad \beta L_2 = 24 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{0,24} + \frac{1}{-100} \right)^{-1} = 0,24 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{0,24}{100} = 0,0024$$

Campo: $15 \text{ m} \times 10 \text{ m} //$

21. ARIKETA

Un sistema de dos lentes divergentes de 35 cm de focal separadas por 80 cm. Calcule gráfica y analíticamente sus elementos cardinales.

POSICIÓN DE LOS FOCOS

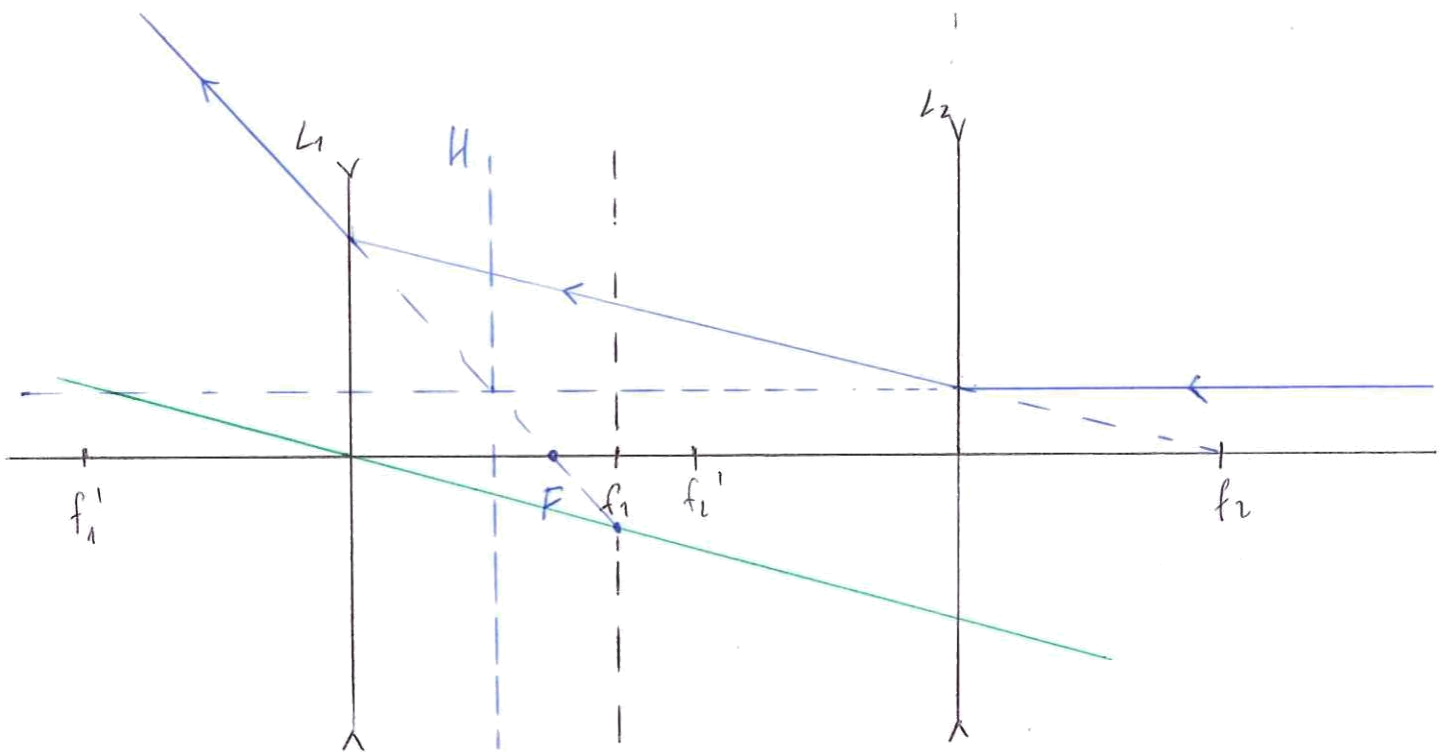
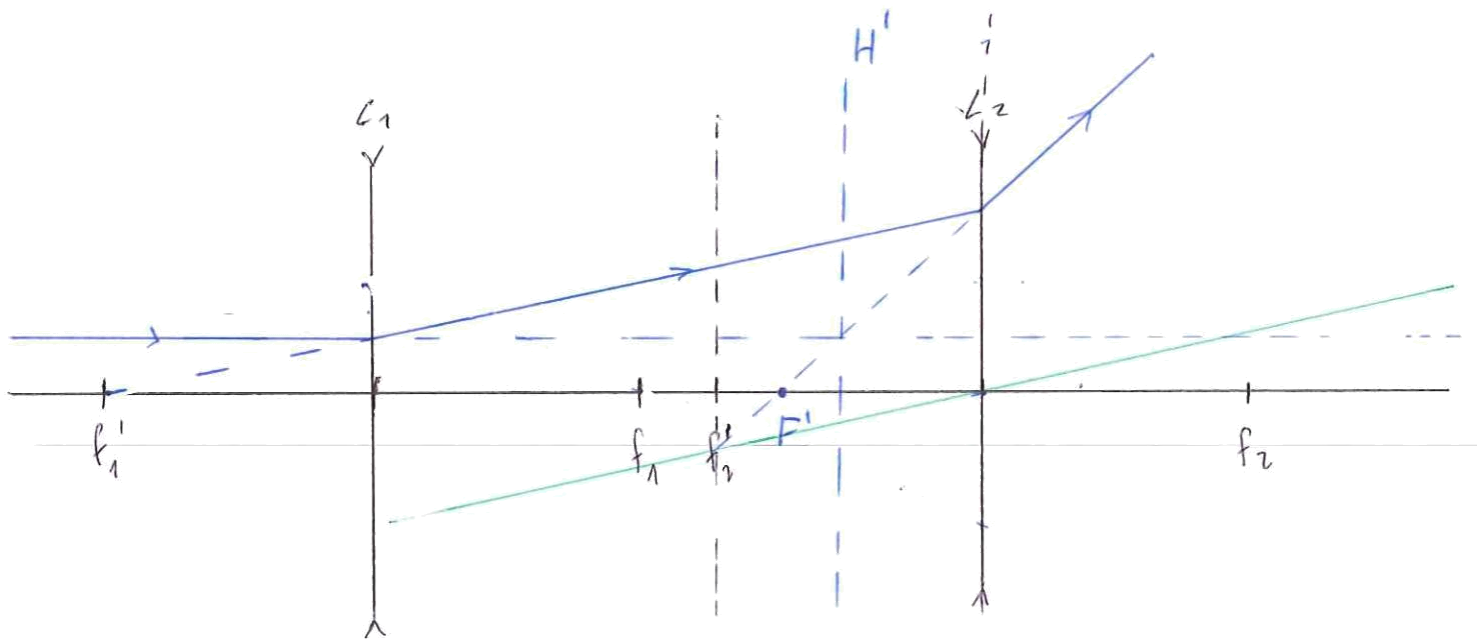
$$H_1F = \frac{f_1(f_2 + e)}{e - f_1' + f_1} = \frac{35(35 + 80)}{80 + 35 + 35} = 26,83 \text{ cm}$$

$$H_2'F' = \frac{f_2'(e - f_1')}{e - f_1' + f_2} = \frac{-35(80 + 35)}{80 + 35 + 35} = -26,83 \text{ cm}$$

POSICIÓN DE LOS PLANOS PRINCIPALES

$$H_1H = \frac{ef_1}{e - f_1' + f_2} = \frac{80 \cdot 35}{80 + 35 + 35} = 48,6 \text{ cm}$$

$$H_2'H' = \frac{ef_2'}{e-f_1'+f_2} = \frac{80 \cdot (-35)}{80+35+35} = -11,6 \text{ cm}$$



Si el diámetro de la montura de la primera lente es de 20 cm y el de la segunda lente 8 cm, calcular la posición de un objeto para que las monturas de ambas lentes actúen a la vez como diafragmas de apertura (doble pupila)

Calculamos la anti-ingen de L_2 por L_1

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{80} - \frac{1}{-35} \right)^{-1} = 24,35$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{24,35}{80} = 0,304 \quad d_{L_2} = 24,35 \text{ cm}$$

$$\tan \alpha_{L_1} = \frac{20}{x} = \tan \alpha_{L_2} = \frac{24,35}{x + 24,35}$$

$$20x + 24,35 \cdot 20 = 24,35x \Rightarrow x = \frac{24,35 \cdot 20}{24,35 - 20} = 111,55 \text{ cm}$$

El objeto tiene que estar a 112 cm de L_1 (aprox.).
Si movemos el plano del objeto alejándonos / acercándonos de la primera lente, ¿de qué lente sería la montura que actuaría como DC?

$$x' > x \rightarrow \tan \alpha_{L_1} < \tan \alpha_{L_2} \rightarrow L_2 \equiv DA$$

$$x' < x \rightarrow \tan \alpha_{L_1} > \tan \alpha_{L_2} \rightarrow L_1 \equiv DA$$

En cualquier caso, L_1 siempre será el diafragma de campo, independientemente de la posición del objeto.

Para la posición del plano del objeto trabajando con doble pupila, ¿dónde habría que colocar un nuevo diafragma que actuara como diafragma de campo para que el campo fuera solo de plano? ¿Sería factible?

Para que solo haya campo de plano: $O_{L_2} = 0$

$$\bullet \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'_1} \rightarrow S = \left(\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{f'_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-111,95} - \frac{1}{-35} \right)^{-1} = 50,92$$

$S = 50,92 \text{ cm} \rightarrow$ A la derecha de L_1
 por lo tanto no pasará por L_1 es
 anti-imagen, por lo que la única opción es
 que la LE esté sobre la DC.

22. ARIKETA

Una lente delgada acromática de $d = 5 \text{ cm}$ y
 $\varphi = 2 \text{ d}$ se utiliza como objetivo de un pequeño
 telescopio cuyo ocular es una lente de $\varphi = -10 \text{ d}$
 y $d = 2 \text{ cm}$. Calcular la distancia entre ambas
 lentes para que un observador miope de $\varphi = -2 \text{ d}$
 vea en su punto remoto la imagen de un
 objeto a 20 m . $f'_{\text{OBS}} = 50 \text{ cm}$ $f'_{\text{OCU}} = -10 \text{ cm}$

$$a_{\text{PR}} = \frac{1}{\varphi} = \frac{1}{-2} = -50 \text{ cm} = a_{\text{OCU}}$$

$$\bullet \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow a_{\text{OCU}} = \left(\frac{1}{a'_{\text{OCU}}} - \frac{1}{f'_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-50} - \frac{1}{-10} \right)^{-1} = 12,5 \text{ cm}$$

$$\bullet \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \frac{1}{x + a_{\text{OCU}}} - \frac{1}{a_{\text{OBS}}} = \frac{1}{f'_{\text{OBS}}}$$

$$x + 12,5 = \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{-2000} \right)^{-1} \rightarrow x = \left(\frac{1}{50} - \frac{1}{2000} \right)^{-1} - 12,5$$

$$x = 38,78 \text{ cm} //$$

Calcular el tamaño de la pupila de salida.
 Anti-imagen del ocular a través del objetivo

$$\bullet \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow S = \left(\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{f'_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{38,78} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = 177,82 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{38,78}{172,82} = 0,224 \rightarrow d_{\text{ocu}} = 8,9 \text{ cm}$$

$$\tan \alpha_{\text{obj}} = \frac{s}{2 \cdot 2000} \rightarrow \alpha_{\text{obj}} = 0,0716$$

$$\tan \alpha_{\text{ocu}} = \frac{8,9}{2 \cdot (2000 + 172,82)} \rightarrow \alpha_{\text{ocu}} = 0,117,3$$

$O_{\text{BS}} \equiv \text{DIAFRAGMA DE APERTURA}$

$O_{\text{BS}} \equiv \text{PUPILA DE ENTRADA}$

$O_{\text{BS}} \equiv \text{PUPILA DE SALIDA}$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-38,78} + \frac{1}{-10} \right)^{-1} = -7,95 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{-7,95}{-38,78} = 0,205 \Rightarrow d_{\text{ps}} = 0,41 \text{ cm}$$

Si la montura del ocular trabaja como diafragma de campo, calcular el campo de vista.

$$O_{\text{CU}} \equiv \text{DA} \Rightarrow O_{\text{CU}} \equiv \text{LE} \Rightarrow s = 172,82 \text{ cm}, d = 8,9 \text{ cm}$$

$$r_n = \frac{O_{\text{PE}} \cdot r_{\text{LE}}}{O_{\text{PE}} - O_{\text{LE}}} = \frac{2000 \cdot \frac{8,9}{2}}{|2000 - (2000 + 172,82)|} = 51,50 \text{ cm}$$

23. ARIKETA

Procedamos a diseñar una pequeña mira telescópica utilizando una lente convergente, que hace las labores de objetivo ($d = 4 \text{ cm}$, $f' = 5 \text{ cm}$); otra lente convergente ($f' = 1 \text{ cm}$) y entre ambas

una lente convergente ($\varphi = 50d$) que hace de función de inversor de imagen. La lente inversora se coloca de tal forma que su punto antiprincipal objeto coincide con el foco imagen del objetivo y su punto antiprincipal imagen con el foco objeto del ocular.

a) Dibujar a través de la mira telescópica y a escala, el trazado gráfico de un rayo que entra en la mira por un extremo de la PE ; suponer que la mira está enfocada al infinito para un observador emétrope PR .
Utilizando el trazado anterior, calcular aproximadamente los aumentos y la longitud de la mira.

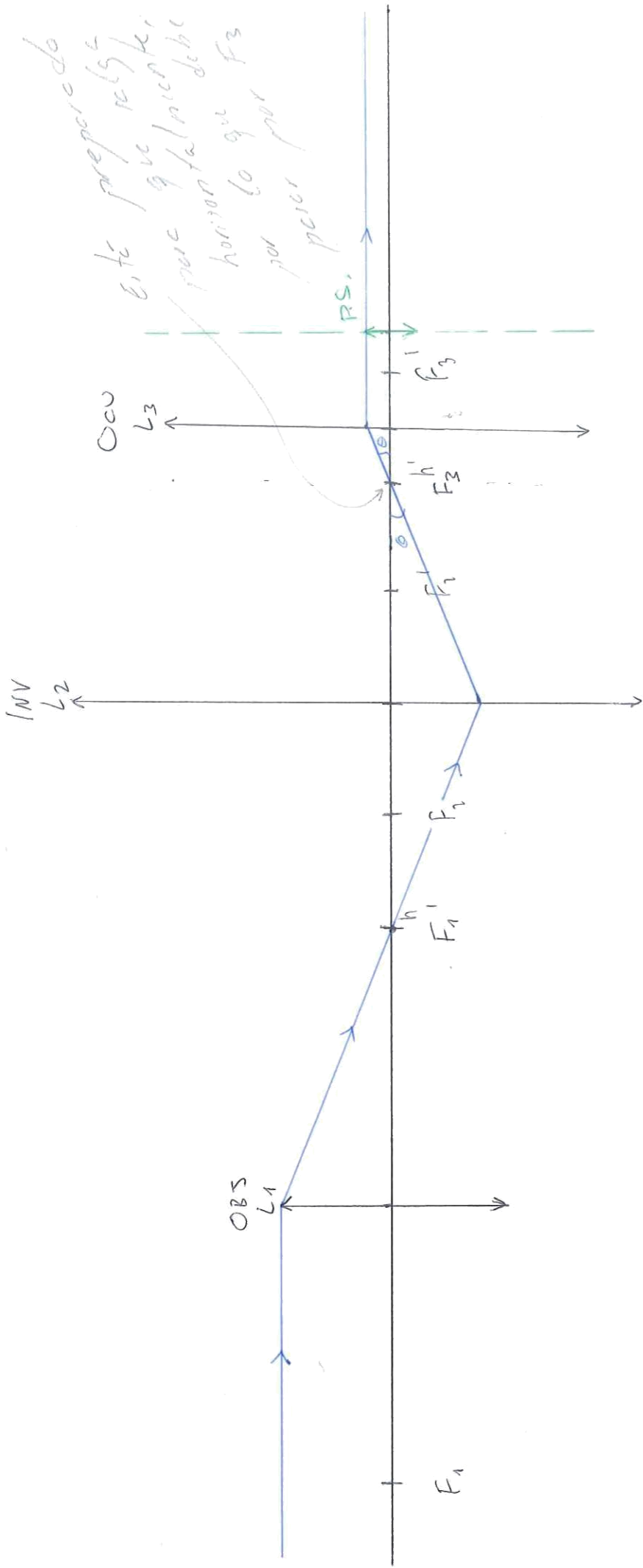
Al tratarse de un telescopio $\Rightarrow OBS \equiv PE$

Utilizando los puntos antiprincipales que cumplen $\beta = -1$: $\left[\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \right]$

$$INV \Rightarrow \frac{1}{-s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{s} = \frac{1}{2} \rightarrow s = 4cm$$

$$L_1 F_1' = -4cm \quad L_2 F_2 = 4cm$$

$$L_1 L_3 = \left| \begin{array}{l} 5 + 4 + 1 + 4 = 14cm \\ L_1 F_1' - L_2 F_1' + L_2 F_2 - L_3 F_3 \end{array} \right. \rightarrow \text{longitud de la mira}$$



AUMENTO:

$$\tan \theta = \frac{1,6}{4} = \frac{g_1'}{1} \rightarrow g_1' = 0,4 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{g_1'}{g} = \frac{0,4}{4/2} = \frac{1}{5} = 0,2 //$$

b) Calcular la posición y el tamaño de la pupila de salida

Como el diafragma de apertura es el objetivo, la pupila de salida será la imagen de L_1 a través de L_2 y L_3

$$\text{INV: } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s_2' = \left(\frac{1}{f_2'} + \frac{1}{s_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{9} \right)^{-1} = 2,57 \text{ cm}$$

$$\text{OCU: } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s_3' = \left(\frac{1}{f_3'} + \frac{1}{s_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5-2,57} \right)^{-1} = 1,7 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{s_2' s_3'}{s_2 s_3} = \frac{2,57 \cdot 1,7}{9 \cdot (5 - 2,57)} = 0,1991 \rightarrow d = 0,779 \text{ cm}$$

c) Calcular el desplazamiento del conjunto lente inversora-ocular cuando la mira estaba enfocada al infinito pero el observador emétrope en su punto remoto si ahora enfocamos la mira sobre un blanco a 13m. Sin necesidad de rehacer otra vez los cálculos, ¿varía el tamaño de la pupila de salida con respecto al apertado anterior? ¿y el aumento?

El blanco a través de L_1

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \rightarrow s_1' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{1300} + \frac{1}{5} \right)^{-1} = 5,02 \text{ cm}$$

$f_1' = 5 \text{ cm}$ (para lo que estaba preparado)

luego debemos desplazar el sistema 0,02cm a la derecha //

El aumento disminuye porque aunque la distancia entre L_1 y L_2 aumenta, la distancia entre L_2 y L_3 se mantiene constante. Luego el rayo cortará L_2 más arriba que antes y no podrá remontar la altura perdida

\Rightarrow La PS será más pequeña

Matemáticamente $S_2^{\text{ahora}} < S_2^{\text{antes}} \rightarrow S_3^{\text{ahora}} < S_3^{\text{antes}}$

d) Si la mira está enfocada a 13m como en el apartado c), calcular el desplazamiento del ocular para que la imagen final se le presente a un observador miope de $-2d$ en su punto remoto.

$$\frac{1}{S_1} - \frac{1}{S} = \frac{1}{f_1} \rightarrow \frac{1}{P_R} - \frac{1}{\infty} = -2 \rightarrow P_R = -50 \text{ cm}$$

$$a_3' \equiv P_R = -50 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{a_3'} - \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f_2'} \rightarrow a_3 = \left(\frac{1}{a_3'} - \frac{1}{f_2'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-50} - \frac{1}{1} \right)^{-1} = -0,98 \text{ cm}$$

Como antes $a_3 = F_3 = -1 \text{ cm}$ debemos desplazar $0,02 \text{ cm}$ el ocular a la izquierda, es decir, situarlo a $4,98 \text{ cm}$ del inversor.

28. ARKETA

[o 25 siguiente crillete]

Un superteleobjetivo consta, de forma simplificada, de dos lentes separadas por 20cm.

La primera es positiva $f'_1 = 30\text{cm}$ y la segunda negativa $f'_2 = -15\text{cm}$. Calcular el tamaño de la lucerna de entrada en metros si el tamaño de la película (CCD) es de $24 \times 36\text{mm}$, cuando se enfoca un objeto situado a 100m de la primera lente.

Sabemos que el diafragma de campo será la CCD, por lo tanto debemos saber dónde se encuentra.

Evidentemente la CCD coincide con O' puesto que es donde ha de enfocarse el objeto.

O por L_1 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-10000} + \frac{1}{30} \right)^{-1} = 30,09\text{cm}$$

O' por L_2 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{10,09} + \frac{1}{-15} \right)^{-1} = 30,82\text{cm}$$

Por lo tanto la CCD está 30,82cm a la derecha de L_2 y, como diámetro se toma la diagonal; es decir:

$$d_{\text{DC}} = \sqrt{24^2 + 36^2} = 43,267\text{cm}$$

Como solo debemos calcular el tamaño de la imagen de entrada y sabemos que la anti-imagen de la CCD (DC) está sobre el objeto:

$$\beta = \frac{s_1' s_2'}{s_1 s_2} = \frac{30,09 \cdot 30,82}{-16000 \cdot 10,09} = -0,00919 \text{ cm} = \frac{43}{5}$$

$$d_{LE} = \frac{d_{DC}}{|\beta|} = \frac{43,267}{0,00919} = 47,8 \text{ cm} \Rightarrow d_{LE} = 47,8 \text{ cm}$$

Si el diámetro del grano (pixel) es de $100 \mu\text{m}$ y el objetivo trabaja con una pupila de entrada de 5 cm de diámetro situada en H' del sistema, calcular la profundidad de campo cuando el objetivo enfoca a 100 m .

$$H_2 H' = \frac{e \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2} = \frac{20 \cdot (-15)}{20 - 30 + 15} = -60 \text{ cm}$$

$$N = \frac{f'}{d_{PE}} = \frac{f'}{5} = \frac{90}{5} = 18$$

$$f' = \frac{-f_1' f_2'}{e - f_1' + f_2} = \frac{-30 \cdot (-15)}{20 - 30 + 15} = +90 \text{ cm}$$

$$a_{\min} = \frac{a (f')^2}{(f')^2 - g N (a - f')} = \frac{-10000 \cdot 90^2}{90^2 - 0,01 \cdot 18 (10000 - 90)} = -8168,45 \text{ cm}$$

$$a_{\max} = \frac{e (f')^2}{(f')^2 + g N (a + f')} = \frac{-10000 \cdot 90^2}{90^2 + 0,01 \cdot 18 (10000 + 90)} = -12824,17 \text{ cm}$$

PROFUNDIDAD DE CAMPO: $(-128,24, 81,68) \text{ m}$

25. ARIKETA

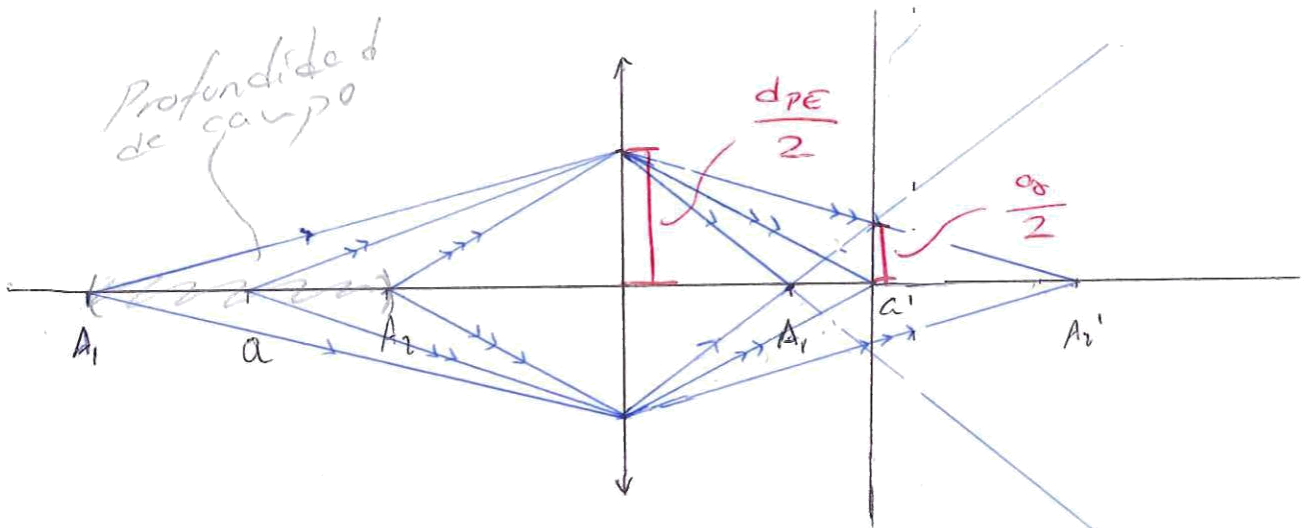
Una máquina fotográfica está enfocada a 10m. El objetivo se puede considerar una lente simple de 50mm de foc. Si el número de apertura seleccionado es 8 y el tamaño del diámetro del grano (píxel) que se utiliza es de 60µm, calcular para estas condiciones la profundidad de campo.

$$f'_{obs} = 50\text{mm}$$

$$N = 8$$

$$O = 10\text{m}$$

$$g = 60 \cdot 10^{-6}\text{m}$$



PROFUNDIDAD DE CAMPO: Todos los puntos que determinen los extremos del segmento

$\overline{A_1 A_2}$. Usando trigonometría

$$\frac{g/2}{a_2' - a'} = \frac{d_{PE}/2}{a_2'} \Rightarrow \frac{a_2' - a'}{a_2'} = \frac{g}{d_{PE}} = g \frac{N}{f'}$$

$$1 - \frac{a'}{a_2'} = g \frac{N}{f'}$$

$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'} \rightarrow a_1' = \frac{a_2' f'}{a_2' + f'}$$

$$1 - \frac{\frac{a f'}{a+f'}}{\frac{a_2 f'}{a_2+f'}} = 1 - \frac{a(a_2+f')}{a_2(a+f')} = \frac{a_2 a + f' a_2 - a a_2 - a f'}{a_2(a+f')}$$

$$\frac{f'(a_2-a)}{a_2(a+f')} = g \frac{N}{f'} \Rightarrow 1 - \frac{a}{a_2} = g \frac{N(a+f')}{(f')^2}$$

$$\frac{a}{a_2} = 1 - g \frac{N(a+f')}{(f')^2} = \frac{(f')^2 - gN(a+f')}{(f')^2}$$

$$a_2 = \frac{a(f')^2}{(f')^2 - gN(a+f')} = a_{\min}$$

Del mismo modo: $\frac{a/2}{a_1 - a_1'} = \frac{dPE/2}{a_1'} \Rightarrow$

$$a_1 = \frac{a(f')^2}{(f')^2 + gN(a+f')} = a_{\max}$$

$$a_{\min} = \frac{-10000 \cdot 50^2}{50^2 + 0,06 \cdot 8 \cdot (10000 + 50)} = 3435,95 \text{ mm} = -3,44 \text{ m}$$

$$a_{\max} = \frac{-10000 \cdot 50^2}{50^2 - 0,06 \cdot 8 \cdot (10000 + 50)} = -10,984,14 \text{ m} = +10,98 \text{ m}$$

Como a_{\max} no es salido positivo, no tiene sentido, por lo tanto $D = |A_1 A_2| =$

$$= |a_2 - a_1| \approx \infty$$

31. ARIKETA

Un visor está compuesto por un objetivo de focal 150mm y un ocular Huygeni 5x. Con este objetivo el visor forma un objeto situado en el infinito una imagen en el PP de un observador emélope. Se desmonta el objetivo anterior y en su lugar se enrolla un objetivo de 75mm.

a) Calcular la posición a la que tiene que estar un objeto para que ahora con el objetivo de 75mm el visor forme la imagen en el PP del observador emélope.

Amplificación angular del ocular

$$M_{ocu} = \frac{x_{pp}}{f_{ocu}} \Rightarrow f_{ocu} = \frac{x_{pp}}{M_{ocu}} = \frac{-0,25}{5} = -0,05m$$

Calculamos la posición de la imagen a través de L_1 que hace a su vez de objeto para L_2

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a' = \left(\frac{1}{a''} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-250} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = -41,67m$$

Como los rayos del objeto vienen desde el infinito, al atravesar L_1 deben coincidir

$$\text{en } F_1' = F_{0,35}$$

No parece estar bien

Además, habitualmente se hace coincidir F_1' del objetivo con F_2 del ocular, de modo que:

$$e = f_1' + f_2' = 150 + 50 = 200 \text{ mm}$$

Así, la distancia $a' = 200 - 41,67 = 158,33 \text{ mm}$

Cambiando el objetivo a uno de 75 mm

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a = \left(\frac{1}{a'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{158,33} - \frac{1}{75} \right)^{-1} = -142,5 \text{ mm}$$

b) Calcular la latitud de enfoque con el objetivo de 75 mm

Latitud de enfoque: $D = a_{PP} - a_{PR}$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a' = \left(\frac{1}{a''} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = -50 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a = \left(\frac{1}{a'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{150} - \frac{1}{75} \right)^{-1} = -150 \text{ mm}$$

$$D = a_{PP} - a_{PR} = +142,5 - (-150) = 7,5 \text{ mm}$$

c) Si el diámetro de la lente del objetivo es de 3 cm , encontrar el diámetro y la emergencia de la pupila. Considerar que tanto el objetivo como el ocular equivalen a lentes convergentes.

Como el diafragma de apertura es el objetivo, debemos calcular si imagen a través del ocular.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-200} + \frac{1}{50} \right)^{-1} = 66,67 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{66,6}{-200} = -0,33 \Rightarrow d_{ps} = 1 \text{ mm} //$$

La emergencia de la pupila se define como la distancia entre el plano de la PS con la última superficie óptica del instrumento; como en este caso es el ocular $e = 66,6 \text{ mm} //$

33. ARILKETA

Un visor de un banco de óptica está constituido por una lente acromática positiva de 50mm de focal y 20mm de diámetro que hace las funciones de objetivo y por un ocular 10x que nos podemos considerar lentes delgadas, calcular:

a) la distancia entre el objetivo y el ocular para que el visor presente a un observador emétrope en su P12 un objeto real situado a 150mm delante del objetivo.

$$\Gamma'_{ocu} = \frac{x_{pp}}{f_{ocu}} \Rightarrow f_{ocu} = \frac{x_{pp}}{\Gamma'_{ocu}} = \frac{-250 \mu\text{m}}{10} = -25 \mu\text{m}$$

L_2 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f_2'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{25} \right)^{-1} = -25 \text{ mm}$$

L_1 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_1' = \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-150} + \frac{1}{50} \right)^{-1} = 75 \text{ mm}$$

$$e = a_1' - a_2 = 75 + 25 = 100 \text{ mm} //$$

b) La amplificación del visor para el caso anterior.

$$\Gamma' = \beta'_{ob} \cdot \Gamma'_{ocv} = \frac{a_1'}{a_1} = \frac{75}{-150} \cdot 10 = -5 //$$

c) Si colocamos un diafragma de campo de 5cm de diámetro en el foco objeto del ocular, calcular los campos de plena, media y contorno.

Como el diafragma de campo está en el foco-objeto del ocular (a 75cm del objetivo) y hemos "decidido" que ese foco iba a estar ahí para que los rayos de un objeto a ∞ cm del objetivo incidieran en él, la lucerna de entrada deberá estar en el plano objeto, de forma que $r_p = r_n = r_L$, por lo que se dice que sólo hay campo de plena cuyo diámetro deberá ser igual a a_1' de la lucerna de entrada: $\beta' = \frac{s'}{s} = \frac{75}{-150} = -\frac{1}{2} \Rightarrow d_p = 10\text{cm} //$

d) Dejando fija la posición entre el objetivo y el ocular, calcular el desplazamiento del visor o del objeto respecto a la posición anterior (a) si ahora el observador es un miope de -4d observando en su PR.

$$\phi = -4d \Rightarrow \phi = \frac{1}{x_{PR}} \rightarrow x_{PR} = -0,25\text{m} = -25\text{cm}$$

$$L_2: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f_2'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-250} - \frac{1}{25} \right)^{-1} = -22,72 \text{ cm}$$

$$a_1' = 77,28 \text{ cm}$$

$$L_1: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_1 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{77,28} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = -141,64 \text{ cm}$$

Es decir, el objeto deberá estar 141,64 cm a la izquierda del objetivo, de modo que debemos acercar el visor al objeto 8,36 cm

e) En esta situación, ¿se modificarían el aumento, el campo de visión y los campos de plano, medio y contorno?

$$\Gamma = \beta_{OB}' \cdot \Gamma_{ocv}' = \frac{-141,64}{77,28} \cdot 10 = -18,33 \Rightarrow \text{Aumento}$$

Los campos de iluminación se modificarían también puesto que la lucerna de entrada ya no estaría en el plano objeto.

f) Calcular la latitud de enfoque del visor

$$\delta = -f \cdot f' A = (f')^2 \cdot A = \left(\frac{f_1' f_2'}{e - f_1' + f_2} \right)^2 A =$$

$$= \left(\frac{-50 \cdot 25}{100 - 50 - 25} \right)^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 10 \text{ mm}$$

$$\delta = O_{PR} - O_{PP} = 150 - 141,64 = 8,36 \text{ cm}$$

39. ARIKETA

El visor del banco de óptica para la medida de distancias focales de lentes está compuesto por un objetivo telescópico de focal 125 cm y un ocular Huygens $10\times$. Si con el objetivo telescópico el visor forma de un objeto en el infinito una imagen en el punto remoto del observador emétrope; calcular:

a) La posición a la que tiene que estar un objeto para que con el objetivo de 50 cm el visor forme la imagen en el punto próximo del observador emétrope.

Debemos calcular primero la distancia entre el objetivo y el ocular.

$$\Gamma'_{\text{ocu}} = \frac{x_{\text{pp}}}{f_{\text{ocu}}} \Rightarrow f_{\text{ocu}} = \frac{-0,25}{10} = -25\text{ mm} \Rightarrow f'_{\text{ocu}} = +25\text{ cm}$$

Como la imagen final se forma en el PR de un observador emétrope ($-\infty$) la imagen del objetivo que será el objeto para el ocular debe estar en el foco objeto (a 25 cm a la izquierda del ocular).

Del mismo modo, como el objeto está en el infinito su imagen debe aparecer en el foco imagen del objetivo (a 125 mm a su derecha). De modo que $e = 150\text{ cm}$

Para la posición del nuevo objeto:

$$L_2: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f_2'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-250} - \frac{1}{25} \right)^{-1} = -22,72 \text{ cm}$$

$$a_1' = 150 - 22,72 = 127,27 \text{ cm}$$

$$L_1: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_1 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{127,27} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = -87,35 \text{ cm}$$

b) Calcular la letitud de enfoque con el objetivo de Somm.

$$\Delta \approx -f \cdot f' \cdot A = (f')^2 \cdot A = \left(\frac{-f_1' \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2} \right)^2 \cdot A =$$
$$= \left(\frac{-50 \cdot 25}{150 - 50 - 25} \right)^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 1,7 \text{ cm}$$

$$\Delta = O_{PR} - O_{PP}$$

$$O_{PP} = -87,35 \text{ cm}$$

O_{PR}

$$L_2: a_2' = -A \quad a_2 = -25 \text{ cm} \Rightarrow a_1' = 125 \text{ cm}$$

$$L_1: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_1 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{125} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = -83,3 \text{ cm}$$

O_{PR}

$$\Delta = -83,3 + 82,35 \text{ cm} = -0,95 \text{ cm}$$

a) Si los diámetros de las lentes del objetivo y el ocular son 2cm, encontrar el diámetro y la emergencia de la pupila.

Debemos descubrir cuál de las lentes es el diafragma de entrada.

$$\vec{L}_1 \equiv \vec{L}_1 \quad (x = 82,35, d = 2 \text{ cm})$$

$$\vec{L}_2 :$$

$$\cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{150} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = -75 \text{ cm}$$

$$\cdot \beta = \frac{s'}{s} = \frac{150}{75} = 2 \Rightarrow d = 1 \text{ cm}$$

$$\vec{L}_2 \quad (x = 7,35, d = 1 \text{ cm})$$

$$\tan \alpha_{L_1} = \frac{10}{82,35} \Rightarrow \alpha_{L_1} = 6,9236^\circ \Rightarrow \text{DA}$$

$$\tan \alpha_{L_2} = \frac{5}{7,35} \Rightarrow \alpha_{L_2} = 34,408^\circ$$

De modo que la pupila de salida será la imagen del objetivo a través del ocular.

$$\vec{L}_1 :$$

$$\cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-150} + \frac{1}{25} \right)^{-1} = 30 \text{ cm}$$

$$\cdot \beta = \frac{s'}{s} = \frac{30}{-150} = 0,2 \text{ cm}$$

Emergencia de la pupila $\Rightarrow 30 \text{ mm}$

$$\text{Diámetro} \Rightarrow d_{75} = 4 \text{ mm}$$

35. ARIKETA

Un visor de un banco de óptica para la medida de distancias focales de lentes está compuesto de dos grupos convergentes y se puede considerar como un microscopio de baja potencia. El objetivo tiene una focal de 50mm y 10mm de diámetro. Calcular la focal del ocular para que la distancia del objetivo al punto que deseamos enfocar sobre el banco sea de 100mm.

a) para un observador emétrope en su PR y una amplificación de 10.

$$\Gamma' = \beta_{L1}' \Gamma_{L2} = -\Gamma_{L2} = \frac{-X_{PP}}{f_{ocu}} = \frac{-250}{f_{ocu}} = 10$$

$$L_1: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-100} + \frac{1}{50} \right)^{-1} = 100$$

$$\beta_{L1}' = \frac{s'}{s} = \frac{-100}{100} = -1$$

$$\Rightarrow f_{ocu} = -250 \Rightarrow f_{ocu} = 250 //$$

b) Calcular la posición del objeto para que el visor anterior le presente al observador emétrope la imagen final en su RP.

$$L_2: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-250} - \frac{1}{25} \right)^{-1} = -22,72 //$$

$$L_1: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_1 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{125-22,72} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = -97,82 //$$

c) Calcular la latitud de enfoque del visor.

$$\Delta = |O_{pp2}| - |O_{pp1}| = 100 - 97,82 = 2,18 \mu\text{m}$$

d) Si en lugar donde el objetivo forme la imagen del objeto (caso b), colocamos una CNN con tamaño de pixel de $100 \mu\text{m}$, calcular la profundidad de campo. $a = -97,82$ $g = 100 \mu\text{m}$

$$A_{\min} = \frac{a(f')^2}{(f')^2 - gN(c+f')} = -97,82 \mu\text{m}$$

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{c - f_1' + f_2} = -\frac{50 \cdot 25}{125 - 50 - 25} = -25 \mu\text{m}$$

$$N = \frac{f'}{\phi_{PE}} = \frac{-25}{10} = -2,5 \mu\text{m}$$

$\phi_{PE} \rightarrow$ Objetivo

$$A_{\max} = \frac{a(f')^2}{(f')^2 - gN(c+f')} = -97,815 \mu\text{m}$$

36. ARIKETA

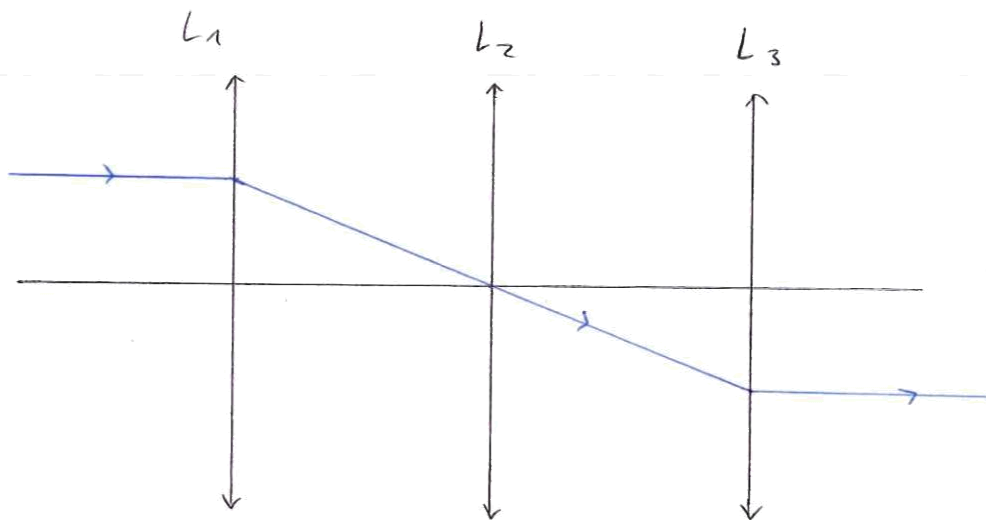
Tres lentes iguales positivas están alineadas a una distancia igual a su focal.

a) Construir con dos rayos (sin utilizar rayos auxiliares) la imagen de un objeto de

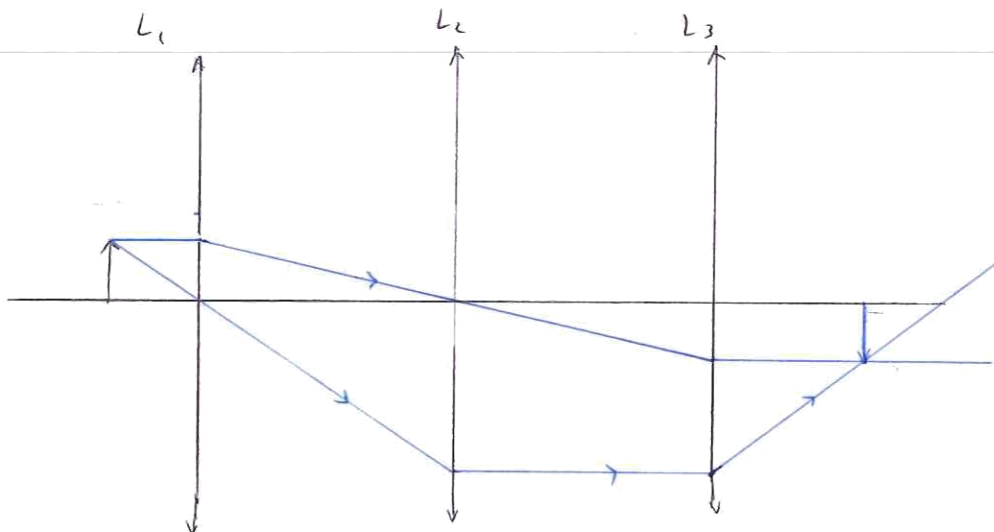
tamaño apropiado, a_1) en el infinito;

a_2) a una distancia delante de la primera lente igual a la mitad de su focal.

a₁)

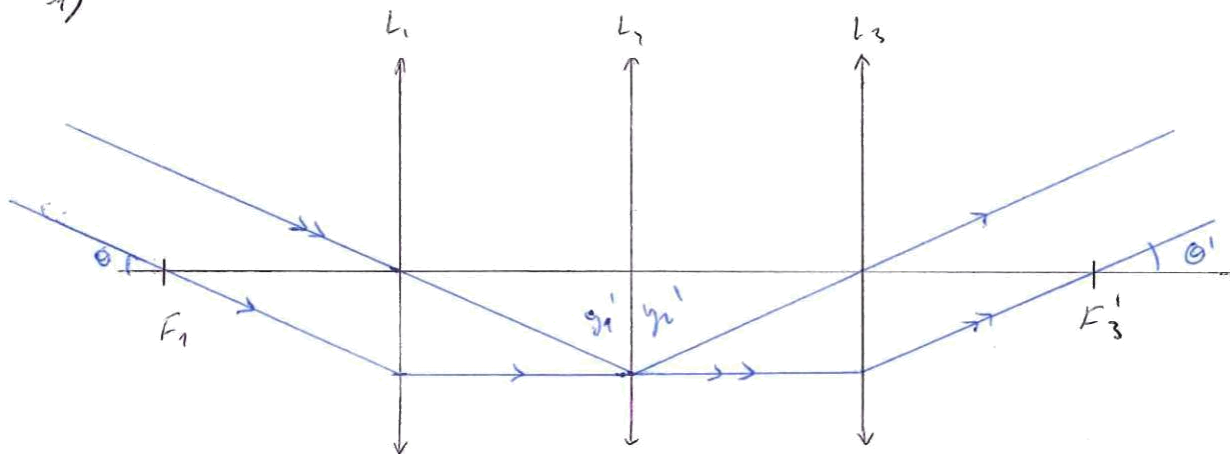


a₂)



b) Supongamos que un observador emétrope decide utilizar el sistema anterior como telescopio astronómico, b₁) calcular el aumento; b₂) el diámetro que debería tener la primera lente con respecto a las otras dos para que fuera el diafragma de apertura.

b₁)



$$\begin{cases} \theta = \frac{y_1'}{f'} \\ \theta' = \frac{-y_1'}{f'} \end{cases} \Rightarrow \Gamma' = \frac{\theta'}{\theta} = -1 // \rightarrow \text{AUMENTO ANGULAR}$$

b₂)

• $L_1 \equiv L_1$

• Como L_2 está en $f_1 \Rightarrow$ Su anti imagen está en el ∞
 \hookrightarrow No puede ser la PE, puesto que está en el mismo punto que el objeto

• Como L_3 está en $f_2 \Rightarrow$ Entra paralelo en L_1 y converge en f_1 y su diámetro es $d_{L_3} = d_{L_3}$

De modo que si $\phi_{L_1} < \phi_{L_3} \Rightarrow L_1 \equiv DA$
 (puesto que el objeto está en el infinito)

c) Visto el resultado anterior, imaginemos que el mismo observador decide utilizar el sistema anterior como vitor para observar el objeto situado a una distancia de la primera lente igual a la mitad de su focal. c₁) Calcular el aumento analíticamente;
 a₁) El diámetro que deberá tener la primera lente D_1 , con respecto a las otras dos para ser el DA.

c₁) $L_1 \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_1' = \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{2}{-f'} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = -f'$

$L_2 \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2' = \left(\frac{1}{a_2} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-2f'} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = 2f'$

$$L_3 \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_3' = \left(\frac{1}{a_3} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \frac{f'}{2}$$

$$\beta = \frac{a_1'}{a_1} \cdot \frac{a_2'}{a_2} \cdot \frac{a_3'}{a_3} = \frac{f'/2}{f'} \cdot \frac{2f'}{-2f'} \cdot \frac{f'}{f'/2} = -1 //$$

c₂)

- $\overleftarrow{L}_1 \equiv L_2$

- \overleftarrow{L}_2

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \infty$$

- \overleftarrow{L}_3

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s_2 = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \infty$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s_1 = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = -f'$$

↳ Su anti-imagen aparece antes del objeto, por lo tanto no puede ser la PE

37. ARIKETA

Queremos diseñar un catalejo como los utilizados por los oficiales navales de principio del siglo XIX. Cuando el catalejo esté desplegado equivale a un telescopio terrestre con un objetivo acromático de 5cm de diámetro y 50cm de focal, una lente inversora convergente de aumento -1 y de 2cm de

diámetro y un ocular $\times 5$, que lo podemos considerar una lente delgada de 2 cm de diámetro. El catalejo desplegado tiene una longitud de 63 cm ($O_{\text{obj}} - O_{\text{ocu}}$)

a) Calcular la focal de la lente inversora para un observador emétrope con objeto en el infinito.

$$\Gamma' = \frac{x_{pp}}{f_{\text{ocu}}} \Rightarrow \Gamma = \frac{0,25}{f_{\text{ocu}}} \Rightarrow f_{\text{ocu}} = 5\text{ cm}$$

$$\Rightarrow f'_{\text{ocu}} = -5\text{ cm}$$

Si el objeto está en el infinito, sus rayos convergen en el foco imagen del objetivo; es decir, a 50 cm a la derecha de L_1 .

Si el sistema debe estar preparado para un ojo emétrope, la imagen después de la lente inversora debe aparecer en el foco objeto del ocular (para que salgan hacia el infinito); es decir, a 5 cm a la izquierda del ocular

$$\beta' = \frac{s'}{s} = \frac{\overset{|L_2 L_1|}{x-5}}{\underset{L_1 L_2}{-63+x+50}} = -1 \Rightarrow x-5 = -x+63-50$$

$$x = \frac{18}{2} = 9\text{ cm}$$

La lente inversora está 54 cm a la derecha del objetivo.

L₂:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f'_2 = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{-4} \right)^{-1} \Rightarrow$$

$$f'_{inv} = 2 \text{ cm}$$

b) Realizar un dibujo del trazado de rayos en el catalejo para el caso anterior utilizando un rayo paralelo al eje.

c) Calcular el diámetro y la posición de la pupila de salida.

El diafragma de apertura será el objetivo y por lo tanto la pupila de salida será su imagen a través de todo el sistema.

L₂:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s'_2 = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{-54} \right)^{-1} = 2,077 \text{ cm}$$

L₃:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s'_3 = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{s_3} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{-6,923} \right)^{-1} = 18 \text{ cm}$$

$$\beta' = \beta_2 \beta_3 = \frac{s'_2}{s_2} \cdot \frac{s'_3}{s_3} = \frac{2,077 \cdot 18}{-14 \cdot (-6,923)} = 0,1$$

$$d_{ps} = d_{obj} \cdot 0,1 \Rightarrow d_{ps} = 5 \text{ cm}$$

d) Calcular el campo de visión a una distancia de 10 km

Para ello necesitamos saber la posición y el diámetro de la lucerna de entrada. Calcularemos las anti-imagenes de todos los elementos.

$$\vec{L}_1 \equiv L_1$$

\vec{L}_2 :

$$\cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow S = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{54} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = -675 \text{ cm}$$

$$\cdot \beta = \frac{s'}{s} = \frac{54}{675} = 0,08 \Rightarrow d_{L_2} = \frac{d_{L_1}}{\beta} = 24,96 \text{ cm}$$

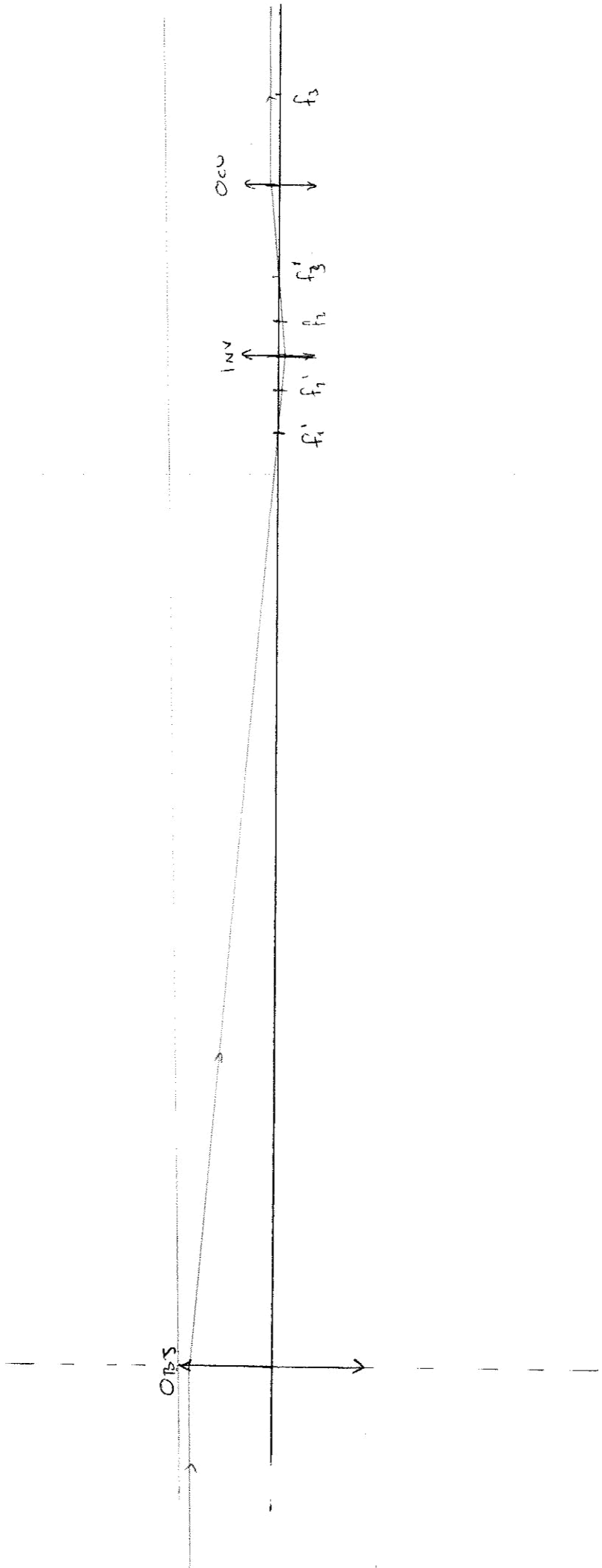
\vec{L}_3

$$\cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow S_2 = \left(\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{f'_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{2} \right)^{-1} = -2,57$$

$$\cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow S_1 = \left(\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{f'_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{51,43} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = -1798 \text{ cm}$$

$$\cdot \beta = \frac{S_2' \cdot S_1'}{S_2 \cdot S_1} = \frac{9 \cdot 51,43}{1798 \cdot 2,57} = 0,1 \Rightarrow d_{L_3} = \frac{d_{L_1}}{\beta} = 19 \text{ cm}$$

\Rightarrow El diafragma de campo es el ocular,
de forma que la lucerna de entrada es
su anti-imagen



39. ARIKETA

Disponemos de un microscopio con longitud óptica de tubo estándar de 160mm. El objetivo que utilizamos es un 20x.

a) Calcular la distancia focal del objetivo y la distancia de trabajo (distancia entre el objeto y el objetivo) para un observador emétrope. El ocular del microscopio es un 10x.

$$\beta'_{OBS} = -\frac{t}{f'_{OBS}} \Rightarrow f'_{OBS} = -\frac{t}{\beta'} = \frac{0,16}{20} = 0,008m = 8mm //$$

$$\Gamma_{OCU} = \frac{X_{PP}}{f'_{OCU}} \Rightarrow f'_{OCU} = \frac{X_{PP}}{\Gamma_{OCU}} = \frac{0,25}{10} = 0,025m = 25mm$$

$$f'_{OCU} = -25mm$$

$$\text{DISTANCIA DE TRABAJO} \equiv DT = -a_{OBS} = 8,4mm //$$

La distancia de trabajo adecuada para un ojo emétrope es aquella posición en la cual situándose el objeto, su imagen a través de todo el sistema aparece en el infinito.

De modo que la imagen del objeto a través del objetivo ha de aparecer en el foco objeto del ocular $\Rightarrow f'_{OCU} = 25mm$

$$e = f'_{OBS} + t + f'_{OCU} = 8 + 160 - 25 = 193mm$$

$$s'_i = 193 + 25 = 168mm$$

$$OBS: \frac{1}{s'_i} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'_i} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{168} - \frac{1}{8} \right)^{-1} = -8,4mm$$

También podríamos calcularlo usando el foco principal del sistema:

$$DT = -A_{OBS} = -H_1 F = \frac{-f_{OBS} (f_{OCU} + e)}{t} = 8,4 \mu$$

b) Calcular con este ocular y el objetivo la distancia de trabajo cuando el observador es un miope que utiliza gafas de -2 dioptrías observando en su punto remoto. $\rightarrow 500 \text{ mm}$

Ocu:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow s_2 = \left(\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{f'_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-500} - \frac{1}{25} \right)^{-1} = -23,81 \mu$$

OBS:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow s_1 = \left(\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{f'_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{169,19} - \frac{1}{8} \right)^{-1} = -8,397 \mu$$

$$DT = 8,397 \mu //$$

c) El diámetro del objetivo es 5 mm y el del ocular 10 mm . Calcular el campo de plena del microscopio para el observador emétrope.

Calcularemos primero la anti-imagen de L_2 a través de L_1 .

$$\overleftarrow{L}_1 \equiv L_1$$

$$\overleftarrow{L}_2$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{f'_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{193} - \frac{1}{8} \right)^{-1} = -8,346 \mu$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{193}{-8,346} = -23,125 \Rightarrow d_{L_2} = 0,43 \mu$$

Al estar la anti-imagen del ocular prácticamente en la posición del objeto, es evidente que el diafragma de apertura es el objetivo mientras que el diafragma de campo es el ocular. Del mismo modo como la lucerna de entrada (L_2) está en la posición del objeto se dice que solo hay campo de plena y está delimitado por la pupila de entrada (L_1).

$$r_p = \frac{OPE \cdot r_{LE}}{OPE} = r_{LE} = 0,215 \text{ cm}$$

40. ARIKETA

Improvizamos un microscopio utilizando como objetivo una gota de vidrio fundido que dejamos caer sobre una placa metálica. El resultado es una lente semi esférica de índice 1,5 y 5 cm de diámetro. Como ocular usamos una de las lentes de las gafas desechables de un amigo hipermetrope de 8 dioptrías. Montamos las lentes anteriores sobre un tubo adecuado que nos permite mantener una longitud óptica de 160 mm. Con este microscopio pretendemos observar los ácaros del polvo.

a) Calcular la posición del objeto con respecto al objetivo para que un observador emétrope

vea la imagen en su punto remoto.

En el caso de las lentes delgadas sumergidas en aire:

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

En nuestro caso: $r_1 = 2,5 \text{ cm}$; $r_2 = \infty$; $n = 1,5$

$$f'_{\text{OBT}} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ mm}$$

Por otro lado:

$$f'_{\text{OCU}} = \frac{1}{\phi} = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ m} = 125 \text{ mm}$$

Puesto que la imagen final debe aparecer en el x_{PR} del observador emélope ($x_{PR} = \infty$) la imagen a través del objetivo debe converger en el foco objeto del ocular ($f_{\text{OCU}} = -125 \text{ mm}$)

$$e = f'_{\text{OBT}} + t + f'_{\text{OCU}} = 5 + 160 + 125 = 290 \text{ mm}$$

$$a_2 = -125 \text{ mm} \Rightarrow a_1' = 165 \text{ mm}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_1 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f'_{\text{OBT}}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{165} - \frac{1}{5} \right)^{-1}$$

$$a_1 = -5,16 \text{ mm}$$

b) Calcular los aumentos del microscopio

$$\beta = \frac{a_1'}{a_1} \cdot \Gamma_{\text{OCU}} = \frac{165}{-5,16} \cdot \frac{250}{-125} = 63,95$$

$$\Gamma_{\text{OCU}} = \frac{x_{PR}}{f_{\text{OCU}}}$$
$$\beta' = \beta_{\text{OBT}} \cdot \Gamma_{\text{OCU}}$$

c) Calculer le létitud de enfoque.

$$\Delta = |O_{PR}| - |O_{PP}|$$

$$O_{PR} = -5,16 \text{ mm}$$

O_{PP}

OCU:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f_{ocu}'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-250} - \frac{1}{125} \right)^{-1} = -83,33$$

OBS:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_1 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f_{obs}'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{206,67} - \frac{1}{5} \right)^{-1} = -5,12 \text{ mm}$$

$$\Delta = 5,16 - 5,12 = 0,04 \text{ mm}$$

HURBILIKETA

$$\Delta \approx -f \cdot f' \cdot A = \frac{f_1 f_2}{\underbrace{e - f_1' + f_2}_t} \cdot \frac{f_1' f_2'}{e - f_1' + f_2} \cdot A = 0,06 \text{ mm}$$

A. ARIKETA - EUSKERA

Las distancias focales del objetivo y el ocular de un microscopio son, respectivamente, 5 cm y 2 cm ; siendo el intervalo óptico de $\Delta = 16\text{ cm}$. Calcule la distancia focal del microscopio y la posición de los planos principales. ¿Dónde tiene que colocarse el objeto para que un observador emétrope lo vea bien? Calcule la latitud de enfoque; esto es, la distancia que ha de desplazarse el objeto de tal forma que su imagen pase del punto remoto al punto próximo del observador.

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} = -\frac{0,5 \cdot 2}{16} = -0,0625\text{ cm} = -0,625\text{ L} //$$

$$\Delta = e - f_1' + f_2 \Rightarrow e = \Delta + f_1' - f_2 = 16 + 0,5 + 2 = 18,5\text{ cm}$$

$$H_1 H = \frac{e f_1'}{f_1' + f_2' - e} = \frac{18,5 \cdot 0,5}{0,5 + 2 - 18,5} = -0,578\text{ cm} = -5,78\text{ L} //$$

$$H_2' H' = \frac{-e f_2'}{f_1' + f_2' - e} = \frac{-18,5 \cdot 2}{0,5 + 2 - 18,5} = -2,312\text{ cm} = -23,12\text{ mm} //$$

Para que el observador vea correctamente el objeto, la imagen a través del objetivo debe aparecer en el foco objeto del ocular; es decir, 2 cm a su izquierda $\Rightarrow 16,5\text{ cm}$ a la derecha del objetivo:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{16,5} - \frac{1}{0,5} \right)^{-1} = -0,5156\text{ cm} = -5,156\text{ L} //$$

Podríamos evaluar los resultados de los resultados anteriores para conseguir este mismo resultado: para que el ojo emímetro pueda ver el objeto bien debe estar colocado en el foco objeto del sistema $s=f=-f'=+0,625\text{m}$ que es la distancia al plano principal objeto del sistema: $f=HF$ y como este está $5,781\text{m}$ a la izquierda del objetivo $\Rightarrow s_o = -5,781 + 0,625 \Rightarrow \Rightarrow$ El objeto debe estar a $s_o = -5,156\text{m}$ del objetivo.

Para la letitud de enfoque podemos hacerlo también por los dos métodos.

1. MÉTODO:

$$\text{Ojo: } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s_2 = \left(\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-25} - \frac{1}{2} \right)^{-1} = -1,851\text{m}$$

$$\text{Ojo: } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s_1 = \left(\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{18,5-1,851} - \frac{1}{0,5} \right)^{-1} = -0,5155\text{cm}$$

$$D = |s_{PR} - s_{PP}| = |-5,156 + 5,154| = 0,0012\text{m} = 1,2\mu\text{m}$$

2. MÉTODO:

$$\text{SIST: } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-250} + \frac{1}{0,625} \right)^{-1} = 0,62657\text{m}$$

$$D = |s_{PR} - s_{PP}| = |0,625 - 0,62657| = 0,00157\text{m} = 1,57\mu\text{m}$$

APROXIMACIÓN:

$$D = -f \cdot f' A = (f')^2 A = 0,625 \cdot 10^{-3} \cdot 4 = 1,56\mu\text{m}$$

A. ARILETA - AÑADIDO CASTELLANO

Disponemos de una lente delgada de índice 1,5. Con ella obtenemos una imagen real de un objeto. La imagen se sitúa a 40cm de la lente cuando hacemos el experimento en aire ($n=1$). Posteriormente, sumergimos la lente y el objeto en un líquido transparente de índice $n=\frac{5}{4}$, sin variar la distancia entre ambos, la imagen real ahora se forma a 40cm de la lente. Hallar la focal de la lente.

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \overset{\text{LENTE}}{\uparrow} (n - n') \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$$

$$(n - n') \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{0,1} - \frac{1}{s} &= (1,5 - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 0,5 \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ \frac{1,25}{0,4} - \frac{1,25}{s} &= (1,5 - 1,25) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 0,25 \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned} \right.$$

$$\frac{1}{0,1} - \frac{1}{s} = 2 \Rightarrow \frac{1}{0,1} - \frac{1}{s} = \frac{2,5}{0,4} - \frac{2,5}{s}$$

$$\frac{10 - 0,1}{0,1s} = \frac{2,5s - 2,5 \cdot 0,4}{0,4s} \Rightarrow 0,4s - 0,04 = 0,25s - 0,1$$

$$0,15s = -0,06 \Rightarrow s = -0,42857m \Rightarrow s = -42,85cm //$$

$$\text{AIRE: } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{-42,85} \right)^{-1} = 8,11cm //$$

$$\text{LÍQUIDO: } \frac{1,25}{s'} - \frac{1,25}{s} = \frac{1,25}{f'} \Rightarrow f' = \left(\frac{1}{40} - \frac{1}{-42,85} \right)^{-1} = 20,69cm //$$

EXÁMENES ÓPTICA GEOMÉTRICA

38. ARIKETA - PARCIAL 2017

Un microscopio con longitud óptica de tubo estándar (160mm) trabaja con una ampliación o aumento visual de 200. Calcular su latitud de enfoque.

$$\Gamma'_{mic} = - \frac{e}{f_1'} \cdot \frac{250mm}{f_2'} = - \frac{250mm}{\frac{f_1' \cdot f_2'}{e}} = - \frac{250mm}{\frac{f_1' + f_2' - e}{f}} = - \frac{250mm}{f}$$

$$\Rightarrow f_{mic} = \frac{250mm}{\Gamma'_{mic}} = 1,25mm //$$

LATITUD DE ENFOQUE $\Rightarrow \Delta = -f \cdot f' \cdot A = (0,00125)^2 \cdot 4 = 6,25 \cdot 10^{-6}m$

26. ARIKETA - PARCIAL 2017

La cámara de un smartphone de última generación trabaja con un número de apertura fijo $N=2$ y focal f' 4mm. Además, dispone de una CCD de $5 \cdot 9$ micrómetros de tamaño de pixel. Si la cámara está enfocada al infinito. Calcular la profundidad de campo.

$$a_{min} = \frac{a(f')^2}{(f')^2 - gN(c+f')} \Rightarrow \lim_{a \rightarrow \infty} a_{min} = \frac{(f')^2}{-gN} = -\frac{f}{5} = -1,6mm$$

\Rightarrow PROFUNDIDAD DE CAMPO $\Rightarrow (-\infty, -1,6]m //$

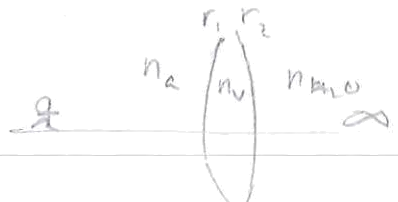
1. ARIKETA - EXÁMEN PARCIAL

Con una lente delgada de gran apertura ($n=1,5$) se ha fabricado una cara de una pecera. El vidrio es equiconvexo, $r=20cm$. En el

agora hay un pez mirándote, tú te encuentras a 25cm del vidrio, dónde y cómo (umento lateral) te verá el pez?

Una lente equiconvexa es  $\Rightarrow r_1 = -r_2 = 20\text{cm}$

Aplicaremos la fórmula del constructor de lentes:

$$\frac{n_3}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2}$$


$$n_3 = n_{\text{H}_2\text{O}} = 1,33 \quad n_2 = n_v = 1,5 \quad n_1 = n_{\text{aire}} = 1$$

$$s = -25\text{cm}$$

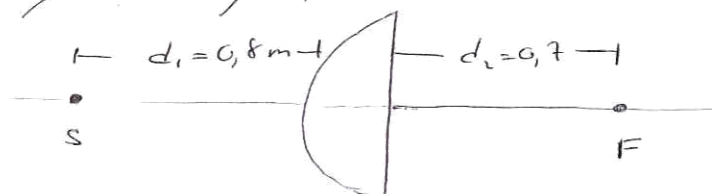
$$s' = n_3 \cdot \left(\frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2} + \frac{n_1}{s} \right)^{-1} = -2,046\text{m} //$$

$$\beta' = \frac{n_1 s'}{n_3 s} = \frac{-2,046}{-0,25} \cdot \frac{1}{1,33} = 6,15$$

El pez nos verá a 2,046m de distancia con un aumento de 6,15.

2. ARIKETA - PARCIAL 2015

Entre "mi sargento" y "Flemmerique" se sitúa un plástico de forma semiesférica que hace de lente simple. A través de esta lente, enfocando al punto lejano, se observan bien mutuamente. Calcular el índice de refracción del plástico y el radio de curvatura de la primera superficie.



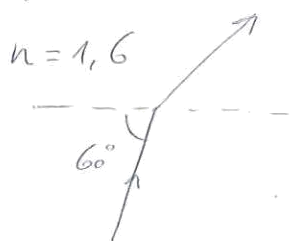
$$(45^\circ, 0^\circ) \rightarrow (\pm 22,6^\circ, 0^\circ) \Rightarrow \Delta = \pm 22,6^\circ$$

y como se trata de un desfocador circular

$$\Delta = 2(45^\circ \pm 22,6^\circ) \Rightarrow \Delta = 44,8^\circ \text{ o } \Delta = 135,2^\circ$$

14-1-2013 D.49

Un haz de luz incide desde el aire en un bloque de vidrio de índice 1.6 como indica la figura. Si la luz está linealmente polarizada a 30° con el plano de incidencia, calcular el estado de polarización y la intensidad respecto a la incidente de la luz emergente.



$$1. (\alpha_i, \delta_i)_1 = (30^\circ, 0^\circ)_1, \theta_i^1 = 60^\circ$$

$$\text{Snell: } n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

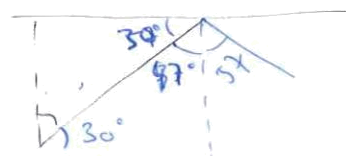
$$\theta_t = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right) = \arcsin\left(\frac{1}{1,6} \sin 60^\circ\right)$$

$$\theta_t^1 = 32,7^\circ$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \Rightarrow (\alpha_t, \delta_t)_2 = (33^\circ, 0^\circ)_2$$

$$T_{||} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = 0,9994$$

$$T_{\perp} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,7901$$



$$T = T_{\perp} \cos^2 \alpha_i + T_{||} \sin^2 \alpha_i = 0,8424$$

$$2. (\alpha_i, \delta_i)_2 = (33^\circ, 0^\circ)_2, \theta_i^2 = 57^\circ$$

$$\text{Snell: } \theta_t = \arcsin\left(\frac{1,6}{1} \sin 57^\circ\right) = \text{no existe} \Rightarrow \text{Reflexión total}$$

$$R = 1$$

16-01-2014 D.48

Una luz cuya intensidad y grado de polarización viene definido por el vector de Stokes $S = I_0(1, 0, 1/2, 0)$ atraviesa un difusor circular dextrógiro y se refleja desde el aire en la superficie de vidrio de índice $n=1,5$ bajo el ángulo de Brewster. Si la intensidad de la luz reflejada es $I_r = \frac{I_0}{10}$, calcular el desfase introducido por el difusor circular dextrógiro.

$$\vec{S} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} = I_0 \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} + I_0 \begin{pmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{I_0}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{I_0}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Parte polarizada: $(\alpha, \delta) = (45^\circ, 0^\circ) \equiv L_{45^\circ}$

El difusor no afectará a la luz natural, pero sí a la parte polarizada. $\theta_B + \theta_t = 90^\circ \rightarrow \theta_t = 90^\circ - \theta_B$

Puesto que el ángulo de incidencia es el de Brewster $R_{\parallel} = 0$ y $\theta_B = \arctan\left(\frac{1,5}{1}\right) = 56,31^\circ$

$$R_N = \frac{R_{\parallel} + R_{\perp}}{2} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{2} = \frac{\sin^2(2\theta_B - 90^\circ)}{2} = \frac{\cos^2(2\theta_B)}{2}$$

$$R_P = R_{\perp} \cos^2 \alpha_i + R_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = \cos^2(2\theta_B) \cdot \cos^2 \alpha_i$$

$$I_r = R_N I_N + R_P I_P = I_0 \cdot \frac{1}{2} \cos^2(2\theta_B) \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \alpha_i\right) =$$

$$= \frac{I_0}{4} \cos^2(2\theta_B) (1 + 2\cos^2 \alpha_i) = \frac{I_0}{10}$$

$$2\cos^2 \alpha_i = \frac{4}{10} \cdot \cos^{-2}(2\theta_B) - 1$$

$$\cos \alpha_i = \sqrt{\frac{1}{5} \cos^{-2}(2\theta_B) - \frac{1}{2}} \Rightarrow \alpha_i = 22,63^\circ$$

Por lo que el difusor debe convertir luz

Como ambos están enfocando al infinito y se observan bien, significa que la imagen se debe generar en el infinito, de forma que ambos deben estar en los focos.

Por otro lado, y sabiendo que $f_2' = \infty$

$$H_1H = \frac{e f_1}{e - f_1' + f_2} = 0$$

$$H_2'H' = \frac{e \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2} = e \cdot \frac{f_2'}{f_2} \stackrel{\frac{f_2'}{f_2} = -\frac{1}{n'}}{=} -\frac{e}{n'} = -\frac{r}{n'}$$

y utilizando la fórmula del dioptrio esférico

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r_2} \stackrel{r_2 = \infty}{\Rightarrow} \frac{1}{a_2} = \frac{n'}{a_2} \Rightarrow \frac{a_2'}{a_2} = \frac{1}{n'}$$

El objeto se encuentra en el foco objeto del sistema

$$f = \frac{f_1 f_2}{e - f_1' + f_2} = f_1 = \frac{-nr}{n' - n} = \frac{r}{1 - n'} = -d_1 = -q_1$$

Mientras que elmerique se encuentra en el foco imagen del sistema

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{e - f_1' + f_2} = \frac{f_1'}{n'} = \frac{nr}{n' - n} \frac{1}{n'} = \frac{r}{n' - 1} = HV_2 + d_2$$

$$\begin{cases} d_1 - d_2 = \frac{r}{n'} \Rightarrow n' = \frac{r}{d_1} \\ \frac{r}{n' - 1} = d_1 \Rightarrow n' = \frac{r}{d_1} + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow r = 0,114 \text{ m} \\ n = 1,143$$

3. ARRIETA - EXAMEN PARCIAL

Las distancias focales del objetivo y el ocular de un instrumento óptico son, respectivamente

$f'_{\text{obj}} = 6\text{cm}$ y $f'_{\text{ocu}} = 5\text{cm}$, y para que la imagen se forme en el punto lejano de un observador emélope, el objeto se tiene que colocar a 10cm del objetivo.

a) Calcular la distancia entre las dos lentes y el aumento total del aparato.

Como la imagen final tiene que aparecer en el punto remoto del observador:

$$\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow s_2 = \left(\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{f'_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-\infty} - \frac{1}{5} \right)^{-1} = -5\text{cm}$$

Como el objeto está a 10cm del objetivo, la imagen a través del objetivo aparece en:

$$\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow s'_1 = \left(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{f'_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-10} + \frac{1}{6} \right)^{-1} = 15\text{cm}$$

Por lo que si e es la distancia entre las dos lentes y s_2 y s'_1 deben coincidir:

$$e = -s_2 + s'_1 = 5 + 15 \Rightarrow e = 20\text{cm} //$$

Para el aumento total del aparato

$$\Gamma' = \beta_{\text{obj}} \cdot \Gamma_{\text{ocu}} = \frac{s'_1}{s_1} \cdot \frac{x_{pp}}{f_{\text{ocu}}} = \frac{15}{-10} \cdot \frac{-25}{-5} = -7,5 //$$

Aumento lineal \leftarrow \rightarrow Aumento angular

b) En la posición en la que se encuentra el diafragma de campo ($d = 2\text{cm}$) se halla la imagen por el objetivo. ¿Podríamos ver entero un objeto de 5cm de altura?

El límite de la altura de los objetos lo delimita la lucarne de entrada que, en este caso es la antiimagen del diafragma de campo por el objetivo.

Como el DC está en el lugar de la imagen del objeto, la LAE estará en la misma posición que el objeto y su tamaño vendrá dado por el aumento lineal del objetivo.

$$\beta = \frac{s_i}{s_o} = \frac{15}{-10} = -1,5$$

De modo que la lucarne de entrada tendrá un diámetro de $1,3\text{cm}$, por lo que no podremos ver los extremos de un objeto de 5cm .

c) Una persona con una miopía de 4d está mirando a través del aparato, y tras desplazar el objeto consigue enfocar correctamente. ¿Dónde ha colocado el objeto?

Como la persona es miope, su punto lejano se encuentra en: $x_{pp}^m = \frac{1}{p} = \frac{1}{4} = 0,250\text{m}$

De modo que:

$$\frac{1}{s_i} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_i} \Rightarrow s_2 = \left(\frac{1}{s_i} - \frac{1}{f_i} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-25} - \frac{1}{5} \right)^{-1} = -4,16\text{cm}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{19,84} - \frac{1}{6} \right)^{-1} = -9,66 \text{ cm}$$

Es decir, he acercado el objeto 3,4 cm //

EXTRA: Calcular la profundidad de enfoque

$$\Delta \approx -f \cdot f' \cdot A = (0,03)^2 \cdot 4 = 4,44 \text{ cm}$$

$$\Gamma' = \frac{x_{pp}}{f} \Rightarrow f = \frac{x_{pp}}{\Gamma'} = \frac{-0,25}{-7,5} = 0,033 \text{ m} \wedge f' = -f$$

4. ARIKETA - EXAMEN PARCIAL

En un microscopio, el ocular es $\times 10$ y el intervalo óptico es de 16 cm. Si la distancia de trabajo es de 3,84 cm, calcular el aumento del microscopio.

$$\text{Aumento} \Rightarrow \Gamma = \beta'_{\text{OBJ}} \cdot \overset{10}{\Gamma'_{\text{OCU}}} = \frac{-\Delta}{f'_{\text{OBJ}}} \cdot \Gamma'_{\text{OCU}}$$

$$\text{Distancia de trabajo} \Rightarrow s_{\text{OBJ}} = -3,84 \text{ cm}$$

$$\text{Intervalo óptico} \Rightarrow s'_{\text{OBJ}} = f'_{\text{OBJ}} + \Delta = f'_{\text{OBJ}} + 16 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{-0,0384} = \frac{1}{f'_{\text{OBJ}} + 0,16} - \frac{1}{f'_{\text{OBJ}}}$$

$$-26,04 = \frac{f'_{\text{OBJ}} - f'_{\text{OBJ}} - 0,16}{(f'_{\text{OBJ}})^2 + 0,16 f'_{\text{OBJ}}}$$

$f'_{\text{OBJ}} = -19 \text{ cm} \rightarrow$ sería div y no es posible

$$(f'_{\text{OBJ}})^2 + 0,16 f'_{\text{OBJ}} - 0,00614 = 0 \Rightarrow f'_{\text{OBJ}} = 0,032 \text{ m}$$

$$\Gamma = -\frac{16}{3,2} \cdot 10 = -50 //$$

7. ARIKETA - EXAMEN PARCIAL

a) En el objetivo y en el ocular de un telescopio astronómico hay sendas lentes delgadas convergentes ($f'_{ocu} = 5\text{cm}$). El objetivo es la pupila de entrada, estando la pupila de salida $5,5\text{cm}$ a la derecha del ocular. El diámetro de campo está en la posición de la imagen creada por el objetivo y tiene un diámetro de 2cm . ¿Cuál es la longitud del telescopio? ¿Cuál es su aumento?

Como la pupila de salida es la imagen del DA, que en este caso es el objetivo, a través del ocular, podemos saber cuál es la distancia entre objetivo y ocular.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{5,5} - \frac{1}{5} \right)^{-1} = -55\text{cm}$$

La longitud del telescopio es: $l = 5,5\text{cm}$

De modo que, para que la imagen de los objetos en el infinito aparezca en el foco objeto del ocular y el ojo emélope pueda verlo bien:

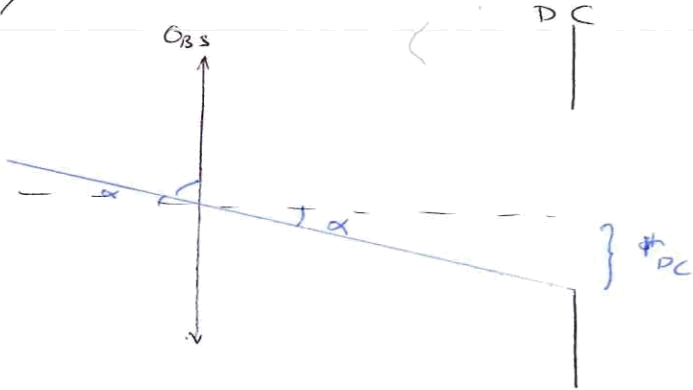
$$f'_{obs} = l - f'_{ocu} = 5\text{cm}$$

Por lo que el aumento del telescopio será:

$$\Gamma' = -\frac{f'_{obs}}{f'_{ocu}} = -\frac{5_0}{5} = -10 //$$

b) Desde el campus de Leioa los montes Gorbea y Velcitr forman un ángulo de 48° . ¿Se

podrán ver los dos a la vez?



CAMPO REAL: 2α

Como sabemos que el DC está en el punto donde genera la imagen el objetivo, estará en el plano focal imagen del mismo; es decir $5cm$ a su derecha.

De modo que

$$\tan \alpha = \frac{d_{DC}}{2 \cdot f'} = \frac{2}{2 \cdot 5} = \frac{1}{5} \Rightarrow \alpha = 11'3''$$

$2\alpha = 22,62^\circ > 18^\circ \Rightarrow$ Se podrán ver los dos

EXÁMENES GEOMÉTRICA

9/1/2012 D.8

a) Demostrar que una lente cuyos centros tienen la misma curvatura es una lente positiva cuyos planos principales distan entre sí una distancia igual a su espesor.

Assumiremos que tenemos una lente gruesa de índice de refracción n sumergida en aire.

$$P = \frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2 d}{n \cdot r_1 \cdot r_2}$$

Si ambos centros tienen la misma curvatura \Rightarrow

$$r_1 = r_2 \Rightarrow P = \frac{1}{f'} = \frac{(n-1)^2 d}{n \cdot r^2}$$

y como $n > n_{\text{aire}} = 1$ y $d > 0 \Rightarrow P = \frac{1}{f'} = \frac{(n-1)^2 d}{n \cdot r^2} > 0$

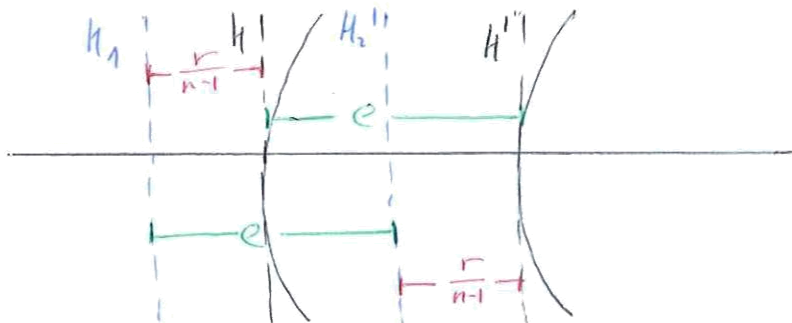
Por lo que se trata de una lente positiva.

Por otro lado, calcularemos la posición de sus planos principales.

$$H_1 H = \frac{r_1 \cdot d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d} \stackrel{r_1 = r_2}{=} - \frac{rd}{(n-1) \cdot d} = - \frac{r}{n-1}$$

$$H_2' H' = \frac{r_2 \cdot d}{n(r_1 - r_2) - (n-1)d} \stackrel{r_1 = r_2}{=} - \frac{rd}{(n-1) \cdot d} = - \frac{r}{n-1}$$

y como $HH' = e \Rightarrow H_1 H_2' = H_1 H + HH' - H_2' H' = HH' = e$



b) Demostrar que si las caras de la lente no tienen la misma curvatura pero si tienen el mismo centro de curvatura (lente concéntrica) opera como una lente delgada divergente en su centro común.

En este caso definiremos un nuevo valor que será la diferencia entre ambos radios: $d = r_2 - r_1$

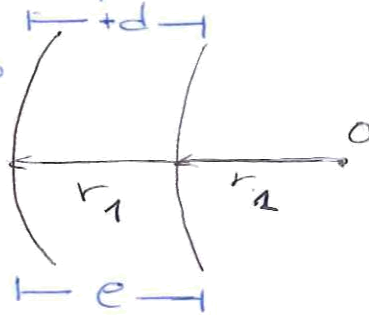
$$P = \frac{1}{f'} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2 e}{n \cdot r_1 \cdot r_2} =$$

$$= (n-1) \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 \cdot r_2} + \frac{(n-1)^2 e}{n \cdot r_1 \cdot r_2} = \frac{(n-1)d}{r_1 \cdot r_2} \left(1 + \frac{n-1}{n} \right)$$

Como $n > 1$, $r_1, r_2 > 0$ y $d < 0$

tenemos que $\frac{1}{f'} < 0$

por lo que es una lente divergente.



$$\frac{1}{f'} = \frac{(n-1)d}{r_1 r_2} \cdot \left(\frac{n+1-n}{n} \right) = + \frac{n-1}{n} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right) =$$

$$= \frac{n-1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \Rightarrow \text{Operaría como una}$$

lente delgada.

c) Para utilizar una lente en gafas solares, esta debe ser neutra para los observadores emétopes. ¿Cómo deben ser las caras esféricas de la lente anterior para que sea neutra?

Para que un observador vea un objeto nítidamente la lente debe colocar su imagen en el

punto remoto del observador. En el caso del ojo emímetro este punto está en el infinito, por lo que el punto focal imagen de los ojos debe estar también ahí.

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2 e}{n \cdot r_1 \cdot r_2} = \frac{1}{\infty} = 0$$

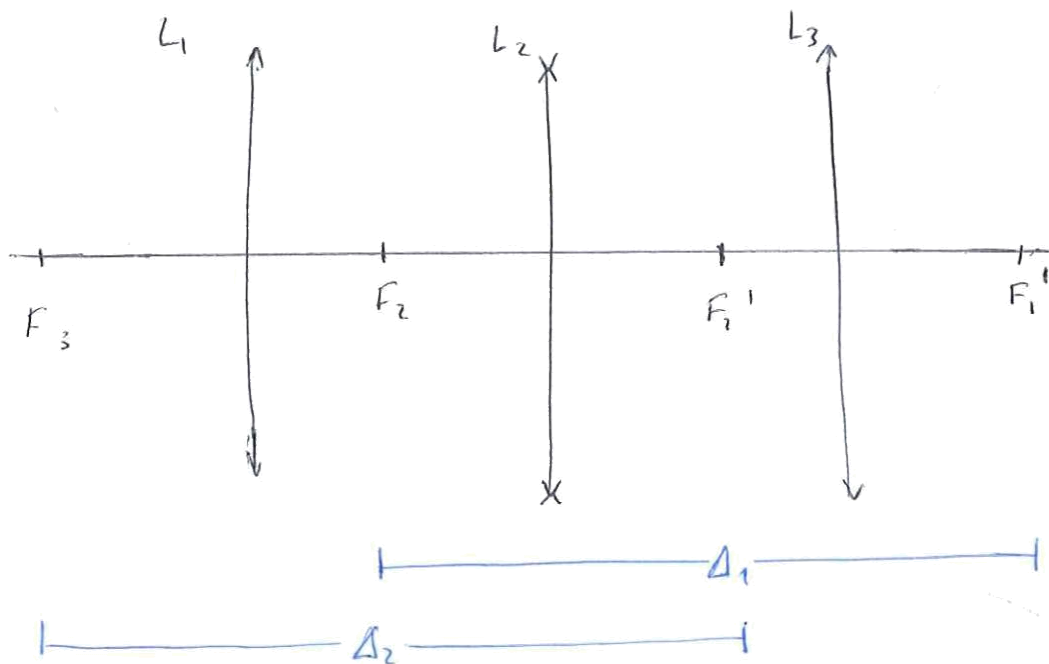
$$e = \frac{n}{n-1} (r_1 - r_2)$$

En esencia, el sistema debe ser afocal.

16/01/2014 D.11

i) Demostrar que un sistema de tres lentes resulta afocal si: $\Delta_1 \Delta_2 = (f_2')^2$ donde $\Delta_1 = F_1' F_2$ y

$$\Delta_2 = F_2' F_3$$



Para que un sistema sea afocal los rayos que inciden en él paralelos al eje deben emerger también paralelos al eje. De modo que si dividimos el sistema en dos subsistemas A y B donde

L_1 y L_2 conformen A y L_3 es B,
el foco imagen del sistema A debe coincidir
con el foco objeto de B.

Por lo que $F_A' F_B = 0 \Rightarrow$

$$F_A' F_B = F_A' F_2' + F_2' F_B = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_A' F_2' = -F_2' F_B = -F_2' F_3$$

Por otro lado, sabemos que $F_2' F_1' = -\frac{f_2 \cdot f_2'}{\Delta}$
y si lo aplicamos al sistema A, tenemos que

$$F_2' F_A' = -\frac{f_2 \cdot f_2'}{\Delta_1} = F_2' F_3 = \Delta_2 \Rightarrow$$

$$-f_2 \cdot f_2' = \Delta_2 \cdot \Delta_1 \Rightarrow \Delta_2 \cdot \Delta_1 = f_2' \cdot f_2' = (f_2')^2$$

i) Un sistema óptico formado por tres lentes. Dos
de ellas iguales de 40cm de focal y una diver-
gente de -30cm colocada entre las dos anteriores
y a igual distancia entre ambas. Obtener la
distancia entre las lentes convergentes para que
el sistema sea afocal.

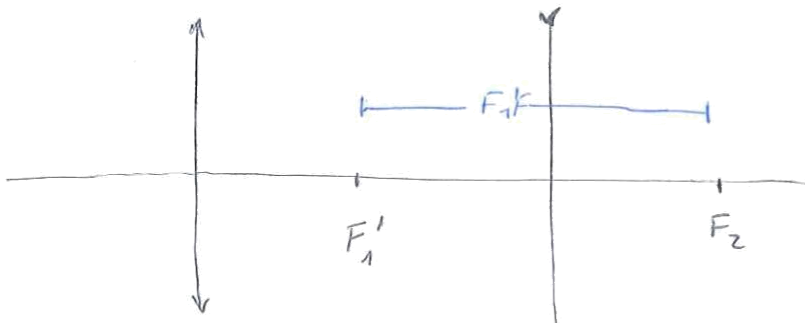
Entonces ante el mismo caso que en el ejerci-
cio anterior, de modo que lo que buscamos
es que se cumple

$$\Delta_2 \cdot \Delta_1 = (f_2')^2$$

Como la lente divergente está justo en el
centro y las otras lentes son de la misma

focal $\Rightarrow \Delta_1 = \Delta_2$ de modo que:

$$(\Delta_1)^2 = (f_2')^2 = (F_1'F_2)^2 = (e_1 + f_2 - f_1')^2$$



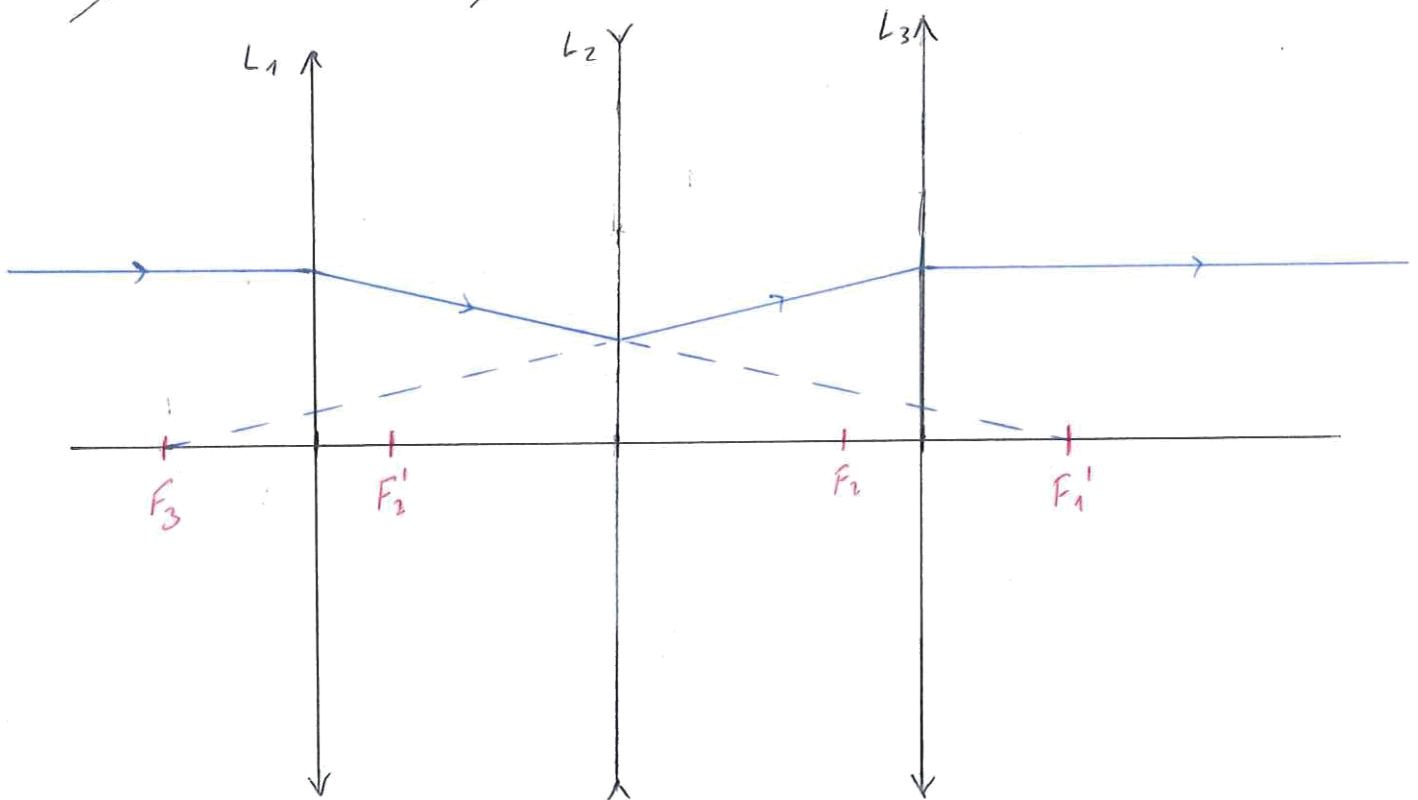
$$\pm f_2' = e_1 + f_2 - f_1'$$

$$\begin{cases} e_1 = f_1' = 10 \text{ cm} \\ e_1 = f_1' - 2f_2 = 4 \text{ cm} \end{cases}$$

y como $e_1 = e_2$ y la distancia entre L_1 y L_3 es la suma de e_1 y e_2 la distancia que nos preguntan deberá ser:

$$d = 20 \text{ cm} \quad \text{o} \quad d = 8 \text{ cm}$$

iii) Dibujar la trayectoria de un rayo incidente paralelo al eje óptico a través del sistema.



10/07/14

D.12

En un sistema afocal formado por dos lentes, obtener la posición del objeto para que coincida con la imagen. Comprobar el resultado en la construcción $f_1' = 6\text{cm}$ y $f_2' = 2\text{cm}$. Realizar la construcción gráfica. En el foco imagen de la primera lente del sistema anterior se coloca un diafragma de 1cm . Si los diámetros de las lentes son 4 y 2cm , respectivamente, calcular el campo de plano y de meridiano cuando se utilice el sistema anterior como un pequeño telescopio para observar un objeto situado a 10cm de la primera lente.

$$\text{Sistema afocal} \Rightarrow f_{\text{SIST}}' = f_{\text{SIST}} = \infty$$

$$\Delta = \overline{F_1'F_2} = 0 \quad x_1' = x_2$$

$$x_1' \cdot x_1 = -(f_1')^2 \Rightarrow x_1' = -\frac{(f_1')^2}{x_1} \Rightarrow -\frac{(f_1')^2}{x_1} = -\frac{(f_2')^2}{x_2'}$$

$$\Rightarrow x_2' = \frac{(f_2')^2}{(f_1')^2} \cdot x_1$$

$$\overline{AA'} = 0 \Rightarrow \overline{AA'} = \overline{AF_1} + \overline{F_1F_2'} + \overline{F_2'A'} = -x_1 + 2(f_1' + f_2') + x_2' = 0$$

$$= -x_1 + 2(f_1' + f_2') + \frac{(f_2')^2}{(f_1')^2} \cdot x_1 = 0$$

$$\left[\frac{(f_2')^2}{(f_1')^2} - (f_1')^2 \right] x_1 + 2(f_1' + f_2') = 0$$

$$x_1 = \frac{-2(f_1' + f_2')}{\frac{(f_2')^2}{(f_1')^2} - (f_1')^2} \Rightarrow a_i = x_1 + f_1 = x_1 - f_1' =$$

$$= -\frac{2(f_1' + f_2')}{\frac{(f_2')^2}{(f_1')^2} - (f_1')^2} - f_1' = \frac{2(f_1')^2 - (f_1')^2 + f_2' \cdot f_1'}{-f_2' + f_1'}$$

$$a_1 = \frac{(f_1')^2 + f_1' \cdot f_2'}{f_1' - f_2'}$$

Comprobamos el resultado con $f_1' = 6\text{cm}$ y $f_2' = 2\text{cm}$:

$$a_1 = 0,12\text{ m} = 12\text{ cm}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{a_1'} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow a_1' = 4\text{ cm}$$

$$\frac{1}{a_2'} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow a_2' = 4\text{ cm}$$

$$\text{Como } f_1' = f_2 \Rightarrow e = f_1' + f_2' = 8\text{ cm}$$

$a_1 = 12\text{ cm} \Rightarrow$ Está 4 cm a la derecha de L_2

$a_2' = 4\text{ cm} \Rightarrow$ También está a 4 cm d de L_2 ✓

$$f_1' = 6\text{ cm} \quad x = 0 \quad d = 4\text{ cm}$$

$$f_2' = 2\text{ cm} \quad x = 8\text{ cm} \quad d = 2\text{ cm}$$

$$d = 1\text{ cm} \quad x = 6\text{ cm}$$

Debemos calcular primero cuál es el diafragma de campo y de apertura, para ello calculamos las anti-imagenes de cada elemento.

$$\overleftarrow{L}_1 \equiv \overleftarrow{L}_1 \quad d' = 4\text{ cm} \quad x = 0$$

\overleftarrow{L}_2

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{6}\right)^{-1} = -24\text{ cm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{8}{-24} = -\frac{1}{3} \Rightarrow d = -6\text{ cm}$$

\overleftarrow{D}

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{6}\right)^{-1} = 0\text{ cm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{1}{0} = \infty$$

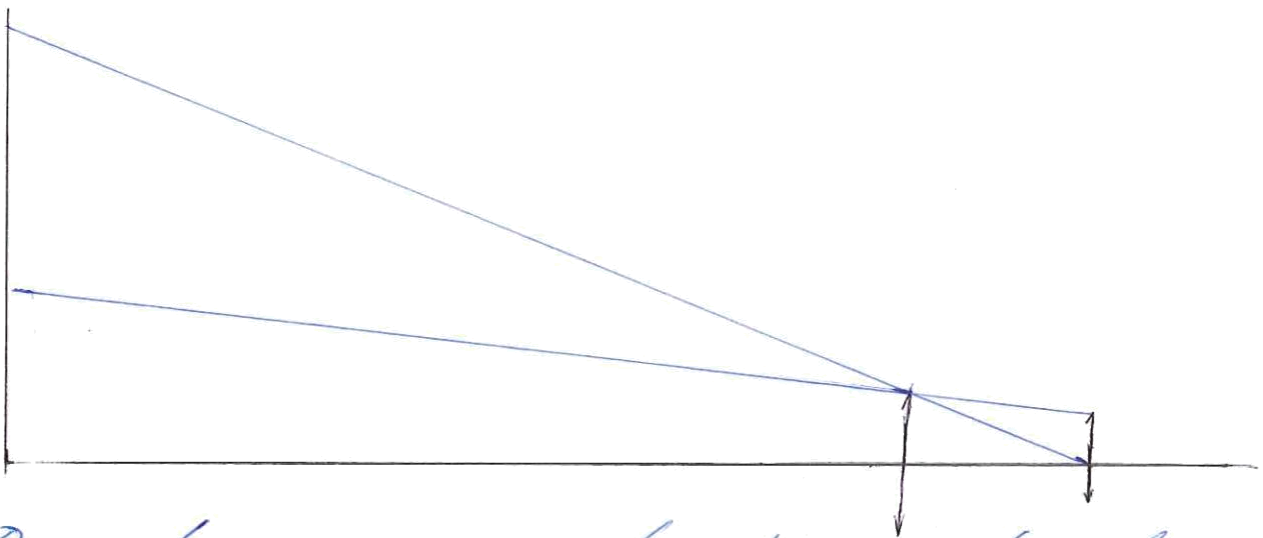
Calculamos ahora los ángulos:

$$\tan \alpha_{L_1} = \frac{0,04}{10} \Rightarrow \alpha_{L_1} = 0,229$$

$$\tan \alpha_{L_2} = \frac{0,06}{9,76} \Rightarrow \alpha_{L_2} = 0,352$$

$$\tan \alpha_D = \frac{\infty}{10} \Rightarrow \text{No lo tenemos en cuenta}$$

Como $\alpha_{L_1} < \alpha_{L_2}$ L_1 será el diafragma de apertura y por lo tanto \tilde{L}_1 la pupila de entrada. Además, es bastante claro que L_2 será el diafragma de campo, por lo que \tilde{L}_2 será la lucerna de entrada.



De modo que para el cálculo de los cuerpos tenemos que:

$$r_p = \frac{OB \cdot r_{LE} - OA \cdot r_{PE}}{OB - OA} = \frac{10 \cdot 0,03 - 9,76 \cdot 0,02}{10 - 9,76} = 0,4367 \text{ mm} //$$

$$r_n = \frac{OB \cdot r_{LE}}{OB - OA} = \frac{10 \cdot 0,03}{10 - 9,76} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ mm} //$$

21/06/2016

D. 18

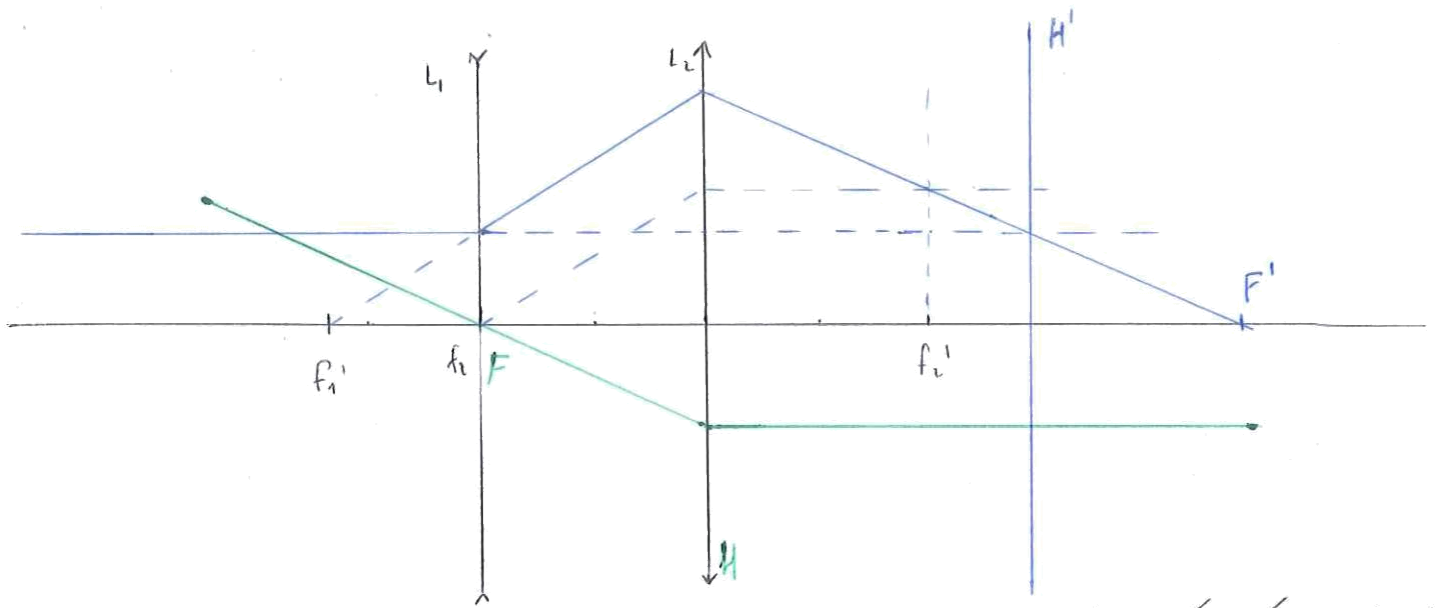
a) Determinar gráficamente los elementos cardinales del doblete $(-2, 3, 3)$ con factor de escala $10\times$.

$$\frac{f_1'}{-2} = \frac{e}{3} = \frac{f_2'}{3} = 10\times$$

$$f_1' = -20\times$$

$$e = 30\times$$

$$f_2' = 30\times$$



b) Dimensionar las lentes para un número de apertura $N=1,5$ con la segunda lente como diafragma de apertura, diafragma de campo sobre la imagen y objeto en el infinito si el doblete opera como objetivo de una cámara fotográfica con película CCD de $24 \times 36\times$

$$N = 1,5 ; \quad O_{B5} = \infty ; \quad O_{in} = DC ; \quad CCD : 24 \times 36\times$$

Como las cámaras fotográficas están diseñadas para que la imagen esté limitada por la CCD el diafragma de campo será este mismo y por lo tanto la lucerna de entrada estará en la posición del objeto, en este caso en el infinito

Como nos dicen que el diafragma de apertura es la segunda lente y no tiene más lentes a la derecha esta misma será la pupila de salida y utilizando el número de apertura podemos conocer el diámetro de la pupila de entrada, su anti-imagen.

$$N = \frac{f'}{\phi_{PE}} \Rightarrow \phi_{PE} = \frac{f'}{N} = - \frac{f_1' \cdot f_2'}{e \cdot f_1' + f_2'} \cdot \frac{1}{N} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f_1'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{20} \right)^{-1} = 12 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{\phi_{PE}'}{\phi_{PE}} = \frac{5}{2} \Rightarrow \phi_{PE}' = \frac{5}{2} \cdot \phi_{PE}$$

$$\phi_{L2} = 50 \text{ cm} //$$

Como el objeto está en el infinito los campos de iluminación se definen por ángulos y, además,

$$W_r = W_m = W_p.$$

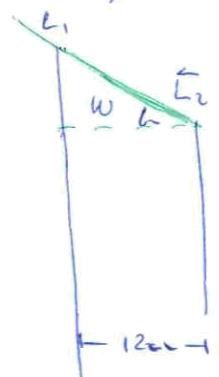
$$W_m \Rightarrow \tan W_m = \frac{r_{L2}}{f_1'} = \frac{\sqrt{24^2 + 36^2}}{2 \cdot 30} = 0,72 \text{ rad}$$

$$W = 35,796^\circ$$

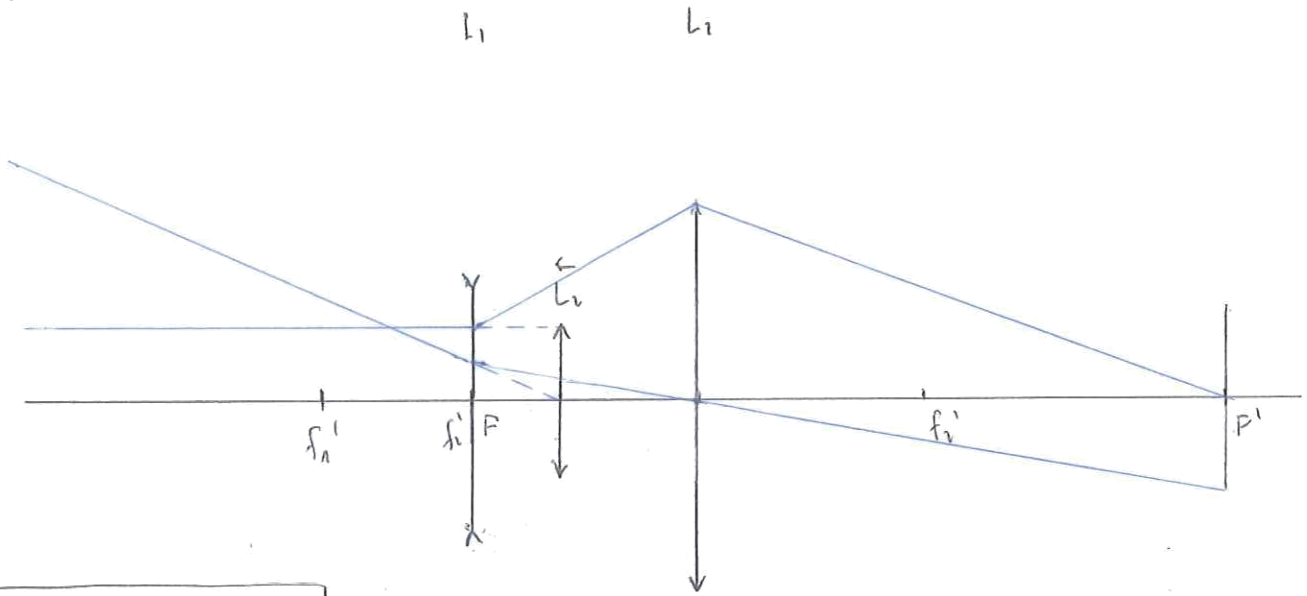
Como este ángulo indica el ángulo máximo con el que puede incidir un rayo para que al pasar por la lente pase por el centro del sistema, podemos lograr L_1

$$\tan W_m = \frac{x}{12} = \frac{12\sqrt{3}}{2 \cdot 30} \Rightarrow x = 8,65$$

$$\phi_{L1} = \phi_{PE} + 8,65 \cdot 2 \cdot \phi_{L2} = 37,3 \text{ cm} //$$



c) Determinar gráficamente la imagen con el espejo principal y uno de borde desde el pie del objeto



ENERO 2017 D.19

Dispondremos de un doblete (20, 7, 16) con factor de escala $u = 5 \times$.

a) Utilizando el sistema como objetivo de una cámara fotográfica con película 24×36 , enfocamos un objeto a $1m$ de la primera lente del doblete. Calcular el campo sobre el objeto.

$$(a, b, c) \Rightarrow \frac{f_1'}{a} = \frac{e}{b} = \frac{f_2'}{c} = u$$

$$f_1' = 100mm, \quad e = 35mm, \quad f_2' = 80mm$$

El tamaño que puede llegar a tener el objeto está limitado por la CCD que habitualmente es el diafragma de campo. De modo que calcularemos su anti-imagen a través del sistema.

Para ello utilizaremos la posición del objeto.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow a_1' = \left(\frac{1}{f_1'} + \frac{1}{a_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{-1000} \right)^{-1} = 111,1 \text{ --}$$

$$a_2' = \left(\frac{1}{f_2'} + \frac{1}{a_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{80} + \frac{1}{111,1 - 35} \right)^{-1} = 39 \text{ --}$$

$$\beta' = \beta_1' \cdot \beta_2' = \frac{a_1'}{a_1} \cdot \frac{a_2'}{a_2} = \frac{111,1}{-1000} \cdot \frac{39}{76,1} = -0,057$$

$$l = \frac{24}{0,057} = 421,05 \text{ cm}$$

$$a = \frac{36}{0,057} = 631,58 \text{ cm} \Rightarrow 421,05 \times 631,58 //$$

b) Dimensionar las lentes del doblete para una abertura $N=1,5$ si se sitúa un diafragma a 20 cm detrás de la primera lente, con la cámara enfocada sobre el objeto anterior.

Como sabemos, para la pupila de entrada tenemos que:

$$N = \frac{D'}{\phi_{PE}} \Rightarrow \phi_{PE} = \frac{-f_1' \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2'} \cdot \frac{1}{N} = \frac{55,17}{1,5} = 36,78 \text{ cm}$$

Calcularemos ahora las anti-imagenes de L_2 y el diafragma puesto que $\vec{L}_1 \equiv L_1$.

L_2 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{35} - \frac{1}{100} \right)^{-1} = 53,85 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{35}{53,85} = 0,65$$

D:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{100} \right)^{-1} = 25 \text{ cm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{20}{25} = 0,8$$

Como sabemos, en las cámaras fotográficas el diafragma de apertura es el diafragma, de modo que su imagen es la pupila de salida y su anti-imagen la pupila de entrada.

Por lo que el diámetro será:

$$\phi_D = \phi_{PE} \cdot 0,8 \Rightarrow \phi_D = 29,424 \text{ mm}$$

Por otro lado, tenemos que el diámetro de campo y la lucerna de salida es la propia CCD, por lo que:

$$\tan \theta = \frac{|r_{PE} - r_{campo}|}{1000 + 25} = \frac{\left| \frac{36,78}{2} - \frac{\sqrt{421,5^2 + 631,7^2}}{2} \right|}{1025} = \frac{x}{25}$$

$$x = 8,8 \text{ mm}$$

$$\phi_{L1} = \phi_{PE} + 2x = 54,397 \text{ mm}$$

Calcularemos ahora el tamaño y posición de la pupila de salida.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-15} + \frac{1}{80} \right)^{-1} = -18,46 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = + \frac{18,46}{15} = 1,23$$

$$\phi_{PS} = \phi_D \cdot \beta = 29,424 \cdot 1,23 = 36,21 \text{ mm}$$

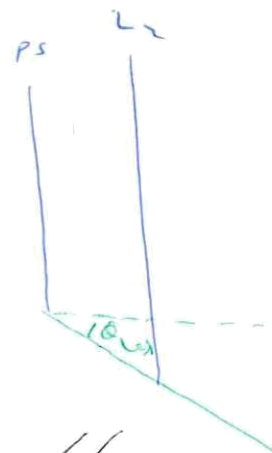
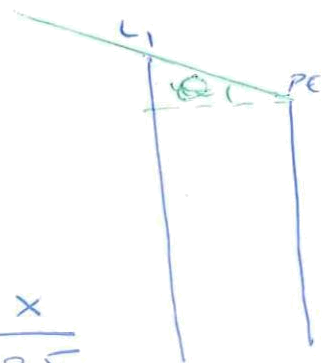
$$\tan \theta_{max} = \frac{r_{campo} - r_{PS}}{d} = \frac{\frac{\sqrt{24^2 + 36^2}}{2} - \frac{36,21}{2}}{39 + 18,46} = \frac{x}{18,46}$$

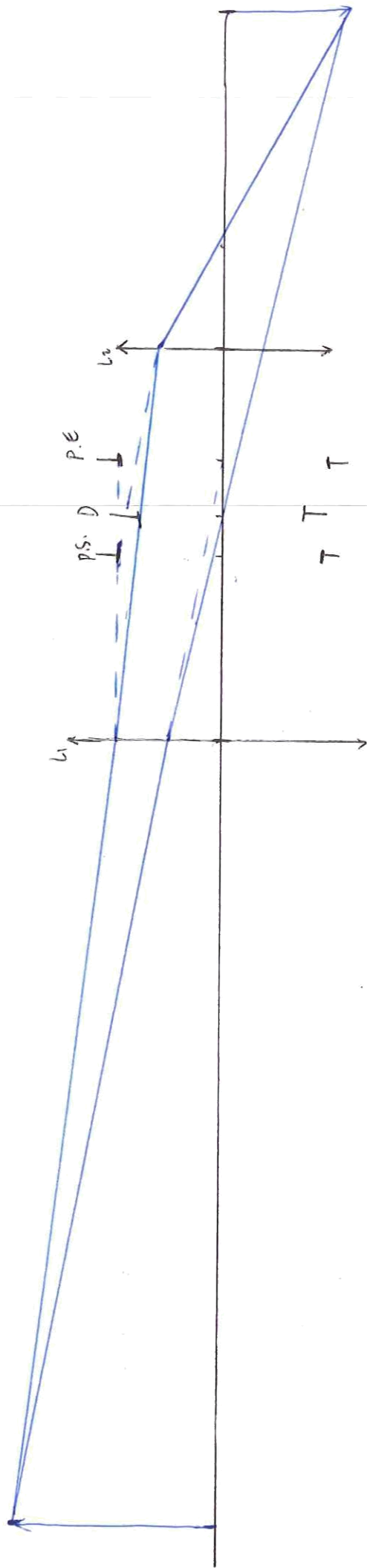
$$x = 1,13$$

$$\phi_{L2} = \phi_{PS} + 2 \cdot x \Rightarrow \phi_{L2} = 38,47 \text{ mm}$$

c) Trazar los ejes principal y de borde del extremo del objeto al extremo de la imagen.

Para este último apartado se recomienda utilizar un sector de escala horizontal $\times 2$.





importante a verde.

ENERO 2018

D. 27

Un teleobjetivo de distancia focal positiva, está formado por una lente convergente de $f_1 = 10\text{cm}$ seguida a $5\text{cm} = e$ de otra lente divergente. Si se enfoca al infinito la distancia de esta última a la CCD es de 30cm .

a) Obtener la posición del plano principal imagen, la focal del sistema y la de la lente divergente.

Este teleobjetivo opera enfocando las imágenes del infinito en la CCD, por lo que la segunda lente debe coger la imagen creada por la primera y enfocarla en la CCD.

Como esquema, la primera lente cogerá los rayos proveniente del infinito y los enfocará en su foco imagen.

$$P = \frac{1}{f_1} \Rightarrow f_1' = \frac{1}{10} = 0,1\text{m} = 10\text{cm}$$

Esta imagen pasará posteriormente por la segunda lente y se enfocará finalmente en la CCD $\Rightarrow a_2' = 30\text{cm}$

$$\frac{1}{s_1} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow f_2' = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{a_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{30} - \frac{1}{5} \right)^{-1} = -6\text{cm} //$$

Una vez obtenida esta información, pasaremos a la obtención de los planos principales y focales.

$$H_2'H' = \frac{e \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2} = \frac{5 \cdot (-6)}{5 - 10 + 6} = -30\text{cm}$$

El plano focal imagen está 30cm a la izquierda de la segunda lente; es decir, 25cm a la izquierda de la primera lente.

$$H_2'F' = \frac{f_2'(e - f_1')}{e - f_1' + f_2} = \frac{-6(5 - 10)}{5 - 10 + 6} = 30 \text{ cm}$$

$$H_1F = \frac{f_1(f_2 + e)}{e - f_1' + f_2} = \frac{-10(6 + 5)}{5 - 10 + 6} = -110 \text{ cm}$$

El foco imagen del sistema está en la CCD - como le hemos exigido - y el foco imagen está 110 cm a la izquierda de la primera lente.

b) Para obtener un super teleobjetivo hemos utilizado la misma lente convergente y hemos modificado la distancia entre las lentes, e , y la distancia focal de la segunda a $f_2' = -2 \text{ cm}$, manteniéndola de esta a la CCD. Calcular el campo para un portero situado en la meta contraria a 105 m de la primera lente del objetivo, con CCD 24×36 .
Primero, debemos calcular la nueva e

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{f_1'} + \frac{1}{s'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{+2} + \frac{1}{30} \right)^{-1} = +1,875 \text{ cm}$$

$$a_1' + e = a_2 \Rightarrow e = a_2 - f_1' = +1,875 - 10 = -8,125 \text{ cm}$$

$$e = 8,125 \text{ cm}$$

Una vez calculado esto, calcularemos el aumento que tiene un objeto a 105 m de distancia.

$$L_1: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow a_1' = \left(\frac{1}{f_1'} + \frac{1}{a_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{105} \right)^{-1} = 0,1001 \text{ m}$$

$$L_2: \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow a_2' = \left(\frac{1}{f_2'} + \frac{1}{a_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-0,02} + \frac{1}{0,1875} \right)^{-1} = 0,3278 \text{ m}$$

$$\beta' = \beta_1' \beta_2' = \frac{a_1'}{a_1} \cdot \frac{a_2'}{a_2} = \frac{0,1001}{-105} \cdot \frac{0,3278}{0,01885} = -0,01658$$

Por lo que el campo será:

$$L_1 = \frac{24}{0,01658} = 1447,67 \text{ cm}$$

$$L_2 = \frac{36}{0,01658} = 2171,29 \text{ cm} \Rightarrow [1,45 \times 2,17] \text{ m} //$$

c) Siguiendo la misma estrategia de repetir f_1' y la distancia entre la lente divergente y la CCD calcular los valores admisible y límite de e , f_2' y la focal del sistema f' .

Como para la segunda lente debe cumplirse:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f_2' = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{e-10} \right)^{-1}$$

Encontraremos su valor máximo cuando $e=0$,

$$\text{donde } f_2' = -15 \text{ cm}$$

y su valor mínimo será $f_2' = 0$ puesto que es divergente:

$$-15 \text{ cm} \leq f_2' < 0 //$$

Por otro lado, para f' tenemos que:

$$f' = - \frac{f_1' f_2'}{e - f_1' + f_2'} = - \frac{10 \cdot f_2'}{e - 10 - f_2'}$$

Por lo que cuando $e=0 \Rightarrow f_2' = -15 \Rightarrow f' = 30 \text{ cm}$

y cuando $f_2' \approx 0 \Rightarrow f' = 0$

Por lo que f' estará limitado por

$$0 < f' \leq 30 \text{ cm} //$$

19/06/2013 D.29

Se pide diseñar un teleobjetivo fotográfico de 200mm de focal que esté formado por dos lentes de igual focal pero de signo contrario con una distancia de 100mm de la segunda lente a la placa o CCD para un objeto situado en el infinito.

Si el objeto está en el infinito se enfocará en el foco imagen de la primera lente y como debe enfocarse a 100mm de la segunda:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{100} - \frac{1}{f_1' - e} = \frac{1}{-f_1'}$$

$$f_1' = - \frac{f_1' \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2'} = - \frac{f_1'(f_1')}{e - f_1' - f_2'} = \frac{(f_1')^2}{e - f_1' + f_2'}$$

$$f_1' = 200 = \frac{(f_1')^2}{e} \Rightarrow 200e = (f_1')^2$$

$$H_2'F' = \frac{f_2'(e - f_1')}{e - f_1' + f_2'} = \frac{-f_1'(e - f_1')}{e} = \frac{1}{2} f_1' = 100$$

$$\begin{cases} 200e = (f_1')^2 \Rightarrow e = \frac{1}{200} (f_1')^2 \\ f_1'(f_1' - e) = 100e \end{cases}$$

$$(f_1')^2 - \frac{1}{200} (f_1')^3 = \frac{1}{2} (f_1')^2$$

$$\frac{1}{200} (f_1')^3 - \frac{1}{2} (f_1')^2 = 0 \Rightarrow f_1' = 100 \text{ mm} //$$

$$f_2' = -100 \text{ mm} //$$

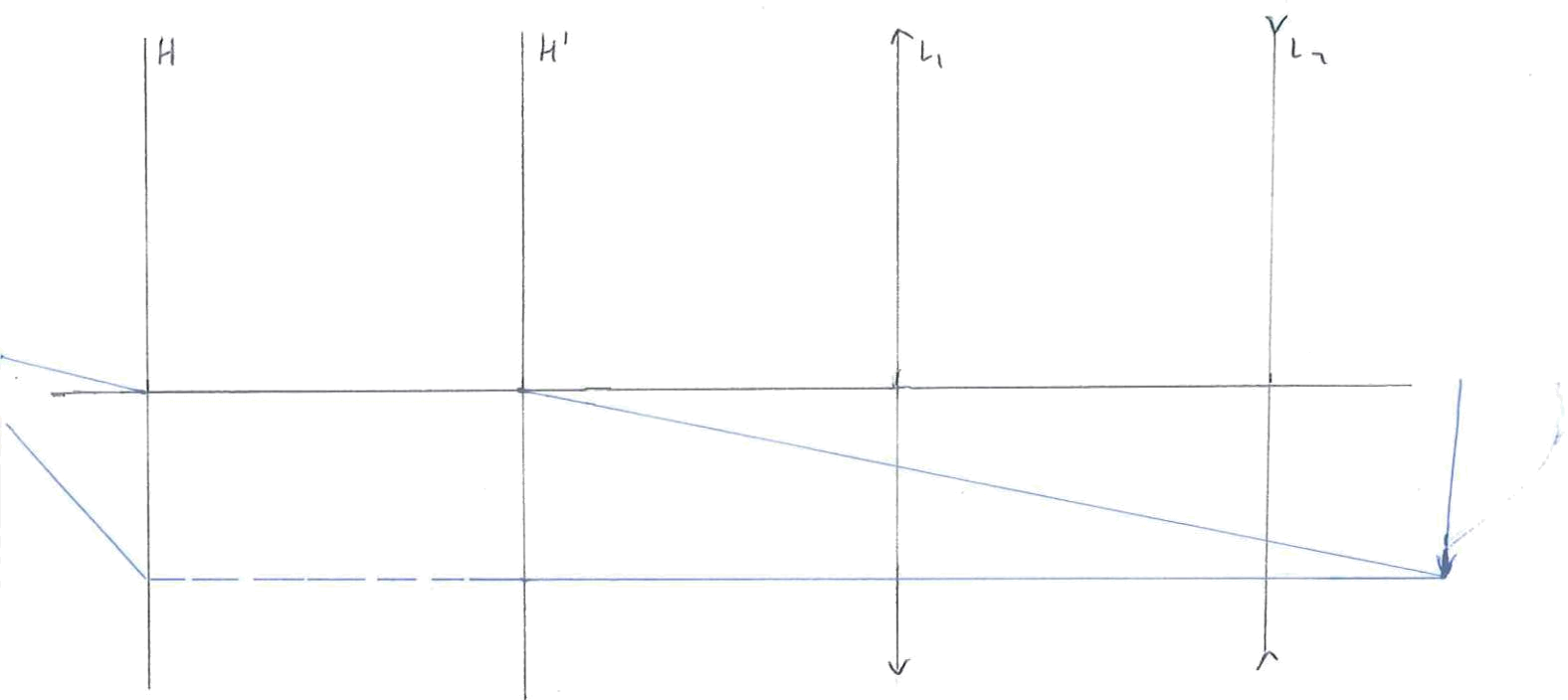
$$e = 50 \text{ mm} //$$

$$H_1H = \frac{e \cdot f_1}{e - f_1' + f_1} = f_1 = -100 \text{ mm}$$

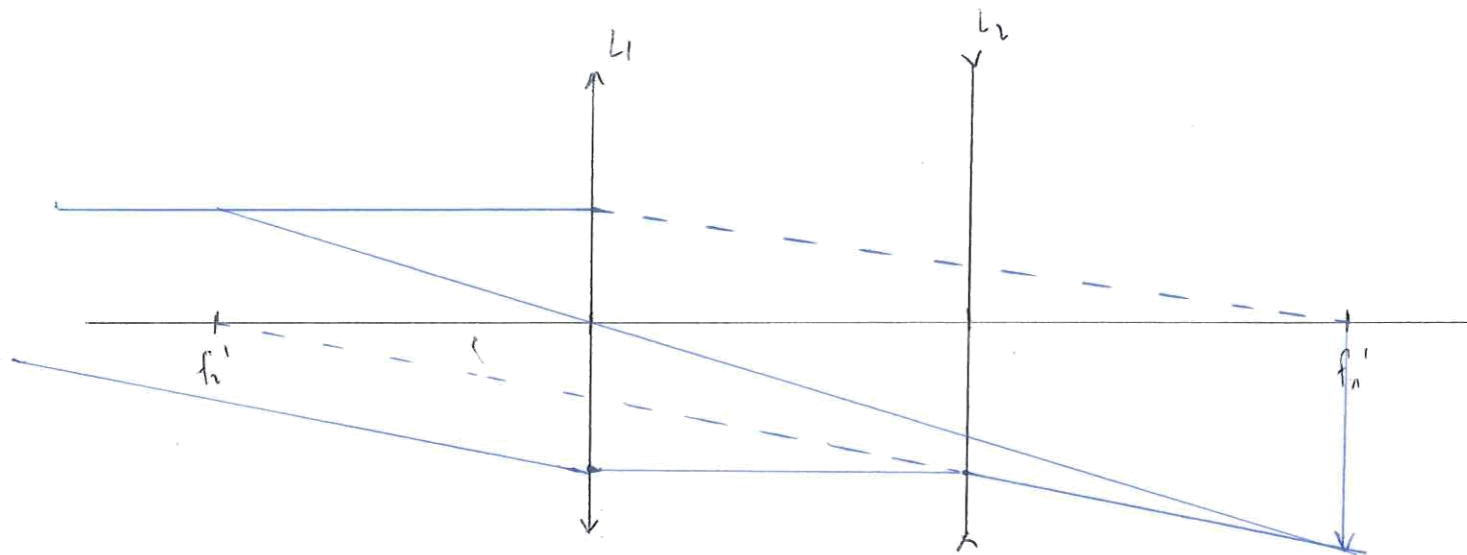
$$H_2'H' = \frac{e \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2} = f_2' = -100 \text{ mm}$$

ii) Construir gráficamente la imagen para este objeto filtrando:

a) los planos principales



b) Las lentes del objetivo



iii) Colocamos un objeto a una distancia de 3,6 m de la primera lente del teleobjetivo. a) Calcular el desplazamiento del objetivo para enfocar sobre este objeto desde la posición que ocupa te enfocando al infinito.

$$a_1 = -3,6 \text{ m}$$

$$a_2' = 0,1 \text{ m}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

L_1 :

$$a_1' = \left(\frac{1}{f_1'} + \frac{1}{a_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{0,1} + \frac{1}{-3,6} \right)^{-1} = -0,1028 \text{ m}$$

L_2 :

$$a_2 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f_2'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{-0,1} \right)^{-1} = 0,05 \text{ m}$$

$$e - a_1' = a_2 \Rightarrow e = a_2 + a_1' = 0,05 - 0,1028$$

$$e = 0,0528 \text{ m}$$

No es un método efectivo!!!

Utilizaremos los elementos cardinales:

$$\overline{O_1A} = \overline{H_1A} = -3,6 \text{ m} \Rightarrow \overline{HA} = -3,5 \text{ m}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{HA}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{0,2} - \frac{1}{3,5} \right)^{-1} = 0,2121 \text{ m}$$

Antes $s' = 0,20 \text{ m}$ por lo que debemos desplazar la primera lente $12,1 \text{ mm}$ a la izquierda.

b) Calcular el campo con una película o CCD 24×36 .

Utilizando los cálculos anteriores:

$$\beta' = \frac{s'}{s} = \frac{0,2121}{-3,5} = -0,0606$$

$$L_1 = \frac{24}{0,0606} = 396,04 \text{ mm}$$

$$L_2 = \frac{36}{0,0606} = 594,06 \text{ mm} \Rightarrow [3,9'6, 5,9'4] \text{ cm}$$

28/06/2012 | D.30

Se pide diseñar un gran angular de 25mm de focal para una cámara fotográfica que además cuente con una distancia del doble de su focal desde el último lente a la película o CCD, con objeto de ser cabido al espejo abatible de la cámara y a los dispositivos cuando la cámara esté enfocada al infinito. $f_1' = -f_2'$. Dibujar el sistema y calcular gráficamente la posición de sus planos principales. Calcular el campo con película 42x8mm. Resolver el torcido de rojos.

$$f' = 25\text{mm} \quad d = 50\text{mm} \quad f_1' = -f_2'$$

$$f' = -\frac{f_1' \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2'} = +\frac{(f_1')^2}{e} = 25\text{mm}$$

$$H_2'F_1' = 2f' = \frac{f_2'(e - f_1')}{e - f_1' + f_2'} = \frac{f_1'(f_1' - e)}{e} = 2 \cdot 25$$

$$(f_1')^2 \cdot \frac{1}{25} = e \Rightarrow (f_1')^2 - \frac{1}{25}(f_1')^3 = 2 \cdot 25 \cdot \frac{1}{25}(f_1')^2$$

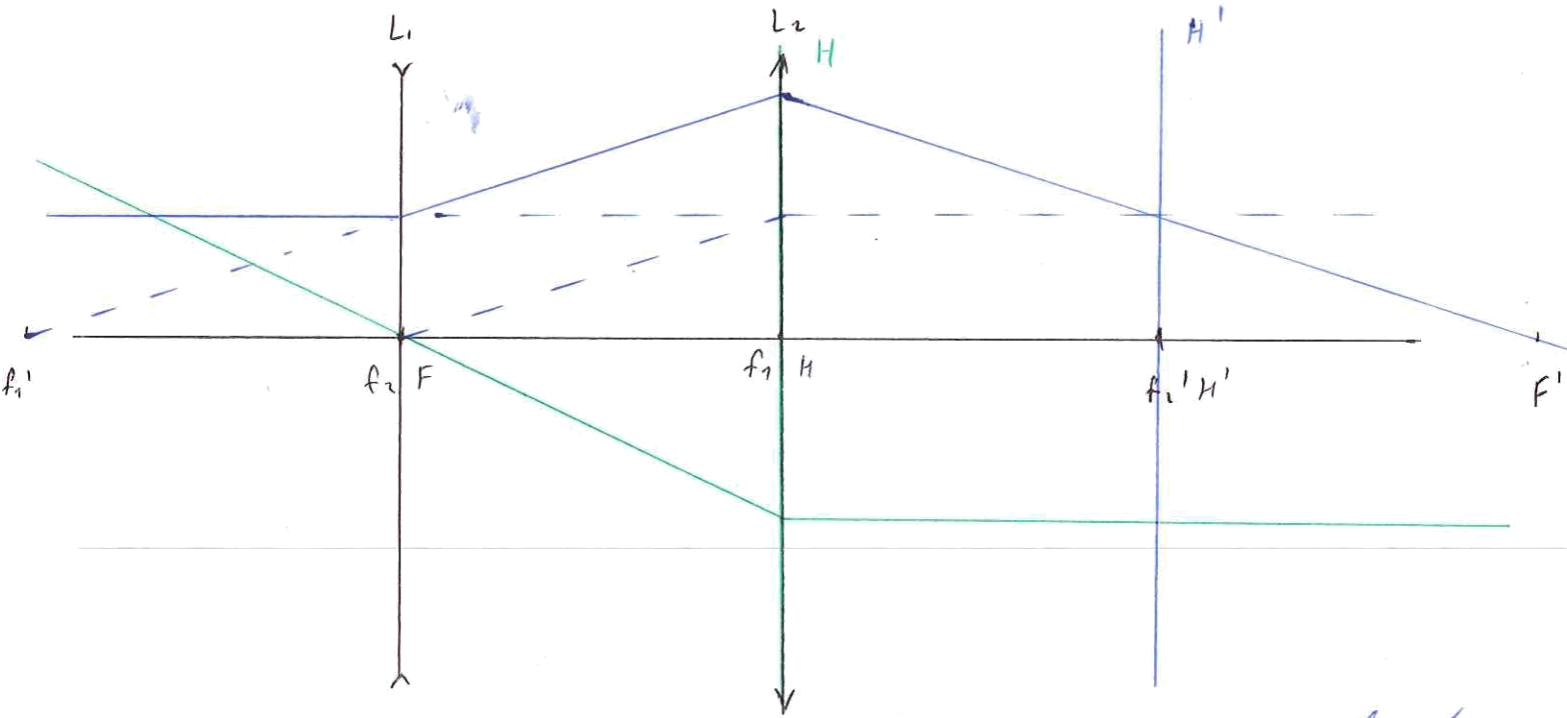
$$\frac{1}{25}(f_1')^3 + 1 \cdot (f_1')^2 = 0 \Rightarrow f_1' = -25\text{mm} //$$

$$f_2' = 25\text{mm} //$$

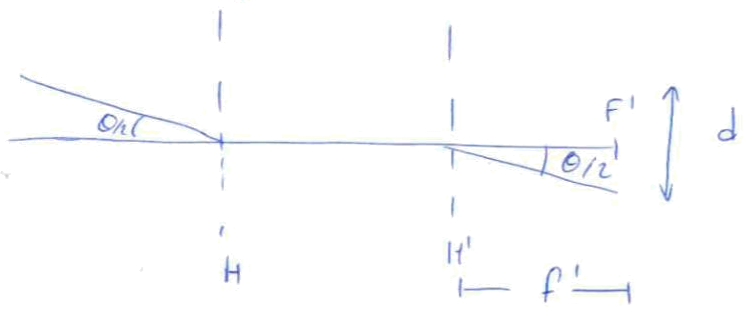
$$e = 25\text{mm} //$$

$$H_1H = \frac{e \cdot f_1}{e - f_1' + f_2} = f_1 = 25\text{mm}$$

$$H_2'H' = \frac{e \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2} = f_2' = 25\text{mm}$$



Como el objeto se veja en el infinito, el campo se angular, luego limitaremos su campo con el círculo de entrada.



$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{d/2}{f'}$$

$$f' = 25 \text{ cm}$$

Por lo que para la altura tenemos que

$$d = 12 \text{ mm} \Rightarrow \theta = 27^\circ$$

y para la anchura:

$$d = 8 \text{ cm} \Rightarrow \theta = 18,18^\circ$$

14-01-2016 D.32

Un teleobjetivo está formado por una lente convergente de f_1 y una divergente a una distancia $e = 5 \text{ cm}$, siendo la distancia de ésta a la placa $L = 30 \text{ cm}$, para el tele-

objetivo enfocado al infinito.

a) Obtener la posición del plano principal, el focal del sistema y la de la lente convergente.

$$f_1' = \frac{1}{\phi_1} = \frac{1}{10} = 0,1\text{m} = 10\text{cm} //$$

Como el objeto está en el infinito se enfocará en el foco imagen de la primera lente; es decir 5cm a la derecha de la segunda lente.

y como tal esto debe enfocarse a 30cm:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f_2' = \left(\frac{1}{30} - \frac{1}{5} \right)^{-1} = -6\text{cm}$$

Con esta información podemos sacar ya la posición de los planos cardinales

$$H_1 H = \frac{e f_1}{e - f_1' + f_2} = \frac{5 \cdot (-10)}{5 - 10 + 6} = -50\text{cm} //$$

$$H_2' H' = \frac{e f_2'}{e - f_1' + f_2} = \frac{5 \cdot (-6)}{5 - 10 + 6} = -30\text{cm} //$$

$$f' = H' F' = - \frac{f_1' f_2'}{e - f_1' + f_2} = 60\text{cm} // \Rightarrow H_1' F' = L = 30\text{cm} \checkmark$$

b) Dimensionar las lentes para un número de apertura $N=10$, con la segunda lente como diafragma de apertura y diafragma de campo sobre la imagen (CCD de 24×36); igualmente con objeto en el infinito.

$$N = \frac{f'}{\phi_{PE}} \Rightarrow \phi_{PE} = \frac{f'}{N} = \frac{60}{10} = 6\text{cm}$$

La pupila de entrada es la antimagen del

diafragma de abertura, de modo que tengamos que calcular la anti-imagen de L_2 por L_1

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10} \right)^{-1} = 10 \text{ cm}$$

$$\beta' = \frac{s'}{s} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi_{L_2} = \frac{\phi_{PE}}{2} \Rightarrow \phi_{L_2} = 3 \text{ cm} //$$

Para dimensionar L_1 utilizaremos los campos de iluminación. Como el objeto está en el infinito

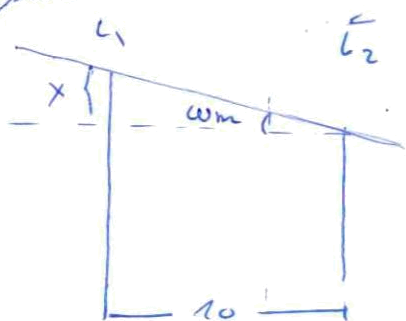
estos son angulares y $w_r = w_m = w_p$

$$\tan w_m = \frac{r_{L_2}}{f'}$$

Y como el diafragma de campo está en la imagen, este verá también la lucerna de salida

$$\tan w_m = \frac{r_{L_2}}{f'} = \frac{\sqrt{24^2 + 36^2}}{2 \cdot 600} = 0,036$$

Y como este ángulo indica el ángulo máximo con el que puede incidir un rayo para que pase a través de todo el sistema:



$$\tan w_m = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 0,361 \text{ cm}$$

$$\phi_{L_1} = \phi_{L_2} + 2x \Rightarrow \phi_{L_1} = 6,722 \text{ cm} //$$

Si con la geometría anterior resulta que la distancia entre dos estrellas es demasiado grande para que ambas imágenes quepan en el CCD. Afortunadamente el telescopio posee un zoom y se pueden modificar tanto L como e para obtener una imagen más pequeña. Calcular la distancia entre las dos lentes y la posición donde

se debe colocar la CCD para que el diámetro de la imagen sea la mitad.

Puesto que queremos que la cantidad de espacio que se vea sea el mismo utilizaremos el campo de iluminación para este cálculo

$$\tan \omega_m = KTE = \frac{r_{LS}^1}{f^{11}} = \frac{r_{LS}^2}{f^{12}} = \frac{r_{LS}^1}{2 \cdot f^{12}} \Rightarrow f^{12} = \frac{f^{11}}{2}$$

De modo que $f^1 = 30 \text{ cm}$ ahora.

$$f^1 = - \frac{f_1' \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2'} = \frac{60}{e - 4} = 30 \Rightarrow e = 6 \text{ cm} //$$

$$L = H_2' F' = \frac{f_2' (e - f_1')}{e - f_1' + f_2'} = \frac{-6(6 - 10)}{6 - 10 + 6} \Rightarrow L = 12 \text{ cm} //$$

JUNIO 2017 17.41

Tradicionalmente los microscopios ópticos cuentan con un intervalo óptico de 1600x. En la actualidad la gran mayoría utilizan lo que se conoce como "óptica corregida al infinito". En estos microscopios, el objetivo forma del objeto una imagen en el infinito, en lugar de formarla en el foco objeto del ocular.⁽¹⁾ Para utilizar este sistema es necesario colocar una nueva lente (L_T) que forme sobre el plano focal objeto del ocular, la imagen que el objetivo forma del objeto en el infinito.

Suponga que ambos microscopios disponen de un objetivo $40\times$ y $AN=0,7$ en aire y un ocular $10\times$, de idénticas características. Si para el microscopio con o.c.i. la focal de L_T es 1600x, calcular el aumento con el que trabajen ambos microscopios.

Para el microscopio convencional tenemos:

$$\Gamma' = \beta'_{OBS} \cdot \Gamma'_{OCU} = -40 \cdot 10 = -400 //$$

$$f'_{OCU} = \frac{x_{PP}}{\Gamma'_{OCU}} = \frac{0,25}{10} = 25 \text{ cm}$$

$$f'_{OBS} = -\frac{t}{\beta'_{OBS}} = \frac{0,160}{40} = 4 \text{ cm}$$

Para el microscopio corregido tenemos que:
 El objetivo dará la imagen del objeto en el infinito porque el objeto está en su plano focal y a su vez el ocular debe cojer la imagen desde su plano focal objeto.

De modo que la lente de tubo coje la imagen del infinito y la deja en el foco objeto de la segunda lente que a su vez coincide con el foco imagen de L_T .

$$\text{De modo que } L_T L_{OCU} = 120 + 25 = 145 \text{ cm}$$

Para el aumento tenemos

$$\Gamma' = \beta'_{OBS-T} \cdot \Gamma'_{OCU} = -30 \cdot 10 = -300 //$$

$$\beta'_{OBS-T} = \frac{f'_{LT}}{f_{OBS}} = \frac{120}{-4} = -30 \text{ cm} \leftarrow \beta'_{OBS-T} \text{ sería el aumento del sistema si cooperan el OBS y } L_T$$

Es decir, el microscopio tradicional tiene más aumento que el corregido al infinito.

Calcular la aberración de enfoque para ambos sistemas si la lente de tubo se coloca a 140 cm del objetivo.

Para el microscopio tradicional tenemos

• Punto próximo $e = \Delta + f_1' + f_2' = 189$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{x_{pp}} - \frac{1}{f_2'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-250} - \frac{1}{25} \right)^{-1} = -22,72 \text{ cm}$$

$$a_1 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{189 - 22,72} - \frac{1}{4} \right)^{-1} = -4,0986 \text{ cm}$$

• Punto remoto

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{x_{pr}} - \frac{1}{f_2'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-\infty} - \frac{1}{25} \right)^{-1} = -25 \text{ cm}$$

$$a_1 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{189 - 25} - \frac{1}{4} \right)^{-1} = -4,1$$

$$D = |O_{pp}| - |O_{pr}| = 4,1 - 4,0986 = 0,0014 \text{ cm}$$

Aproximación:

$$D \approx -f \cdot f' \cdot A = \left(\frac{f_1' \cdot f_2'}{e - f_1' + f_2'} \right)^2 \cdot 4 = 0,0016 \text{ cm}$$

Para el microscopio corregido al infinito tenemos:

• Punto próximo He considerado $L_1 L_3 = 189 \text{ cm}$
pero igual hay que hacerlo con

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_3 = -22,72 \text{ cm} \quad \text{L}_1 \text{L}_3 = 145 \text{ cm}$$

$$a_2 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f_2'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{69 - 22,72} - \frac{1}{120} \right)^{-1} = 73,33 \text{ cm} \quad \text{Al final}$$

$$a_1 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{120 + 73,33} - \frac{1}{4} \right)^{-1} = -4,0845 \text{ cm}$$

• Punto remoto

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_3 = -25 \text{ cm}$$

$$a_2 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f_2'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{69 - 25} - \frac{1}{120} \right)^{-1} = 69,47 \text{ cm}$$

$$a_1 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{120 + 69,47} - \frac{1}{4} \right)^{-1} = -4,0863 \text{ cm}$$

$$D = |O_{PR}| - |O_{PP}| = 4,0863 - 4,0842 = 0,0021 \text{ m}$$

Si el diámetro de la montura del ocular es 15mm; calcular el campo de plena vista para el microscopio que trabaja con un intervalo óptico de 160mm.

Como tenemos la apertura numérica $AN \Rightarrow$

$$AN = n \sin \theta = \sin \theta = 0,7 \Rightarrow \theta = 44,43^\circ$$

donde θ es el ángulo que toma el rayo respecto al eje saliendo del pie del objeto hasta el borde de la pupila de entrada.

Como queremos que la imagen final aparezca en el punto remoto del observador emélope, el objeto deberá estar 4,16mm a la izquierda del objetivo.

Calcularemos ahora la anti-imagen de L_2 por L_1 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{189} - \frac{1}{4} \right)^{-1} = -4,0864 \text{ m}$$

Puesto que está prácticamente encima del objeto, L_2 no será la pupila de entrada, de modo que L_1 será el diafragma de

apertura (y también la PE) $\tan \theta = \frac{r_{L_1}}{O_{PR}}$

$$\arctan \left(\frac{\phi_{L_1}/2}{O_{PR} \cdot s} \right) = \arctan \frac{15 \cdot \frac{4,0864}{2}}{4,1 - 4,0864} = \arctan \frac{0,17}{0,0136} = 85,43^\circ \neq 44,43^\circ$$

Por lo que podemos calcular el diámetro de L_1

$$\tan \theta = \frac{\phi_{L_1}/2}{O_{PR}} \Rightarrow \phi_{L_1} = \tan \theta \cdot O_{PR} \cdot 2 \Rightarrow \phi_{L_1} = 8,038 \text{ mm}$$

Por otro lado, está claro que \vec{L}_2 es la
lucarne de entrada $\phi_{L_2} = 0,324 \dots$

De modo que:

$$V_P = \frac{O_{PE} \cdot r_{LE} - O_{LE} V_{PE}}{O_{PE} - O_{LE}} = \frac{4,1 \cdot 0,17 - 0,0136 \cdot 4,019}{4,1 - 0,0136}$$

$$r_P = 0,157 \dots //$$

* Consideraré el microscopio corregido con
 $\vec{L}_T L_3 = 145 \dots$ y repetiré la segunda

parte:

• P.D
 $a_3 = -27,72 \dots \Rightarrow a_2 = -6435,79 \dots \Rightarrow$

$$a_1 = -3,9975 \dots$$

• P.R

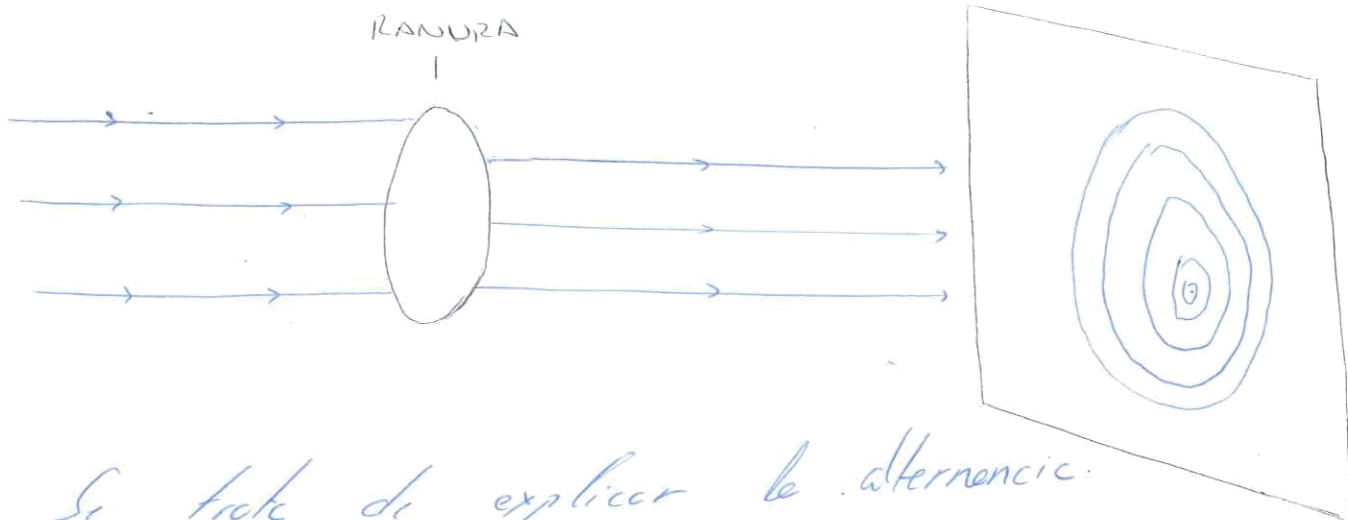
$$a_3 = -25 \dots \Rightarrow a_2 = -\infty \dots$$

$$a_1 = -4 \dots$$

$$D = |O_{PR}| - |O_{PP}| = 4 - 3,9975 = 0,0025 \dots$$

En este caso (con las distancias así consi-
deradas) un objeto en el foco objeto del
objetivo aparecerá enfocado en el infinito
después de atravesar todo el sistema.

2. ÓPTICA ONDULATORIA



Se trata de explicar la alternancia de las franjas claras y oscuras.

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \rightarrow \text{Tanto } \vec{E} \text{ como } \vec{B} \text{ la cumplen}$$

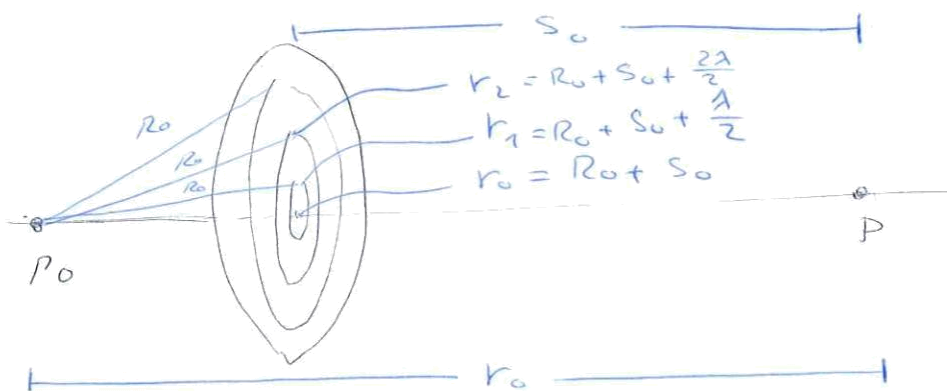
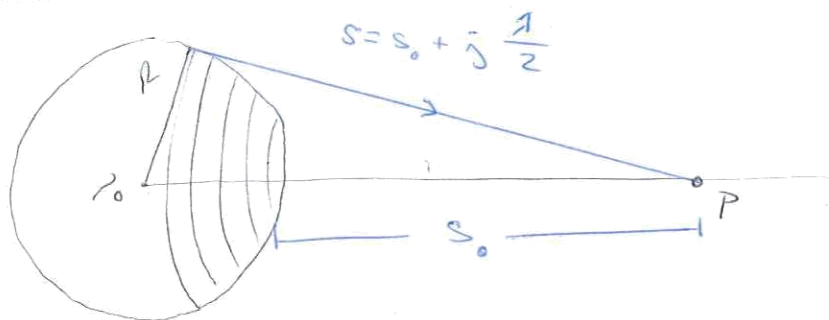
Como suponemos que las ondas se expanden en todas direcciones \Rightarrow Simetría esférica \Rightarrow

$$\frac{\partial^2(ru)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(ru)}{\partial t^2} \Rightarrow ru = f(ckr - \omega t)$$

$$\Rightarrow u(r, t) = \frac{a}{r} e^{i(ckr - \omega t)} \Rightarrow \text{ONDA PLANA}$$

DIFRACCIÓN DE FRESNEL

ángulo pequeño



$$u_1(r, t) = \frac{a}{R_0 + s_0 + \frac{A}{2}} e^{i(k(R_0 + s_0 + \frac{A}{2}) - \omega t)} \Rightarrow$$

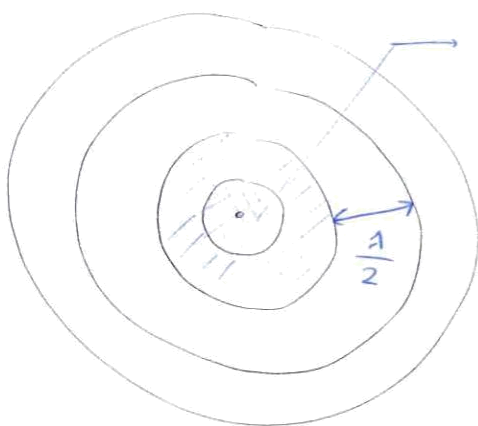
$$u_0(r, t) = \frac{a}{R_0 + s_0} e^{i(k(R_0 + s_0) - \omega t)}$$

$$u_1(r, t) = \frac{a}{R_0 + s_0 + \frac{A}{2}} e^{i(k(R_0 + s_0) - \omega t)} e^{i k \frac{A}{2}} =$$

$$= \frac{-a}{R_0 + s_0 + \frac{A}{2}} e^{i(k(R_0 + s_0) - \omega t)} \approx$$

$$\approx \frac{-a}{R_0 + s_0} e^{i(k(R_0 + s_0) - \omega t)} = -u_0(r, t)$$

$$\Rightarrow u_0(r, t) + u_1(r, t) \approx 0$$

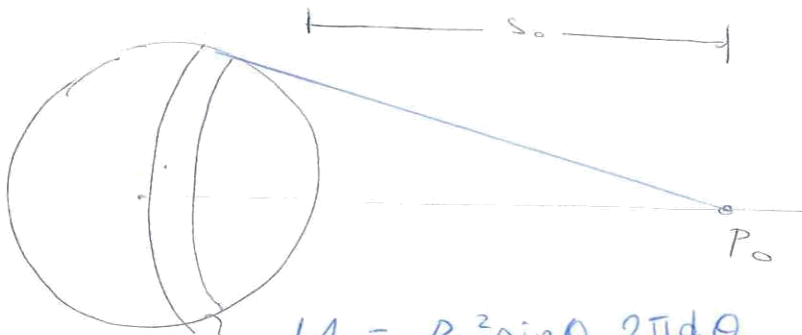


1.ª ZONA SEMIPERIÓDICA

Se van anulando por pares

CONTRIBUCIÓN A LA AMPLITUD TOTAL EN UN PUNTO P SITUADO SOBRE EL EJE DE UNA ZONA SEMIPERIÓDICA (ZSP) j-ÉSIMA CUALQUIERA

La amplitud total será relacionada con el tamaño de la zona semiperiódica.



$$dA = R_0^2 \sin \theta \, 2\pi d\theta$$

$$s^2 = (R_0 + s_0)^2 + R_0^2 - 2(R_0 + s_0)R_0 \cos \theta \Rightarrow$$

$$2s ds = 0 + 0 + 2(R_0 + s_0)R_0 \sin \theta d\theta \Rightarrow$$

$$\sin \theta d\theta = \frac{s}{R_0(R_0 + s_0)} ds \Rightarrow$$

$$dA = R_0^2 \cdot \frac{s \, 2\pi}{R_0(R_0 + s_0)} ds$$

$$u(r, t) = \frac{a}{r} e^{i(kr - \omega t)}$$

$$U_j(P) = \int dU_j(P) = \int_{s_0 + (j-1)\frac{\lambda}{2}}^{s_0 + j\frac{\lambda}{2}} f_j(x) \cdot \frac{a/R_0}{s} e^{i(k s - \omega t)} dA =$$

Amplitud desde el radio de la nueva esfera

FACTOR DE OBLICUIDAD: $f_j(k)$

Modeliza el hecho de que a mayor ángulo, la cantidad de fotones que llegan al punto P es menor.

(Cuanto más divergen de la dirección dominante (la radial) menos ondas secundarias aparecen)

$$= \frac{a f_j(x)}{R_0} e^{-i\omega t} \int_{s_0 + (j-1)\frac{\lambda}{2}}^{s_0 + j\frac{\lambda}{2}} \frac{e^{i k s}}{s} \cdot \frac{2\pi R_0 s}{R_0 + s_0} ds =$$

$$= \frac{2\pi a}{R_0 + s_0} f_j(x) e^{-i\omega t} \int_{s_0 + (j-1)\frac{\lambda}{2}}^{s_0 + j\frac{\lambda}{2}} e^{i k (R_0 + s)} ds =$$

$$= 2i a (-1)^{j+1} f_j(x) \frac{a e^{i[k(R_0 + s_0) - \omega t]}}{R_0 + s_0}$$

$$u_{CP} = \sum_j u_j(P) = 2iA \frac{a e^{i[k(R_0 + S_0) - \omega t]}}{R_0 + S_0} \sum_j (-1)^{j+1} f_j(x)$$

n impar: $\sum_j (-1)^{j+1} f_j(x) = \frac{f_1}{2} + \underbrace{\left(\frac{f_1}{2} - f_2 + \frac{f_3}{2}\right)}_{\approx 0} + \underbrace{\left(\frac{f_3}{2} - f_4 + \frac{f_5}{2}\right)}_{\approx 0} + \dots + \frac{f_n}{2}$

n par: $\sum_j (-1)^{j+1} f_j(x) = f_1 - \frac{f_2}{2} + \underbrace{\left(\frac{f_2}{2} - f_3 + \frac{f_4}{2}\right)}_{\approx 0} - \underbrace{\left(\frac{f_4}{2} - f_5 + \frac{f_6}{2}\right)}_{\approx 0} + \dots - \frac{f_n}{2}$

$$\Rightarrow \sum_j (-1)^{j+1} f_j(x) = \frac{f_1}{2} \pm \frac{f_n}{2}$$

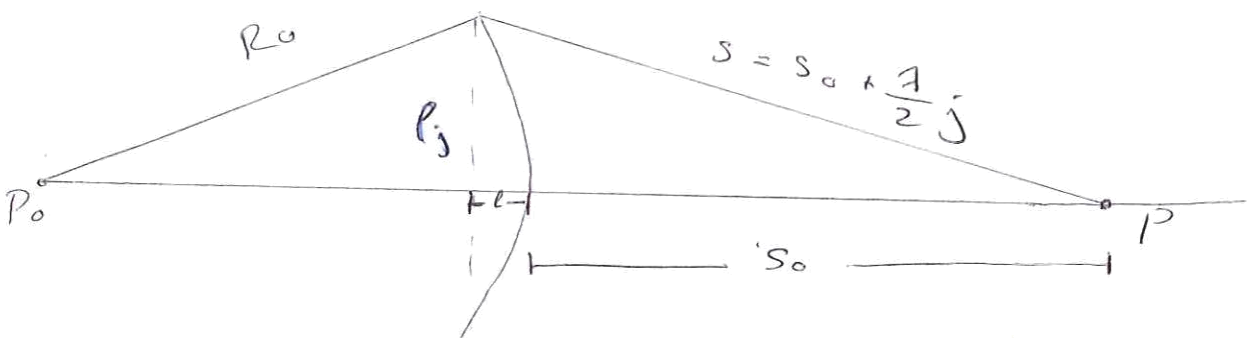
$$u_{CP} = iA (f_1 \pm f_n) \cdot \frac{a e^{i[k(R_0 + S_0) - \omega t]}}{R_0 + S_0} =$$

$$= \frac{1}{2} [u_1(P) \pm u_n(P)] = \frac{u_1(P)}{2} \Rightarrow \boxed{u_1(P) = 2u}$$

↳ ONDA PLANA

RESULTADO TEÓRICO: Si tapamos todo excepto la primera zona semiperiódica llegamos a luz con el doble de la amplitud que si no hubiere apertura

RADIO DE LAS ZONAS SEMIPERIODICAS



$$R_j^2 + (R - l)^2 = R_0^2 \Rightarrow R_j^2 = 2R_0 l - l^2$$

$$R_j^2 + (S_0 + l)^2 = S^2 = \left(S_0 + \frac{A}{2}j\right)^2 \Rightarrow R_j^2 = \left(S_0 + \frac{A}{2}j\right)^2 - (S_0 + l)^2$$

$$= \cancel{S_0^2} + j S A + \underbrace{j^2 \frac{A^2}{4}}_{\approx 0} - \cancel{S_0^2} - 2S_0 l - l^2 \approx j A S_0 - l^2 - 2S_0 l$$

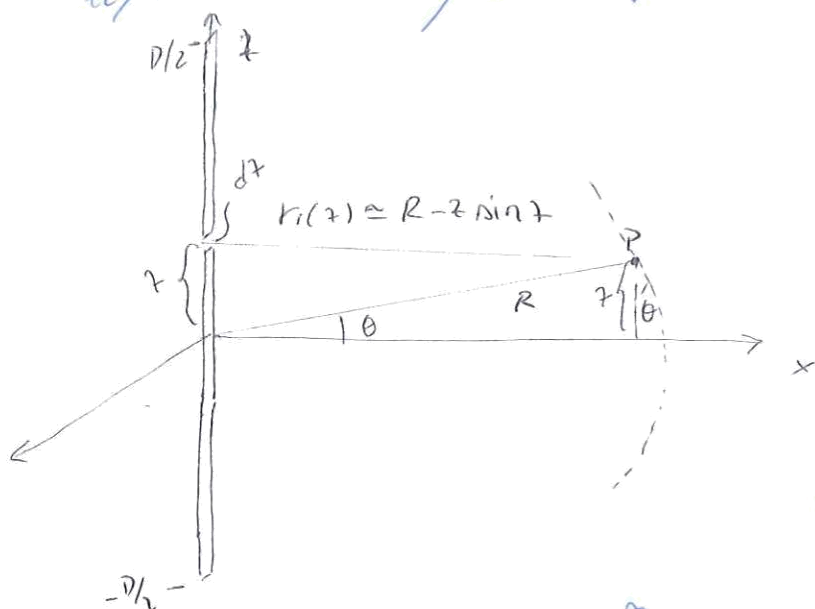
$$2R_0 l - l^2 \approx A d S_0 - l^2 - 2S_0 l \Rightarrow l = \frac{A S_0}{2(R_0 + S_0)} \Rightarrow$$

$$\rho_s^2 = 2R_0 l - l^2 = 2R_0 l \stackrel{R_0 \rightarrow \infty \text{ (onda plana)}}{\approx} \frac{R_0 S_0 A}{R_0 + S_0} \approx S_0 A \rho_s \Rightarrow$$

$$\rho_s = \sqrt{S_0 A} \Rightarrow \text{RADIO DE LAS ZONAS SEMI PERIÓDICAS}$$

DIFRACCIÓN DE FRAUNHOFER

[Las aproximaciones son válidas porque estamos muy lejos de la pantalla]



$A \equiv$ Amplitud por unidad de longitud en la rendija

$$d u_i = \left(\frac{A}{R} dx_i \right) e^{-i(kr_i - \omega t)}$$

Amplitud de dx_i en P

$$u = \int_{-D/2}^{D/2} \frac{A}{R} e^{i\omega t} e^{-ik(R - z \sin \theta)} dz =$$

$$= \frac{A}{R} e^{i\omega t} e^{-ikR} \int_{-D/2}^{D/2} e^{ikz \sin \theta} dz = \frac{A}{R} e^{-i(kR - \omega t)} \frac{e^{ikz \sin \theta} \Big|_{-D/2}^{D/2}}{i \sin \theta} =$$

$$= \frac{A}{R} e^{-i(kR - \omega t)} \frac{e^{i \frac{D}{2} k \sin \theta} - e^{-i \frac{D}{2} k \sin \theta}}{i k \sin \theta} =$$

$$= \frac{A}{R} e^{-i(kR - \omega t)} \frac{e^{i \frac{D}{2} k \sin \theta} - e^{-i \frac{D}{2} k \sin \theta}}{2i} = \frac{A D}{R} e^{-i(kR - \omega t)} \frac{\sin \left(\frac{D}{2} k \sin \theta \right)}{k \sin \theta}$$

$$= \frac{A D}{R} e^{-i(kR - \omega t)} \frac{\sin \left(\frac{D}{2} k \sin \theta \right)}{\frac{D}{2} k \sin \theta} = \frac{A D}{R} e^{-i(kR - \omega t)} \frac{\sin v}{v}$$

$$I \sim u^* \cdot u \Rightarrow I = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \quad \text{con } I_0 = I(\theta=0)$$

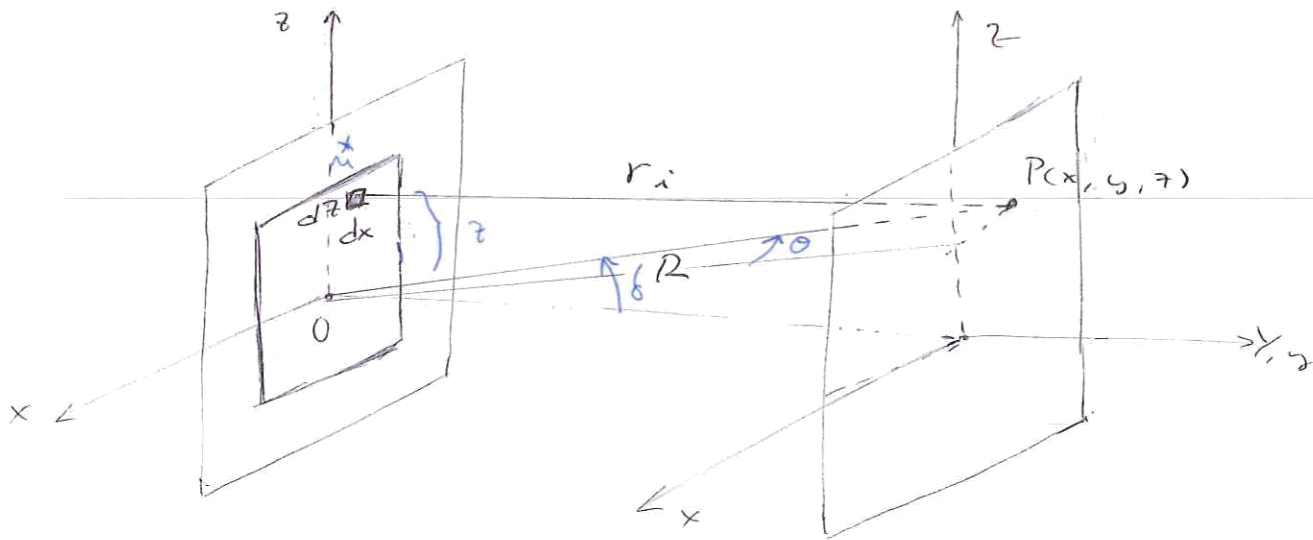
$$\frac{D}{2} k \sin \theta = v$$

$$I(\theta=0) = \lim_{\theta \rightarrow 0} I = \lim_{v \rightarrow 0} I = I_0 \lim_{v \rightarrow 0} \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 = I_0 \cdot 1^2 = I_0$$

$$\Rightarrow I_0 = I(\theta=0) = I_0 \left(\frac{AD}{R} \right)^2 \cdot \frac{1}{2\epsilon_0}$$

PATRÓN DE INTENSIDADES

DIFFRACCIÓN: Fenómeno interferencial



$$r_i = \sqrt{(x-x_1)^2 + y^2 + (z-z_1)^2} = \sqrt{x^2 - 2xx_1 + x_1^2 + y^2 + z^2 - 2zz_1 + z_1^2} =$$

$$= \sqrt{\underbrace{x^2 + x_1^2 + z^2 + z_1^2}_{R^2} - 2(x x_1 + z z_1)} =$$

$$= R \sqrt{1 - \frac{2(x x_1 + z z_1)}{R^2} + \frac{x^2 + z^2}{R^2}} \approx R \sqrt{1 - \frac{2(x x_1 + z z_1)}{R^2}} \triangleq$$

$$= R \left(1 - \frac{x x_1 + z z_1}{R^2} \right) = R \left(1 - \frac{x}{R} \cdot \frac{x_1}{R} - \frac{z}{R} \cdot \frac{z_1}{R} \right) =$$

$$\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \frac{x}{2}$$

$$= R \left(1 - \frac{x}{R} \sin \theta - \frac{z}{R} \sin \delta \right)$$

$\theta \equiv$ Ángulo horizontal

$\delta \equiv$ Ángulo vertical

$$du_i = \frac{A dx dz}{R} = \frac{A}{R} e^{-i(k(R-x \sin \theta - z \sin \delta) - \omega t)}$$

$$= \frac{A}{R} e^{-i[k(R-x \sin \theta - z \sin \delta) - \omega t]} = \frac{A}{R} e^{-i(kR - \omega t)} e^{ikx \sin \theta} e^{-ikz \sin \delta}$$

$$\Rightarrow u = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{A}{R} e^{-i(kR - \omega t)} e^{ikx \sin \theta} e^{-ikz \sin \delta} dx dz =$$

$$= \frac{A}{R} e^{-i(kR - \omega t)} \left[\int_{-a/2}^{a/2} e^{ikx \sin \theta} dx + \int_{-b/2}^{b/2} e^{-ikz \sin \delta} dz \right] =$$

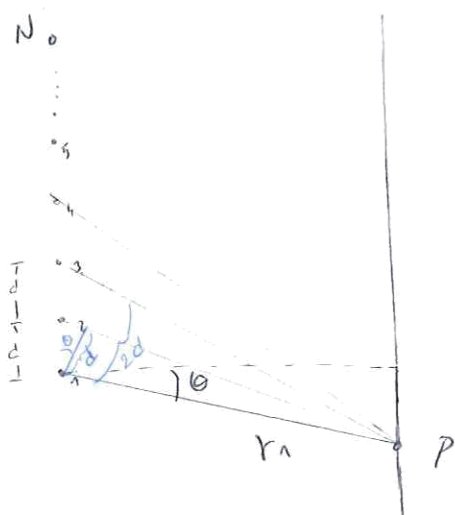
$$= \frac{A}{R} e^{-i(kR - \omega t)} \left(\frac{e^{ik \frac{a}{2} \sin \theta} - e^{-ik \frac{a}{2} \sin \theta}}{ik \sin \theta} \right) \left(\frac{e^{ik \frac{b}{2} \sin \delta} - e^{-ik \frac{b}{2} \sin \delta}}{ik \sin \delta} \right) =$$

$$= \frac{A a b}{R} e^{-i(kR - \omega t)} \frac{\sin(k \frac{a}{2} \sin \theta)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} \frac{\sin(k \frac{b}{2} \sin \delta)}{k \frac{b}{2} \sin \delta} =$$

$$= \frac{A S}{R} e^{-i(kR - \omega t)} \frac{\sin v}{v} \frac{\sin w}{w} \quad \left\{ \begin{array}{l} v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \\ w = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \delta \end{array} \right.$$

$$I \sim u^* u \Rightarrow I(\theta, \delta) = I(\theta=0, \delta=0) \underbrace{\left(\frac{\sin v}{v} \right) \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2}_{I(\theta)}$$

INTERFERENCIAS



$$u_T = u_1 + u_2 + \dots + u_N =$$

$$= A e^{-i(kr_1 - \omega t)} + A e^{-i(kr_2 - \omega t)} + \dots + A e^{-i(kr_n - \omega t)}$$

$$r_1 = r$$

$$r_2 = r + d \sin \theta$$

$$r_3 = r + 2d \sin \theta$$

$$\dots$$

$$r_n = r + (n-1)d \sin \theta$$

progresion
geometrice

$$Ae^{-i(kr - \omega t)} (1 + e^{-ikd \sin \theta} + e^{-i2kd \sin \theta} + \dots + e^{-i(N-1)kd \sin \theta})$$

$$= Ae^{-i(kr - \omega t)} \frac{1 - e^{-iNd \sin \theta}}{1 - e^{-ikd \sin \theta}}$$

$$= Ae^{-i(kr - \omega t)} \cdot \frac{e^{-i\frac{N}{2}kd \sin \theta}}{e^{-i\frac{d}{2}kd \sin \theta}} \cdot \frac{e^{i\frac{k}{2}Nd \sin \theta} - e^{i\frac{kN}{2}d \sin \theta}}{e^{i\frac{k}{2}kd \sin \theta} - e^{-i\frac{k}{2}kd \sin \theta}}$$

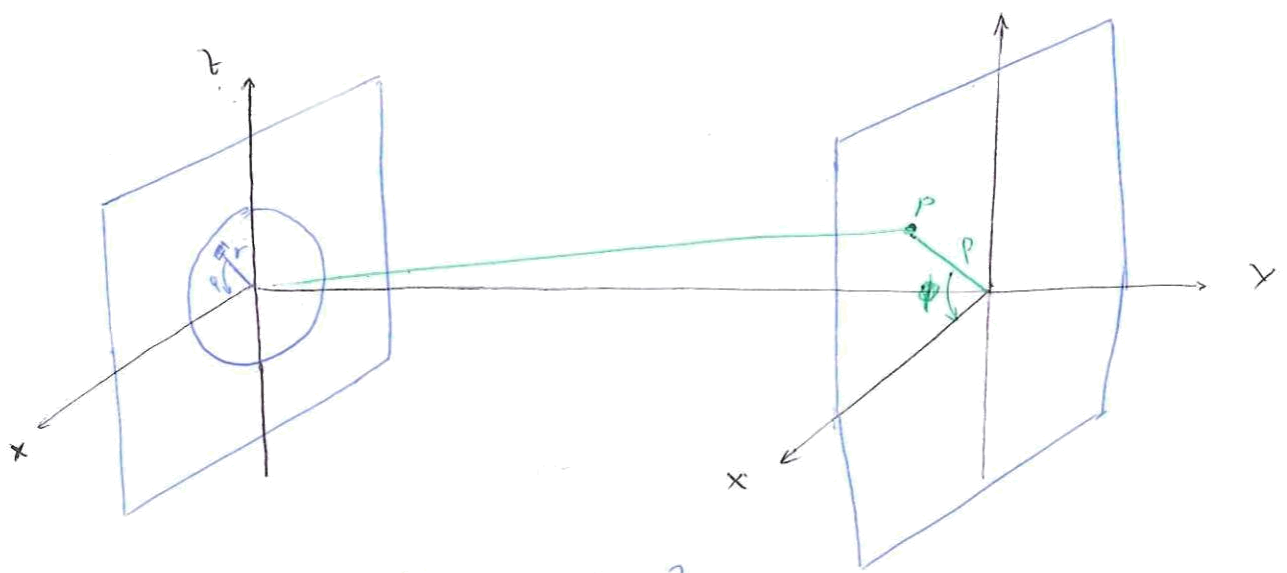
$$\approx C(\theta) \frac{\sin(N \frac{kd}{2} \sin \theta)}{\sin(\frac{kd}{2} \sin \theta)} = C(\theta) \cdot \frac{\sin(Nv)}{\sin v}$$

$$I = I(\theta) \left(\frac{\sin Nv}{\sin v} \right)^2$$

$$v \equiv \frac{kd}{2} \sin \theta$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow v = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

ABERTURA CIRCULAR



$$du = \frac{A e^{i(\omega t - kR)}}{R} e^{ik \left(\frac{x_x + z_z}{R} \right)} dx dx$$

$$x = r \cos \varphi \quad ; \quad x = \rho \cos \phi$$

$$z = r \sin \varphi \quad ; \quad Y = \rho \sin \phi$$

$$du = \frac{A e^{i(\omega t - kR)}}{R} e^{ikr (\cos \varphi \cos \phi + \sin \varphi \sin \phi)} \cdot \frac{1}{r^2} r dr d\varphi$$

$$u = \frac{A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{i \frac{kpr}{R} \cos(\varphi - \phi)} r dr d\varphi =$$

es independiente

$$= \frac{A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \int_0^a 2\pi J_0\left(\frac{kpr}{R}\right) r dr = \frac{A e^{i(\omega t - kR)}}{R} 2\pi \frac{R}{kp} \left(\frac{kp a}{R} \right)$$

$$= 2 \frac{A e^{i(\omega t - kR)}}{R} \underbrace{\pi a^2}_S \left[\frac{J_1\left(\frac{kpa}{R}\right)}{\frac{kpa}{R}} \right] \longrightarrow$$

$$I = \langle (Re u)^2 \rangle = \frac{1}{2} u^* u = \frac{2A^2 S_c^2}{R^2} \left[\frac{J_1\left(\frac{kpa}{R}\right)}{\frac{kpa}{R}} \right]^2$$

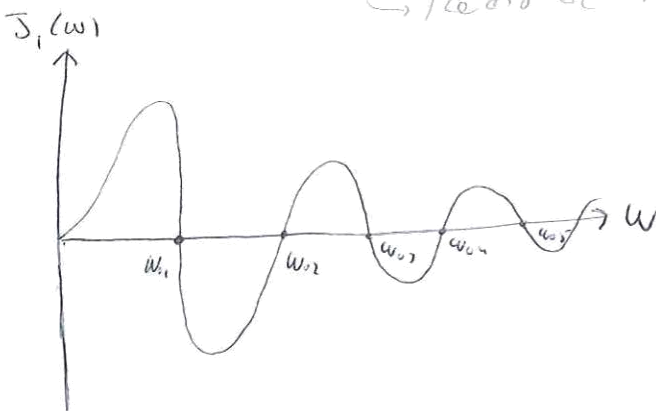
Nota: $J_0(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\omega \cos \varphi} d\varphi$ Igual que en las aberturas □

Como $\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{J_1(\omega)}{\omega} = \frac{1}{2} \Rightarrow I(0) = \frac{A^2 S_c^2}{2R^2}$

$$I(\theta) = I(0) \left(\frac{J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right)^2$$

$\sin \theta = \frac{r}{R}$ Radio sobre la pantalla
 \hookrightarrow Pertenencia a la pantalla

Radio de la abertura



$$\omega_{01} = 3,832$$

$$\omega_{02} = 7,016$$

$$\omega_{03} = 10,125$$

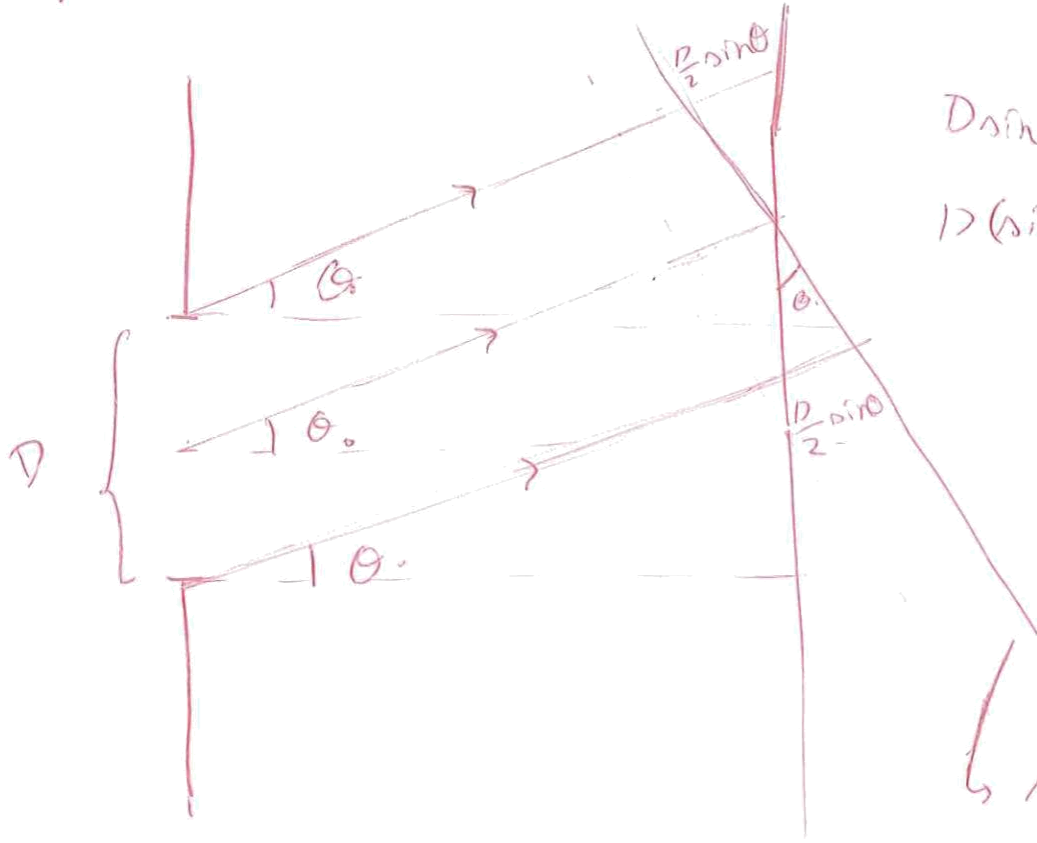
$$\omega_{04} = 13,324$$

$$\Rightarrow \frac{k a p}{R} = 3,832 \rightarrow \rho_{01} = 1,22 \frac{R \lambda}{2d} \approx 1,22 \frac{\phi \lambda}{2d}$$

\hookrightarrow Disco de Airy

Si ponemos una lente que proyecte el patrón a la pantalla $R \sim f'$

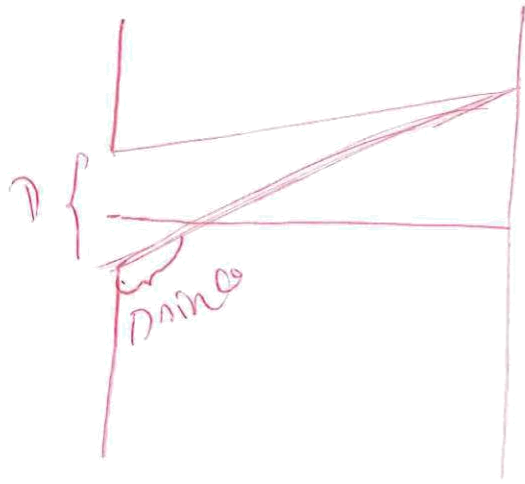
INCIDENCIA NO-PERPENDICULAR



$$D \sin \theta \rightarrow D \sin \theta - 2 \left(\frac{D}{2} \sin \theta_0 \right)$$

$$D (\sin \theta - \sin \theta_0)$$

↳ Recte imaginaria
 para lo cual la inci-
 dencia debe ser perpendicular



43. ARZULETA

→ Diámetro de la abertura

$$P_{10} = 1,22 \cdot \frac{P \lambda}{D} \approx 1,22 \lambda = 1,22 \cdot 550 \text{ nm} = 0,67 \mu\text{m}$$

$$P_{10} < g = 8 \mu\text{m}$$

es más pequeño que el grano

ii) $b' = 2b = 120 \mu\text{m} \Rightarrow$ que tenemos λ iguales
 difraccionales en $\sin \theta = 0, 01, \sin \theta = 0, 005$
 \Rightarrow que se sigue perdiendo el tercer
 orden

iii) Si duplicamos el período $a = 2a = 60$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda} = m\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{m \lambda}{6b}$$

se pierde el orden 6

$$\text{iv) } I(\theta=0) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left| 1 + e^{i(kb \sin \theta + \Delta \phi)} \right|^2 = 3I_0$$

$$\downarrow$$

$$(1 + e^{i\Delta \phi})(1 + e^{-i\Delta \phi})$$

$$\downarrow$$

$$2 + 2 \cos(\Delta \phi)$$

$$\Rightarrow \cos(\Delta \phi) = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta \phi = \frac{\pi}{3}$$

ONDULATORIA

7. ARIKETA



$$U_{2, \text{TOT}} = \frac{u_1}{2} + \frac{u_1}{2} e^{ik \frac{a}{4}} = \frac{u_1}{2} (1 + e^{i \frac{\pi}{2}}) \Rightarrow$$

$$I = 2I_0$$

$$U_{3, \text{TOT}} = \frac{u_2}{2} = -\frac{2u_0}{2} = -u_0 \Rightarrow I_3 = I_0$$

$$U_{4, \text{TOT}} = \frac{u_1}{2} + \frac{u_2}{2} e^{i \frac{\pi}{2}} = \frac{u_2}{2} e^{i \frac{\pi}{4}} (e^{i \frac{\pi}{4}} + e^{-i \frac{\pi}{4}}) \Rightarrow$$

$$I = 2I_0$$

34. ARIKETA

Como solo tenemos información de la parte horizontal, nos centramos solo ahí

$$I_1 = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 = 0 \Rightarrow \sin \beta = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \beta = 0 \Rightarrow \beta = \pm m\pi, \quad m \in \mathbb{N} \Rightarrow$$

$$\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta = \pm \pi \Rightarrow b = \frac{\lambda}{\sin \theta} \approx \frac{\lambda}{\frac{90^\circ}{8}} = 100 \lambda$$

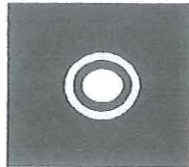
La lente no permite que pase un segundo mínimo

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad // \quad \alpha = 3\pi \Rightarrow a = \frac{3\lambda}{\sin \theta} = 3b = 180 \mu$$

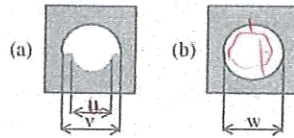
(1)

1) a) Calcular los radios de las siete primeras zonas semiperiódicas sobre un frente plano de luz roja de He-Ne (632,8nm) desde un detector situado a 0.5m; b) demostrar que las zonas dibujadas sobre el frente plano tienen la misma superficie y c) encontrar las posiciones de los máximos y mínimos sobre el eje con un diafragma de 2mm. *(de radio)*

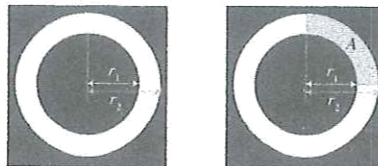
2) a) Obtener la irradiación y fase de la onda difractada por el objeto de la figura en un punto del eje distante 4m, referidas a los valores de la irradiación y fase de la onda libre, si se ilumina con una onda plana de longitud de onda 500nm y los radios de la abertura son 1.41; 2 y 2.45 mm.



3) Sobre una pantalla opaca que tiene una abertura como se indica en la figura (a) llegan ondas planas ($\lambda = 500\text{nm}$) de irradiación I_0 . i) Calcular la irradiación en un punto axial a 4m de la pantalla. ii) Misma cuestión si la abertura es como indica la figura (b). Aplicación numérica, $u = 2.828\text{mm}$; $v = 4\text{mm}$; $w = 3.464\text{mm}$.



4) Sobre una pantalla opaca se practica un orificio como indica la figura ($r_1 = 1.95\text{mm}$ y $r_2 = 2.25\text{mm}$) y lo iluminamos con una onda plana proveniente de un láser de He-Ne ($\lambda = 632.8\text{nm}$). La intensidad difractada que recogemos en un punto del eje a una distancia de 2m de la pantalla es I_{anillo} . a) Si sobre la zona A (en gris) colocamos una lámina de vidrio que introduce un desfase $\Delta = \pi$, calcular la nueva intensidad. b) Igual que en el apartado anterior pero si el desfase introducido por el vidrio es $\Delta = \pi/2$.



5) A una distancia d de una abertura circular recogemos la figura de difracción de Fresnel sobre una pantalla de tal forma que la intensidad en el punto central de esta pantalla es nula. Aumentando o disminuyendo esta distancia d a lo largo del eje ($d' = d \pm \Delta d$) volvemos a encontrar un punto para el cual la intensidad vuelve a ser nula. ¿ En qué sentido debemos de hacer el desplazamiento mas pequeño para que esto suceda?. ¿Hacia la pantalla o alejándonos de la pantalla?.



6) A una distancia S_0 de una abertura circular sobre la que incide perpendicularmente un haz de longitud de onda λ de un láser sintonizable, recogemos la figura de difracción de Fresnel sobre una pantalla, de tal forma que la intensidad en un punto del eje es nula. Aumentando o disminuyendo la longitud de onda volvemos a encontrar que la intensidad es nula en dicho punto. Calcular la menor variación (aumentando o disminuyendo) la longitud de onda para que eso suceda.

7) Una onda plana que proviene de un láser azul de He-Cd con longitud de onda de 441,6 nm incide perpendicularmente sobre cuatro pantallas. Cada una de ellas tiene practicado un orificio que corresponde a las figuras 1, 2, 3 y 4, respectivamente. Las pantallas 2 y 4 tienen parte del orificio cubierto por una lámina de espesor $\lambda/4$ (zona sombreada). Calcular cual de las cuatro pantallas permite recoger la mayor irradiación difractada en un punto del eje situado a 3m de cada una de ellas. Razonar la respuesta. ($u = 2,302\text{mm}$ y $w = 3,256\text{mm}$).

Fig. 1

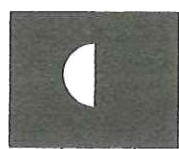


Fig. 3

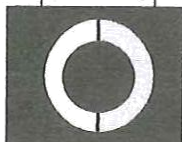
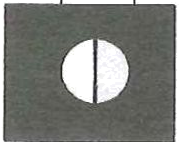
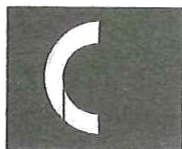
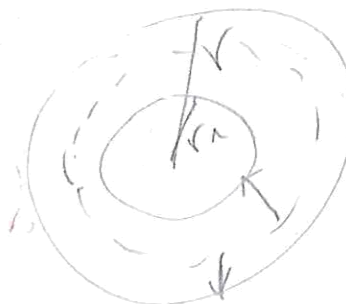
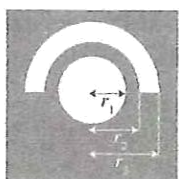
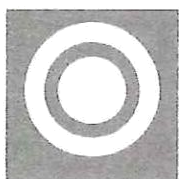


Fig. 2

Fig. 4



8) Las aberturas de la figura se iluminan con una onda plana de 500nm y se observa la figura de difracción a 4 m. Los radios son $r_1=1.41\text{mm}$, $r_2=2.00\text{mm}$ y $r_3=2.82\text{mm}$. Calcular la intensidad en el centro de la figura de difracción.



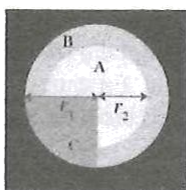
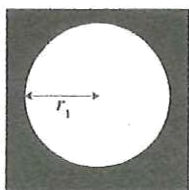
a)

b)

c)

9) Un haz de luz procedente de un láser de 632,8nm de longitud de onda incide perpendicularmente sobre la abertura a de la figura, recogiendo en el eje una intensidad I_A en un punto P situado a 1.9m. Posteriormente se colocan tres láminas transparentes de distintos espesores sobre la abertura anterior, figura b, produciéndose tres campos A, B y C desfasados en π , $\pi/2$ y Δ , respectivamente. En este caso, la intensidad del campo que se mide en P es tal que $I_B=I_A/4$. Calcular el valor de Δ .

$r_1=1.90\text{ mm}$
 $r_2=1.55\text{ mm}$



a)

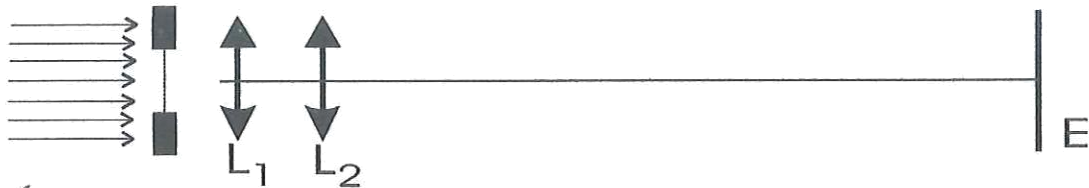
b)

10) Se desearía ver, si fuera posible, la figura de difracción que proporciona un orificio circular de 30 cm de diámetro sobre una distancia de 10Km en el eje. Como solo se dispone de una distancia de 10m y de un láser de poca potencia, interesa calcular el radio del disco que daría sobre esta distancia una figura de difracción semejante. Calcular dicho radio y describir cualitativamente la figura de difracción si la longitud de onda del láser es de 450 nm.

11) En el laboratorio de óptica obtenemos una intensidad I en el centro de la sombra geométrica difractada por un obstáculo circular cuando este se ilumina con una onda plana proveniente de un láser de $\lambda=560\text{nm}$. Para ello utilizamos una pequeña bola de acero de 2.6mm de diámetro y recogemos la figura de difracción a 1m. Calcular, en el hipotético caso de que fuera posible, el radio que debiera tener la Luna para que durante un eclipse solar se recogiera en el centro de su sombra geométrica en la Tierra la misma intensidad que en el caso anterior. ¿Cuál sería el valor de esta intensidad?. Considerar que la irradiación de la luz solar y la del láser tienen la misma intensidad y la misma longitud de onda y que la distancia Tierra-Luna es de 384.000 Km. Razonar la respuesta.

12) A una distancia $S_0=2.26\text{m}$ de un obstáculo circular opaco de radio 1mm sobre el que incide perpendicularmente un haz de longitud de onda $\lambda=442.5\text{ nm}$ de un láser de He-Cd, recogemos la irradiación difractada, de tal forma que la intensidad en ese punto del eje es I_0 . Calcular (cualitativamente) el radio de la abertura circular que en la misma posición del obstáculo y en las mismas condiciones nos suministrará la misma irradiación. Igualmente, para la amplitud difractada.

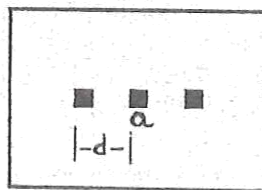
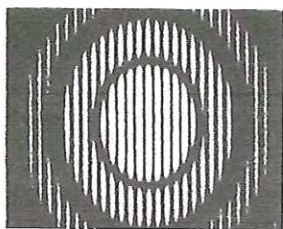
13) En la figura A es una abertura rectangular de 0.5mm x 1.0mm seguida de dos lentes y una pantalla. Las focales de las lentes son $f_1 = 49.00\text{ mm}$ y $f_2 = 20.82\text{mm}$, siendo las distancias $AO_1=50\text{mm}$, $O_1O_2=70\text{mm}$ y $O_2P=2380\text{mm}$. Si iluminamos la abertura con un láser de He-Ne (632.8nm), describir la figura que se recoge en la pantalla: a) sólo con la lente L_1 , b) con las dos lentes.



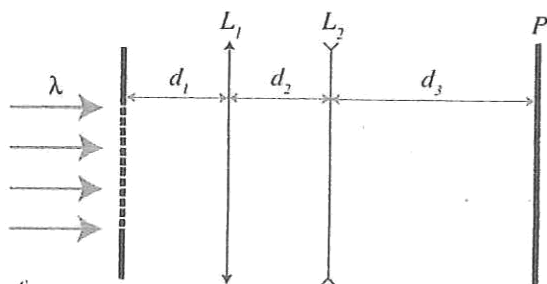
14) Se utiliza un visor para observar la imagen de difracción producida por una pantalla en la que se ha practicado un orificio circular de 1.41 mm de radio, iluminado en incidencia perpendicular con una onda plana de longitud de onda 500nm. El objetivo tiene una focal de 50mm y el ocular de 25mm y la distancia objetivo-ocular es de 125mm. Si se coloca este visor en eje a una distancia de 2.1 metros de la pantalla. i) Describir la imagen que observa a través del visor un observador emélope en su PR. ii) Lo mismo con la pantalla de difracción complementaria iii) ¿Cuánto habría que alejar el visor de la pantalla del caso anterior para que la amplitud que da lugar a la imagen que se observa justo en el eje esté, a) en cuadratura, b) en contrafase, con respecto a la de la onda libre?

15) La figura de difracción inferior izquierda se obtuvo con una cámara sin objetivo a 5m de un objeto iluminado por un láser de He-Ne colimado. Describir el objeto difractante. La de la derecha es un objeto difractante (tres aberturas cuadradas). Describir la figura de difracción en las mismas condiciones que en el apartado anterior.

Te quiero



- 16) Sobre la red de difracción de la figura incide perpendicularmente un haz de luz monocromática de $\lambda=632.8\text{nm}$, recogiendo en la pantalla P la figura de difracción de Fraunhofer. La distancia focal de la lente L_2 es $f_2=3\text{ cm}$ y las distancias $d_1=d_2=3\text{cm}$ y $d_3=6\text{cm}$.
- Calcular la distancia focal de la lente L_1 .
 - Si la distancia entre los máximos principales en la pantalla $m=1$ y $m=2$ es de 2cm calcular el periodo de la red.
 - Si la anchura de las rendijas es de $2\mu\text{m}$, calcular la intensidad del primer orden.
 - Manteniendo la distancia entre la red y la pantalla, ¿podríamos poner una sola lente en vez de las dos que tenemos sin que cambie en nada la figura de difracción?



- 17) Obtener la irradiación difractada en las condiciones de Fraunhofer por una rendija de anchura D cubierta en su mitad por una lámina transparente de espesor $e = 25\lambda/2(n-1)$. Para una aplicación numérica tomar $D=5\lambda$.

- 18) Obtener la irradiación difractada en las condiciones de Fraunhofer por una rendija de anchura D cubierta por una cuña transparente de ángulo γ muy pequeño. Colocar la cuña de tal forma que su espesor aumente de izquierda a derecha de la rendija.

- 19) La anchura de las dos rendijas de una rendija doble es de 0.140mm y la distancia entre sus centros de 0.840mm . ¿Qué órdenes son perdidos? , ¿cuáles son las irradiaciones relativas de los órdenes $m=0$ hasta $m=6$?

- 20) Una onda plana de longitud de onda 600nm incide perpendicularmente sobre una pantalla opaca en la que se ha practicado una abertura cuadrada de 0.1mm de lado. Detrás de la abertura colocamos una lente convergente de focal 100cm y en su plano focal una pantalla. La intensidad que medimos sobre la pantalla en el centro de la figura de difracción , $(x,y) = (0,0)$, es I_0 . Calcular la intensidad en el punto de la pantalla dado por las coordenadas $(x,y) = (3\text{ mm}, 9\text{ mm})$.

- 21) Sobre una pantalla opaca en la cual se ha perforado un orificio de forma rectangular de 1mm x 0.5mm incide perpendicularmente una onda plana que proviene de un láser azul de He-Cd con longitud de onda de $441,6\text{ nm}$. Recogemos la figura de difracción de Fraunhofer (FDF) sobre una pantalla situada a 5m de la abertura. Calcular cuánto hay que estrechar la abertura del lado mayor (1mm) para que en un punto de coordenadas $(0,5\text{mm}, 1\text{mm})$ con respecto al centro de la FDF se recoja la misma irradiación que se recogía en el punto de coordenadas $(1\text{mm}, 1\text{mm})$ inicialmente, es decir, antes de estrechar la abertura.

+ 22) Una red de surcos (réplica) de 500 l/mm i) ¿cuántos espectros (órdenes) forma? ii) ¿Cuál es su límite de resolución en una longitud de onda de 500nm, utilizando 1cm de la red? iii) Si se ilumina la red con luz blanca en incidencia perpendicular, ¿existe solapamiento de órdenes? iv) Para el caso anterior, ¿cuál es, aproximadamente, el color de la luz difractada a 40°?

+ 23) Queremos resolver dos líneas en la zona de 470 nm. Nuestra red tiene 667 líneas/mm, cada una con una anchura de 0.5 micrómetros y en el montaje experimental utilizado se iluminan 7 mm de la red en incidencia perpendicular.

a) ¿Cuántos órdenes se pueden recoger? Teniendo en cuenta que queremos una resolución de 0.5 Amstrons, ¿se resolverán las líneas?

b) Calcular la intensidad del orden más alto.

c) ¿Estás de acuerdo con lo respondido en el apartado a)?

Tenemos otra red con las mismas características que la anterior pero en las líneas pares se aplica un desfase de π .

d) ¿Cuántos órdenes se pueden recoger? ¿Se resolverán las líneas?

e) Calcular la intensidad de todos los órdenes.

f) ¿Estás de acuerdo con lo respondido en el apartado d)?

+ 24) Una red con 5 rendijas y periodo $d=1.4 \mu\text{m}$. En su orden más alto resuelve justamente dos longitudes de onda cerca de 500nm.

a) ¿Las resolveremos si tapamos la rendija 1 y la 5?

b) ¿Las resolveremos si tapamos la rendija 2 y 4?

c) ¿Las resolveremos si tapamos la rendija 1,3 y 5?

d) Si la anchura de las rendijas es $D=d/4$ ¿cambian en algo las respuestas que ha dado en los apartados anteriores?

e) Si en lugar de rendijas tenemos aberturas circulares y el segundo orden de la red original es orden perdido, calcula el radio de las aberturas circulares

f) ¿Habrá órdenes perdidos en las redes de los apartados a), b) y c)? ¿Cuáles?

+ 25) Una red de difracción de periodo d está formada por 6 rendijas de anchura D . Si $d=2D$, calcular la intensidad relativa con respecto al máximo central de los consiguientes máximos secundarios.

+ 26) Una red de difracción está formada por 1000 rendijas de anchura $D=d/8$ y de periodo $d=2\mu\text{m}$. Una onda plana de longitud de onda λ incide perpendicularmente sobre la red de tal forma que el cuarto orden $m=4$ aparece a 63° con una intensidad I_A . Calcular el orden más alto que suministra esta red, la intensidad correspondiente y la resolución para ese orden en los siguientes casos: a) Si tapamos en la red las rendijas pares o impares. b) Si introducimos un desfase de π en las rendijas pares o impares. c) Si la anchura de las rendijas fuera $d/4$. d) Si tapamos todas las rendijas excepto las 200 centrales.

+ 27) En la figura de difracción de Fraunhofer por una abertura rectangular determinar la irradiación relativa I/I_0 de los ocho máximos más próximos al central. Considerar los máximos diagonales.

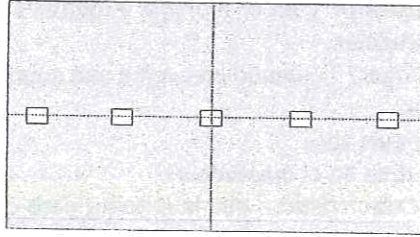
+ 28) Una red de difracción está formada por cinco rendijas paralelas de anchura D y periodo d . Si es I_0 la irradiación en el máximo central. Calcular la irradiación en los máximos secundarios.



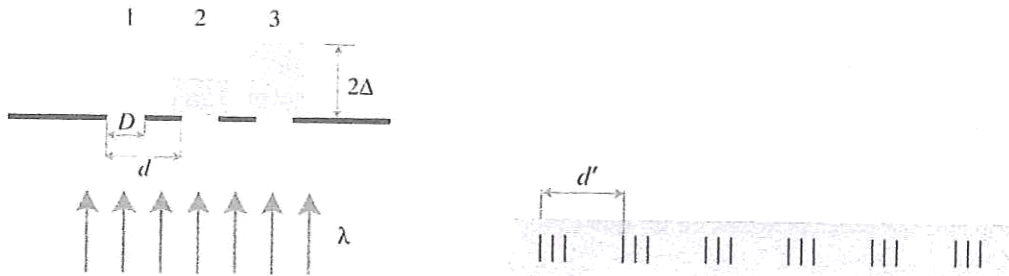
d por que eliminamos

$$I = \frac{2I}{\pi} \rightarrow I = \frac{I}{\pi}$$

- + 29) Una onda plana procedente de un láser azul de He-Cd ($\lambda = 442 \text{ nm}$) e irradiación 1 W/m^2 incide sobre una pantalla plana en la que se sitúa un objeto difractante como el de la figura. Las dimensiones de las aberturas individuales son $1 \times 2 \text{ mm}$ y su separación 8 mm . Describir con detalle el máximo central de la figura de difracción, que se recoge sobre una pantalla situada a 10 metros del objeto difractante (realizar un dibujo con dimensiones en mm). Calcular la intensidad y anchura (en mm) de los máximos principales interferenciales dentro del máximo difraccional central.

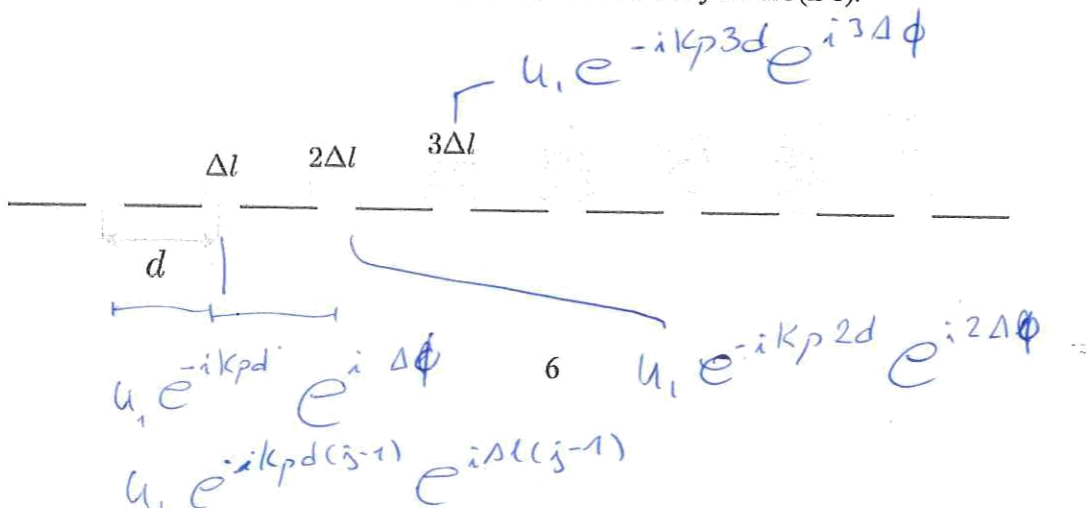


- + 30) Una red de difracción está compuesta de 3 rendijas de anchura D y periodo d . Sobre la segunda y tercera rendijas se coloca un vidrio de espesor Δ y 2Δ respectivamente y de índice de refracción n como indica la figura. Encontrar el espesor del vidrio para que en el orden cero ($p=0$) la intensidad que se recoge sea nula. Copiando varias veces la red anterior formamos una "superred" de periodo d' , ver figura. Calcular el valor de este periodo d' para que en el orden $m=1$ la intensidad que se recoge sea la más alta posible.



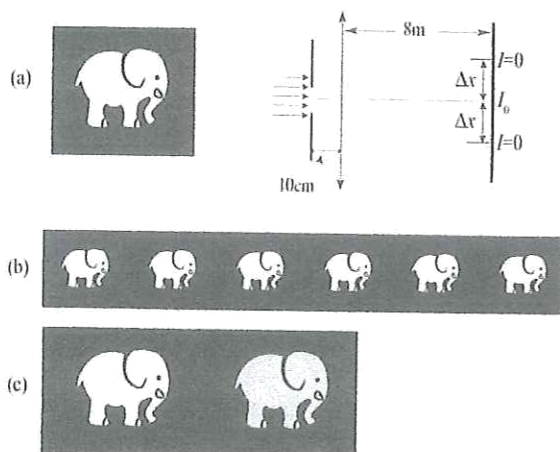
- + 31) Una red de difracción está compuesta de N rendijas de anchura $D=d/2$ y periodo d . Para una onda plana en incidencia perpendicular y de longitud de onda λ el orden más alto que la red suministra es $m=3$ y aparece a 55° . La intensidad de este orden es I_A y la resolución de la red para este caso es R_A . Ahora se cierran las rendijas pares o impares, a) calcular el orden más alto y b) para dicho orden calcular la intensidad y la resolución de la red.

- + 32) Sobre las rendijas de una red de difracción se han colocado láminas de vidrio de índice n y de forma que su espesor va creciendo Δl de izquierda a derecha; ver figura. a) Calcular la posición de los máximos principales. b) Si iluminamos la red originalmente perpendicularmente con una onda plana procedente de un láser y analizamos el diagrama de difracción en el plano focal de una lente de $f=70 \text{ cm}$, la distancia entre los órdenes $m=0$ y $m=1$ es de 1.2 cm . Calcular qué distancia desplazará el orden $m=0$ si utilizamos la red con las láminas y $\Delta l = \lambda/3(n-1)$.



- 33) a) Tenemos una abertura circular en una pantalla opaca sobre la que incide perpendicularmente un haz de luz de un láser de He-Ne, ver figura. A 2 cm colocamos una lente convergente ($f=4\text{cm}$) y a continuación una pantalla que se puede desplazar. Cuando la pantalla está en la focal de la lente se observa la figura de difracción de Fraunhofer, pero estamos más interesados en observar la difracción de Fresnel, para lo cual desplazamos poco a poco la pantalla hacia la lente. Si observamos por primera vez un mínimo nulo en el eje cuando la distancia entre la lente y la pantalla es de 0.5 cm, ¿cuál es el radio de la abertura circular?
- b) Construimos una red de difracción repitiendo las aberturas circulares del apartado anterior. Si recogemos la imagen de difracción en el plano focal de la lente, se observa que el primer orden perdido es el cuarto. Calcular el periodo.
- c) Ahora entre cada dos aberturas circulares hemos perforado unas aberturas cuadradas. Si observamos de nuevo el diagrama de difracción, la intensidad en el cuarto orden sigue siendo nula. Calcular el tamaño de las aberturas cuadradas.
- d) Si has hecho bien el apartado anterior habrás comprobado que hay dos soluciones posibles. Para distinguirlas hemos medido la intensidad en el centro de la figura de difracción. Calcular cuánto aumenta la intensidad en ambos casos en comparación con lo que mediríamos en el apartado b).
- Como radio de la abertura circular para este ejercicio se puede utilizar el resultado obtenido anteriormente en a), o bien un símbolo.

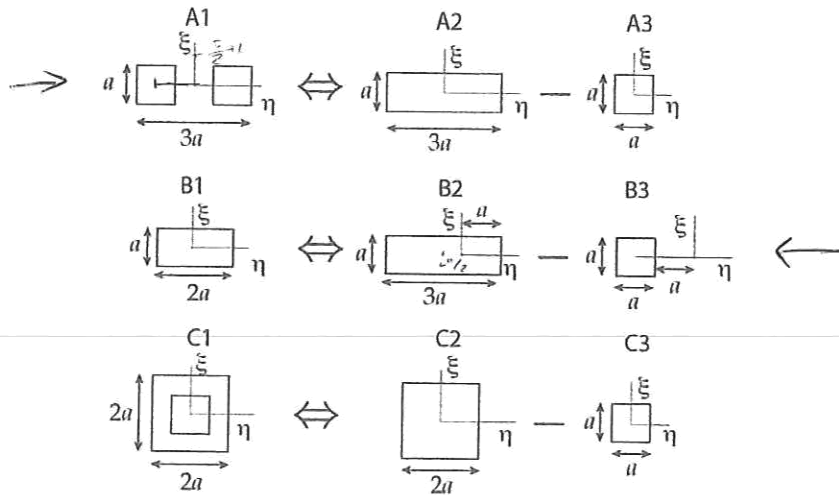
- 34) En una pantalla opaca hemos perforado un agujero con forma de elefante como indica la figura a. Con la pantalla anterior obtenemos la figura de difracción de Fraunhofer con un haz de luz de $\lambda=600\text{nm}$ en incidencia perpendicular como indica la figura a. En el punto central de la figura de difracción medimos una intensidad I_0 y solamente dos mínimos nulos a lo largo del eje X y a una distancia del centro de $\Delta x=0.8\text{mm}$. Posteriormente con el motivo anterior formamos una red de difracción periódica de elefantes como indica la figura b. i) Calcular el periodo de la red si el tercer orden es un orden perdido. ii) Si el tamaño del motivo de la red (elefante) fuera dos veces mayor ¿tendríamos algún orden perdido? iii) ¿Y si duplicáramos el periodo? iv) Ahora tenemos solamente dos elefantes en la red, figura c, y encima de uno de ellos colocamos una lámina transparente. Si la intensidad que medimos en el centro de la figura de difracción es $3I_0$; calcular el desfase introducido por la lámina.



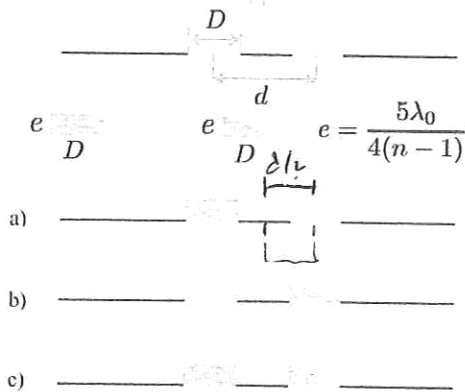
- 35) Se proponen dos métodos para calcular la amplitud difractada por las aberturas de la izquierda de la figura: el método directo de siempre o tener en cuenta que son una combinación de las aberturas de las otras columnas. Por ejemplo la Amplitud de A1 es la resta de las amplitudes de A2 y A3. Dicho de otra manera, si superponemos las amplitudes de A2 y A3 en oposición de fase se puede expresar la amplitud difractada por A1.

EXAMEN UVA
21/6/2016

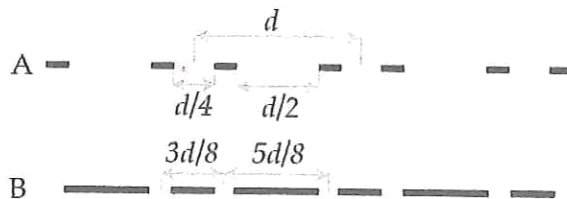
- a) Probar que $UA1(p,q)=UA2(p,q)-UA3(p,q)$ y $UB1(p,q)=UB2(p,q)-UB3(p,q)$
 b) La misma técnica se puede utilizar para calcular la amplitud difractada por aberturas más complejas. Desarrollar la amplitud difractada por C1 en función de C2 y C3 y calcular la posición de los mínimos en las direcciones $p=0$ y $q=0$.



- 36) Tenemos una red formada por dos rendijas de anchura D separadas una distancia d , e iluminadas por un haz de un láser. En la dirección $p=0$ recogemos una intensidad I_M . Disponemos de dos piezas diferentes para poder superponerlas a las rendijas: una lámina de anchura D y espesor e , y una cuña de anchura D y espesor máximo e , como indica la figura. Calcular la intensidad en la dirección $p=0$ en los siguientes casos: a) se coloca la lámina encima de la rendija de la izquierda. b) Se coloca la cuña en la rendija de la derecha. c) Se colocan la lámina y la cuña en las rendijas de la izquierda y derecha, respectivamente.



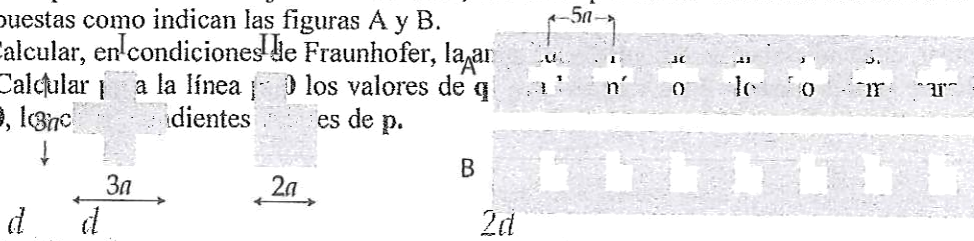
- 37) La red A es una red de difracción con un gran número de aberturas. La red tiene un periodo d y las aberturas tienen anchuras $d/2$ y $d/4$, como indica la figura. Calcular la intensidad en los órdenes $m=0, \pm 1, \pm 2$. La red B tiene el mismo periodo pero la anchura de las aberturas es $d/8$. Calcular la intensidad en los órdenes $m=0, \pm 1, \pm 2$, y comprobar que se cumple el teorema de Babinet.



(d) ¿Qué red elegirías, la A o la B? Considerar la intensidad suministrada por ambas redes.

38) Disponemos de dos objetos difractantes, formados por cuatro aberturas cuadradas de lado a , dispuestas como indican las figuras A y B.

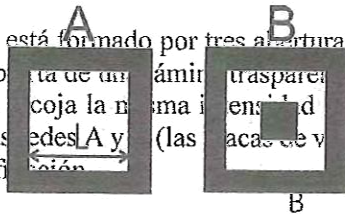
- i) Calcular, en condiciones de Fraunhofer, la amplitud I a la línea $q=0$, los valores de q para los cuales $I=0$ y los valores de p para los cuales $I=0$, los valores de p para los cuales $I=0$.



42) La figura A muestra una abertura cuadrada donde $L=0.1\text{mm}$. Sobre ella incide perpendicularmente una onda plana de longitud de onda $\lambda=600\text{nm}$. Justo detrás de la abertura se coloca una lente convergente de focal $f=100\text{cm}$. Sobre una pantalla situada en el plano focal de la lente medimos la intensidad I_P para un punto $P=(3\text{mm}, 9\text{mm})$, 9mm hacia arriba y 3mm a la izquierda del punto central. Posteriormente colocamos un cuadrado opaco de lado $L/3$ en el centro de la abertura como muestra la figura B. ¿Cuál será la intensidad que recogemos ahora en el punto P?

A B

39) El objeto de la figura está formado por tres aberturas cuadradas de lado D sobre una pantalla opaca. La central está cubierta por una lámina transparente. Calcular el desfase que debe introducir dicha lámina para que se recoja la máxima intensidad en las direcciones $(p,q)=(0,\lambda/2d)$ y $(p,q)=(\lambda/2d,0)$. Demostrar que las redes A y B (las láminas de vidrio son del mismo espesor) proporcionan el mismo diagrama de difracción.



43) a) Calcular el radio del disco de Airy en micras que, como imagen de un punto, da un objetivo fotográfico de calidad. b) ¿Hasta qué valor se puede reducir la abertura, sin que se manifiesten en la imagen los efectos de la difracción en la pupila del objetivo? Para una aplicación numérica considerar que el grano de la película es de $8\mu\text{m}$.

40) En la red de la figura (a) hay 10×3 aberturas circulares. Los periodos en la dirección X e Y son a y b respectivamente, y como

44) El objetivo de un microscopio tiene una abertura numérica $AN=0.9$. Considerando que bien sabemos los máximos principales se observan en las direcciones $p=m\lambda/a$ y $q=n\lambda/b$. a) Si desplazamos la línea central $(a/2, 0)$ como aparece en la figura (b), ¿cómo cambiarían las intensidades en los máximos principales de la red anterior? (b) $(\frac{a}{3}, 0)$

45) Un automóvil posee dos focos separados una distancia de 1,2m y bombillas de sodio de longitud de onda igual a 589nm . Una persona observa a lo lejos en la oscuridad con las pupilas dilatadas (8mm de diámetro) la primera y tercera fila y línea (P_X) en la segunda fila. Calcular la posición e intensidad de los máximos principales si la red se ilumina con luz sin polarizar. $\rightarrow P_X$

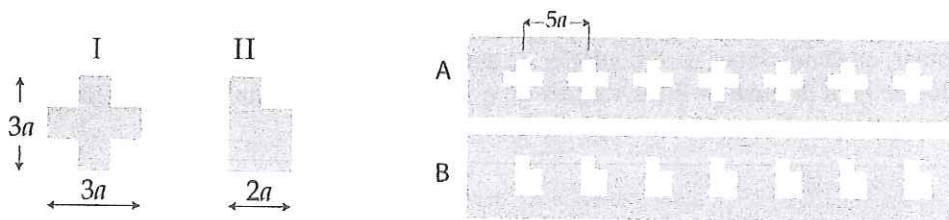
46) La propaganda de unos binoculares Carl Zeiss reza como sigue: ¡ y permiten distinguir un objeto de 1,5 cm a 1 kilómetro de distancia ¡.

41) Para hacer una medida espectroscópica debemos elegir entre dos redes de difracción, pero antes de tomar la decisión haremos un estudio básico de los factores de difracción. La interpretación de los objetos difractantes de la figura es sencilla: 5 cuadrados de lado a están dispuestos en distintas configuraciones.

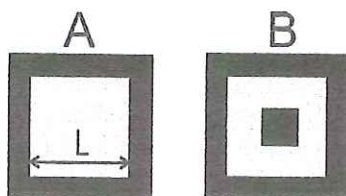
47) Los microscopios del laboratorio tienen en su revolver cuatro objetivos marcados con los números

- (a) Calcular las expresiones de las amplitudes difractadas por ambos objetos.
 (b) Para hacer las redes hemos repetido los objetos I y II a lo largo del eje X con un periodo de $5a=4$ micrómetros. En consecuencia, solo utilizaremos la línea $q=0$. En qué direcciones aparecerán los órdenes perdidos en ambas redes y cuáles serán?
 (c) Queremos resolver dos longitudes de onda que se encuentran en torno a 550nm con una amplificación resolvente o número por el que el instrumento multiplica la agudeza visual. Si la longitud de la red es 3mm , ¿conseguiremos resolverlas?

(d) ¿Qué red elegirías, la A o la B? Considerar la intensidad suministrada por ambas redes.



42) La figura A muestra una abertura cuadrada donde $L=0.1\text{mm}$. Sobre ella incide perpendicularmente una onda plana de longitud de onda $\lambda=600\text{nm}$. Justo detrás de la abertura se coloca una lente convergente de focal $f=100\text{cm}$. Sobre una pantalla situada en el plano focal de la lente medimos la intensidad I_P para un punto $P=(3\text{mm}, 9\text{mm})$, 9mm hacia arriba y 3mm a la izquierda del punto central. Posteriormente colocamos un cuadrado opaco de lado $L/3$ en el centro de la abertura como muestra la figura B. ¿Cuál será la intensidad que recogemos ahora en el punto P?



43) a) Calcular el radio del disco de Airy en micras que, como imagen de un punto, da un objetivo fotográfico de calidad. b) ¿Hasta qué valor se puede reducir la abertura, sin que se manifiesten en la imagen los efectos de la difracción en la pupila del objetivo?. Para una aplicación numérica considerar que el grano de la película es de $8\mu\text{m}$.

44) El objetivo de un microscopio tiene una abertura numérica $AN=0.9$. Considerando que trabaja con una longitud de onda de 500nm ; calcular el límite de resolución de su objetivo y la potencia útil que permite ver bajo un ángulo igual a la agudeza visual dicho límite. Considerando un ocular $10x$, calcular la focal del objetivo.

45) Un automóvil posee dos focos separados una distancia de 1.2m y bombillas de sodio de longitud de onda igual a 589nm . Una persona observa a lo lejos en la oscuridad con las pupilas dilatadas (8mm de diámetro) la llegada del automóvil. Calcular la distancia desde la cual verá los dos focos del automóvil como puntos separados.

46) La propaganda de unos binoculares Carl Zeiss reza como sigue: ¡ y permiten distinguir un objeto de 1.5cm a 1kilómetro de distancia ¡. Calcular las características AxB de estos prismáticos suponiendo que trabajan con una amplificación igual a la resolvente.

47) Los microscopios del laboratorio tienen en su revólver cuatro objetivos marcados con los números

4	10	20	40
0.1	0.25	0.40	0.65

y utilizan un ocular $10x$, obtener a) las focales de los objetivos y la potencia del ocular, b) el límite de resolución de los objetivos, c) la amplificación del instrumento con cada uno de ellos y la amplificación resolvente o número por el que el instrumento multiplica la agudeza visual.

ÓPTICA ONDULATORIA

A. ARIKETA

a) Calcular los radios de las siete primeras zonas semiperiódicas sobre un frente plano de luz roja de He-Ne (632,8nm) desde un detector situado a 0,5m.

$$r_j = \sqrt{S_0 A j} \quad j=1, \dots, 7; \quad S_0 = 0,5\text{m}; \quad \lambda = 632,8\text{nm}$$

$$r_1 = 0,5625\text{m}$$

$$r_2 = 0,7955\text{m} \quad r_3 = 0,9743\text{m}$$

$$r_4 = 1,125\text{m}$$

$$r_5 = 1,2578\text{m} \quad r_6 = 1,3778\text{m}$$

$$r_7 = 1,4882\text{m}$$

b) Demostrar que las zonas dibujadas sobre el frente plano tienen la misma superficie.

$$\begin{aligned} r_j &= \sqrt{S_0 A j} \Rightarrow A = \pi (r_j^2 - r_{j-1}^2) = \\ &= \pi (\sqrt{S_0 A j})^2 - (\sqrt{S_0 A (j-1)})^2 = \pi S_0 A (j - (j-1)) = \\ &= \pi S_0 A (j - j + 1) = \pi S_0 A \end{aligned}$$

c) Encontrar las posiciones de los máximos y mínimos sobre el eje con un diafragma de $r = 2\text{m}$

Cada zona periódica contribuirá a la amplitud de forma proporcional a su área y al factor de oblicuidad, pero como hemos demostrado en el anterior apartado el área es pare para todas las

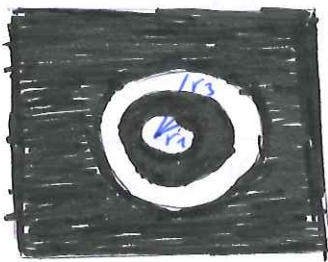
mismo y admitiremos que $f(x)$ también.
De modo que,

Impares: $P_1, P_3, P_5, P_7 \rightarrow u \approx 2u_0$ (máximos)

Pares: $P_2, P_4, P_6 \rightarrow u = 0$ (mínimos)

2. ARILKETA

· Obtener la irradiación y fase de la onda difractada por el objeto de la figura en un punto del eje distante, 4m , referidas a los valores de la irradiación y fase de la onda libre, si se ilumina con una onda plana de longitud de onda $\lambda = 500\text{nm}$ y los radios de la abertura son $r_1 = 1,41$; $r_2 = 2$; $r_3 = 3,45\text{mm}$



$$P_j = \sqrt{S_0 \lambda} f_j \quad S_0 = 4\text{m} \quad \lambda = 500\text{nm}$$

$$P_1 = 1,414\text{mm} \quad P_2 = 2\text{mm}$$

$$P_3 = 2,449\text{mm} \quad P_4 = 4,898\text{mm}$$

$$P_1 \approx r_1 \Rightarrow \text{Pasa}$$

$$P_2 \approx r_2 \Rightarrow \text{No pasa}$$

$$P_3 \approx r_3 \Rightarrow \text{Pasa}$$

$$P_n > r_3 \Rightarrow \text{No pasa}$$

\Rightarrow Solo pasan P_1 y P_3

La amplitud total en un punto P es:

$$U_j(P) = 2_j \lambda (-1)^{j+1} f_j(x) \frac{a e^{ik(R_0 + S_0)}}{R_0 + S_0}$$

y sabemos que la amplitud de una onda libre es:

$$u(P) = i \lambda f \frac{a e^{i k (R_0 + S_0)}}{R_0 + S_0} = \frac{1}{2} u_1(P) \Rightarrow u_1(P) = 2u(P)$$

$$u_1(P) = 2u(P) = 2u_0$$

y considerando que $f_1(x) \approx f_3(x)$

$$u_1(P) \approx u_3(P) \approx 2u_0$$

De modo que:

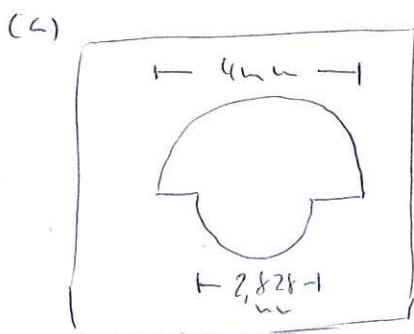
$$u_{\text{TOT}} \stackrel{\text{en fase (impares)}}{=} u_1 + u_3 = 2u_0 + 2u_0 = 4u_0$$

$$\text{y como } I \propto u_{\text{TOT}}^2 \Rightarrow I = 16 I_0 //$$

3. APERTURA

Sobre una pantalla opaca que tiene una abertura como se indica en la figura (a) llegan ondas planas ($\lambda = 500 \text{ nm}$) de irradiación I_0 .

i) Calcular la irradiación en un punto axial a 4 m de la pantalla.



$$P_j = \sqrt{S_0 A_j} \quad S_0 = 4 \text{ m} \quad \lambda = 500 \text{ nm}$$

$$P_1 = 1,414 \text{ mm} \quad ; \quad P_2 = 2 \text{ mm}$$

$$P_3 = 2,449 \text{ mm}$$

$$r_1 = \frac{2,828}{2} = 1,414 \text{ mm} \quad r_2 = \frac{4}{2} = 2 \text{ mm}$$

P_1 y P_2 entran, pero para P_3 solo el

semi-círculo superior, de modo que:

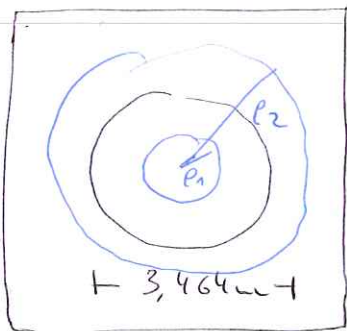
$$u_{TOT} = u_1 - \frac{u_2}{2} = 2u_0 - \frac{2u_0}{2} = u_0$$

↑
Kontrefase

$$\Rightarrow I \propto u_{TOT}^2 \Rightarrow I = I_0 //$$

ii) Píreme cuestión si la abertura es como indica la figura (b)

(b)



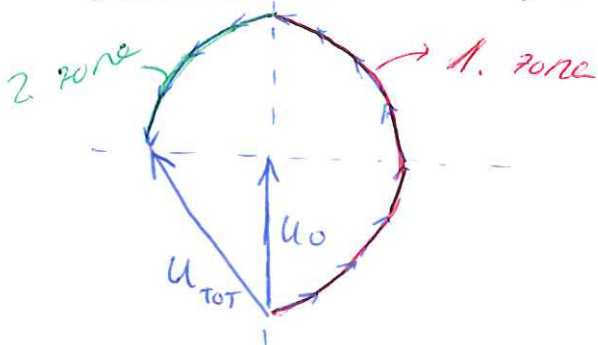
$$r_2 = \frac{3,464}{2} = 1,732 \text{ cm}$$

$$r_2 \approx r_1 + \frac{r_2 - r_1}{2} = 1,707 \text{ cm}$$

$\Rightarrow r_1$ entre y r_2 entra

pero solo la mitad interior.

Utilizaremos los focos para resolver este apartado



$$u_{TOT} = r_2 u_0$$

$$I \propto u_{TOT}^2 \Rightarrow I = 2 I_0 //$$

4. ARIKETA

Sobre una pantalla opaca se practica un orificio como indica la figura ($r_1 = 1,98 \text{ cm}$; $r_2 = 2,25 \text{ cm}$) y lo iluminamos con una onda plana proveniente de un láser de He-Ne ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$). La intensidad difractada que recogemos en un punto del eje a una distancia de 2 m de la pantalla es I cuilmo

a) Si sobre la zona A (en gris) colocamos una lámina de vidrio que introduce un desfase $\Delta = \pi$, calcular la nueva intensidad.

$$P_0 = \sqrt{S_0 A} \quad S_0 = 2 \text{ m} \quad \lambda = 632,8 \text{ nm}$$

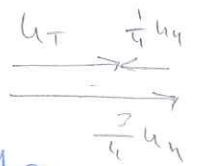
$$P_1 = 1,125 \text{ mm} \quad P_2 = 1,59 \text{ mm} \quad P_3 = 1,95 \text{ mm}$$

$$P_4 = 2,25 \text{ mm} \quad (r_1 = 1,95 \text{ mm} \quad \wedge \quad r_2 = 2,25 \text{ mm})$$

Solo entre la zona semi-periódica 4.

$$U_T = \frac{3}{4} U_4 \overset{\text{desfase}}{\ominus} \frac{1}{4} U_4 = \frac{1}{2} U_4 \approx \frac{1}{2} U_1 = -U_0$$

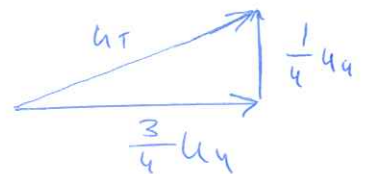
$U_1 = 2U_0$



Como $I \sim U^2 \Rightarrow I = I_0$

b) Igual que en el apartado anterior, pero si el desfase introducido por el vidrio es $\Delta = \frac{\pi}{2}$

$$U_T^2 = \left(\frac{3}{4} U_4\right)^2 + \left(\frac{1}{4} U_4\right)^2 = \frac{10}{16} U_4^2 = \frac{5}{8} U_4^2$$



$$U_T = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} U_4 \approx \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} U_1 = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} U_0$$

$$I \propto U^2 \Rightarrow I = \frac{5}{2} I_0$$

5. ARIKETA

A una distancia d de una abertura circular recogemos la figura de difracción de Fresnel sobre una pantalla de tal forma que la intensidad en el punto central de la pantalla es nula. Aumentando o disminuyendo este

distancia d a lo largo del eje ($d' = d \pm \Delta d$)
 volvemos a encontrar un punto para el cual
 la intensidad vuelve a ser nula. ¿En qué
 sentido debemos de hacer el desplazamiento
 más pequeño para que esto suceda? ¿Alejándonos
 o acercándonos?

$$P_j = \sqrt{S_0 A j} = R = kTE$$

Cuando j es par $\Rightarrow I = 0$ en el centro

$$\begin{cases} R = \sqrt{d A j_0} & \text{(del caso del problema)} \\ R = \sqrt{(d + \Delta d_1) A (j_0 - 2)} & \text{(si nos alejamos)} \\ R = \sqrt{(d - \Delta d_2) A (j_0 + 2)} & \text{(si nos acercamos)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (d + \Delta d_1) A (j_0 - 2) = d A j_0 \\ (d - \Delta d_2) A (j_0 + 2) = d A j_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{d j_0} + \Delta d_1 j_0 - 2d - 2\Delta d_1 = \cancel{d j_0} \Rightarrow \Delta d_1 \cdot (j_0 - 2) = 2d \\ \cancel{d j_0} - \Delta d_2 j_0 + 2d - 2\Delta d_2 = \cancel{d j_0} \Rightarrow \Delta d_2 \cdot (j_0 + 2) = 2d \end{cases}$$

$$\Delta d_1 = \frac{2d}{j_0 - 2}$$

$$\Delta d_2 = \frac{2d}{j_0 + 2} //$$

Como $\Delta d_2 < \Delta d_1 \Rightarrow$ debemos desplazarnos
 acercándonos.

NOTA: $j_0 \geq 4$, si fuera $j_0 = 2 \rightarrow j_0 - 2 = 0 \Rightarrow$ No sería posible

10. ARIKETA

Se desearía ver, si fuera posible, la figura de difracción que proporcione un orificio circular de 30cm de diámetro sobre una distancia de $10 \cdot 10^3$ m en el eje. Como solo se dispone de una distancia de 10m y de un láser de poca potencia, interesa calcular el radio del disco que daría sobre esta distancia una figura de difracción semejante. Calcular dicho radio y describir cualitativamente la figura de difracción si la longitud de onda del láser es de 450nm.

$$I_j = \sqrt{S_0 A j} \rightarrow j = \frac{I_j^2}{S_0 A}$$

$$S_0 = 10 \text{ km} \quad R = 15 \text{ cm}$$

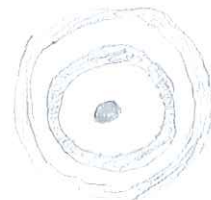
$$S_0' = 10 \text{ m} \quad R' = ?$$

$$j = j' \Rightarrow \frac{R^2}{S_0 A} = \frac{R'^2}{S_0' A} \Rightarrow R' = R \sqrt{\frac{S_0'}{S_0}}$$

$$R' = 0,15 \cdot \sqrt{\frac{10}{10 \cdot 10^3}} = 4,74 \text{ mm}$$

$$j = \frac{0,15^2}{10^4 \cdot 450 \cdot 10^{-9}} = 5$$

\Rightarrow Entrarían hasta la 5ª zona semiperiódica
Cualitativamente la figura será una serie de anillos concéntricos



6. ANILASA

A una distancia S_0 de una abertura sobre la que incide perpendicularmente un haz de longitud de onda λ de un laser incoherente, recogemos la figura de difracción de Fresnel sobre una pantalla, de tal forma que la intensidad I de un punto del eje es nula. Aumentando o disminuyendo la longitud de onda volvemos a encontrar que la intensidad es nula en dicho punto. Calcular la menor variación de la longitud de onda para que esto suceda.

$$P_j = \sqrt{S_0 \lambda_j}$$

Si $I=0 \Rightarrow j_0$ es par

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \sqrt{S_0 \lambda_0 j_0} \quad (\text{primer caso}) \\ R = \sqrt{S_0 (\lambda_0 + \Delta \lambda_1) (j_0 - 2)} \quad (\text{aumentamos } \lambda) \\ R = \sqrt{S_0 (\lambda_0 - \Delta \lambda_2) (j_0 + 2)} \quad (\text{disminuimos } \lambda) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_0 (\lambda_0 + \Delta \lambda_1) (j_0 - 2) = S_0 \lambda_0 j_0 = 1 \\ S_0 (\lambda_0 - \Delta \lambda_2) (j_0 + 2) = S_0 \lambda_0 j_0 \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cancel{\lambda_0 j_0} - 2\lambda_0 + \Delta \lambda_1 j_0 - 2\Delta \lambda_1 = \cancel{\lambda_0 j_0} \Rightarrow \Delta \lambda_1 = \frac{2\lambda_0}{j_0 - 2} \\ \cancel{\lambda_0 j_0} + 2\lambda_0 - \Delta \lambda_2 j_0 - 2\Delta \lambda_2 = \cancel{\lambda_0 j_0} \Rightarrow \Delta \lambda_2 = \frac{2\lambda_0}{j_0 + 2} \end{array} \right.$$

Como $\Delta \lambda_2 < \Delta \lambda_1 \Rightarrow$ Debemos disminuir λ

De nuevo $j_0 \geq 4$.

12. ARILETA

A una distancia $s_0 = 2,26\text{m}$ de un obstáculo circular opaco de $r = 1\text{mm}$ sobre el que incide perpendicularmente un haz de longitud de onda $\lambda = 442,5\text{nm}$ de un láser de He-Cd, recogemos la radiación difractada, de tal forma que la intensidad en el punto del eje es I_0 . Calcular cualitativamente el radio de la abertura circular que en la misma posición del obstáculo y en las mismas condiciones nos suministraría la misma irradiación. Igualmente, para la amplitud difractada.

$$P_0 = \sqrt{s_0 \lambda} j$$

$$j = \frac{P_0^2}{s_0 \lambda} = \frac{r^2}{s_0 \lambda} = \frac{(0,001)^2}{2,26 \cdot 442,5 \cdot 10^{-9}} \approx 1$$

=> Para todas las zonas semi-periódicas excepto la primera. De modo que:

$$u_T = u_0 - u_1 = u_0 - 2u_0 = -u_0$$

$$I \propto u_T^2 \Rightarrow I = I_0$$

13. ARIKETA

En la figura A es una abertura rectangular de $0,5\text{mm} \times 1,0\text{mm}$ seguida de dos lentes y una pantalla. Las focales de las lentes son $f_1' = 49\text{cm}$ y $f_2' = 20,82\text{cm}$ siendo las distancias $AO_1 = 5\text{cm}$ y $O_1O_2 = 7\text{cm}$ y $O_2P = 238\text{cm}$. Si iluminamos la abertura con un láser He-Ne ($\lambda = 632,8\text{nm}$), describir la figura que se recoge en la pantalla:

a) Solo con la lente L_1



Como los rayos vienen del infinito convergen en el foco imagen de L_1 (f_1') y a partir de ahí divergen, por lo tanto no forman ninguna imagen en la pantalla.

b) Con las dos lentes

El plano objeto para L_2 está en el foco imagen de L_1 , por lo tanto

$$a_2 = 49 - 70 = -21 \text{ mm}$$

$$\cdot \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2' = \left(\frac{1}{a_2} + \frac{1}{f_2'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-21} + \frac{1}{20,82} \right)^{-1} = 2429 \text{ mm}$$

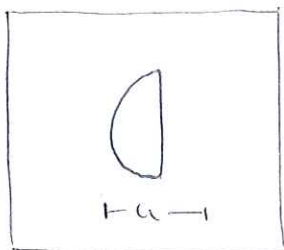
$$\cdot \beta = \frac{s'}{s} = \frac{2429}{-21} = -115,6$$

Por lo tanto la figura de difracción aparecerá aumentada e invertida. Además, estará "desenfocada" porque $a_2' > a_2'$.

7. ARIKETA

Una onda plana que proviene de un láser azul de He-Cd con longitud de onda de $441,6 \text{ nm}$ incide perpendicularmente sobre cuatro pantallas. Cada una de ellas tiene practicado un orificio que corresponde a las siguientes figuras. Las lentes 2 y 4 tienen parte del orificio cubierto por una lámina de espesor $\frac{\lambda}{4}$. Calcular cuál de las cuatro pantallas permite recoger la mejor irradiación difractada en un punto del eje situado a 3 m de cada una de ellas.

1.

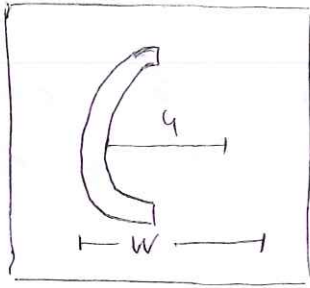


$$u = 2,302 u_0 \Rightarrow R = 1,151 u_0$$

$$P_s = \sqrt{S_0 A_s} \Rightarrow P_1 = 1,151 \text{ mm}$$

$$u_T = \frac{u_1}{2} = \frac{2u_0}{2} = u_0 \Rightarrow I = 70\%$$

3.



$$u = 2,302u_0 \Rightarrow r = 1,151u_0$$

$$w = 3,256u_0 \Rightarrow R = 1,628u_0$$

$$\rho_j = \sqrt{S_0 \lambda_j}$$

$$\rho_1 = 1,151u_0$$

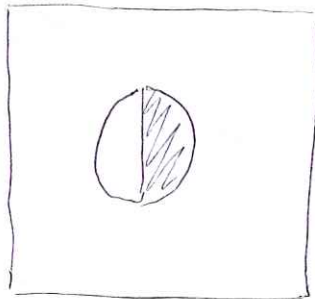
$$\rho_2 = 1,628u_0$$

$$u_T = \frac{u_2}{2} \approx -\frac{u_1}{2} = -\frac{2u_0}{2} = -u_0$$

$$I \propto u^2 \Rightarrow$$

$$I = I_0 //$$

4.



$$u = 2,302u_0 \Rightarrow r = 1,151u_0$$

$$\rho_0 = \sqrt{S_0 \lambda_j} \Rightarrow \rho_1 = 1,151u_0$$

$$u_T =$$

8. ARKETS

Las aberturas de la figura se iluminen con una onda plana de 500nm y se observe la figura de difracción a 4m . Los radios son

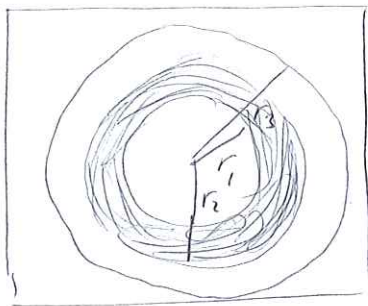
$$r_1 = 1,41\text{mm}, r_2 = 2,00\text{mm} \text{ y } r_3 = 2,82\text{mm}$$

Calcular la intensidad en el centro de la figura de difracción.

$$P_i = \sqrt{S_0 A_i}$$

$$P_1 = 1,414\text{mm}; P_2 = 2\text{mm}; P_3 = 2,82\text{mm}; P_4 = 2,82\text{mm}$$

a)

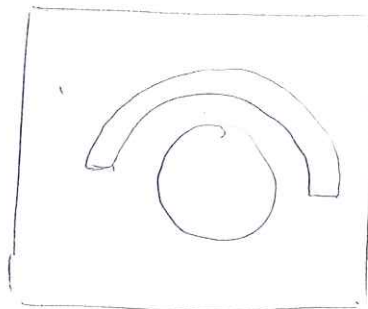


Entran P_1, P_3, P_4 .

$$u_T = u_1 + u_3 + u_4 \approx u_1 + u_1 - u_1 = 2u_0$$

$$I \propto u^2 \Rightarrow I = 4I_0$$

b)

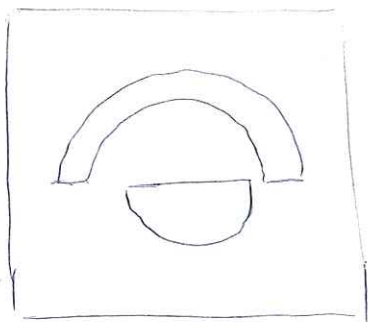


Entran P_1, P_3, P_4

$$u_T = u_1 + \frac{u_3}{2} + \frac{u_4}{2} \approx u_1 + \frac{u_1}{2} - \frac{u_1}{2} = 2u_0$$

$$I \propto u^2 \Rightarrow I = 4I_0$$

c)



Entran P_1, P_2, P_4

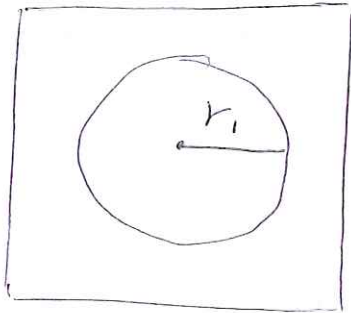
$$u_T = \frac{u_1}{2} + \frac{u_3}{2} + \frac{u_4}{2} \approx \frac{u_1}{2} + \frac{u_1}{2} - \frac{u_1}{2} = u_0$$

$$I \propto u^2 \Rightarrow I = I_0$$

9. ARIKETA

Un haz de luz procedente de un láser de $632,8 \text{ nm}$ de longitud de onda incide perpendicularmente sobre la abertura a de la figura, recojiéndose en el eje una intensidad I_A en un punto P situado a $1,9 \text{ m}$. Posteriormente se colocan tres láminas transparentes de distintos espesores sobre la abertura anterior, figura b, produciéndose tres campos A, B, C desfasados en $\pi, \pi/2$ y Δ respectivamente. En este caso, la intensidad del campo que se mide en P es tal que $I_B = \frac{1}{4} I_A$. Calcular el valor de Δ .

a)



$$r_1 = 1,90 \text{ mm}$$

$$I_0 = \sqrt{S_0 A} I_0$$

$$l_1 = 1,1 \text{ cm} \quad l_2 = 1,55 \text{ cm}$$

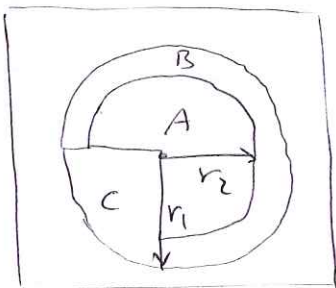
$$l_3 = 1,90 \text{ cm} \quad l_4 = 2,19 \text{ cm}$$

Entonces l_1, l_2, l_3

$$u_T = u_1 + u_2 + u_3 \approx u_1 - u_1 + u_2 = 2u_0$$

$$I \propto u^2 \Rightarrow I_A = 4I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{1}{4} I_A$$

b)



$$r_2 = 1,90 \text{ cm} \quad r_2 = 1,55 \text{ cm}$$

$$u_T = \frac{3}{4} u_1^\pi + \frac{1}{4} u_1^\Delta + \frac{3}{4} u_2^\pi + \frac{1}{4} u_2^\Delta + \frac{3}{4} u_3^{\pi/2} + \frac{1}{4} u_3^\Delta$$

$$u_T \approx \frac{3}{4} u_1^{\pi/2} + \frac{1}{4} u_1^{\Delta} = \frac{u_1}{4} (3e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{i\Delta}) = \frac{u_0}{2} (3e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{i\Delta})$$

$$I \propto u_2 \Rightarrow I_B = \frac{1}{4} (3e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{i\Delta})(3e^{-i\frac{\pi}{2}} + e^{-i\Delta}) I_0 =$$

$$= I_0 \frac{1}{4} (9 + 3e^{i(\frac{\pi}{2}-\Delta)} + 3e^{-i(\frac{\pi}{2}-\Delta)} + 1) = I_0 \frac{1}{4} (10 + 6\cos(\frac{\pi}{2}-\Delta)) =$$

$$= I_0 \frac{1}{2} (5 + 3\cos(\frac{\pi}{2}-\Delta)) = \frac{1}{2} (5 + 3\sin\Delta) I_0 = \frac{1}{4} I_A =$$

$$= I_0 \Rightarrow \frac{1}{2} (5 + 3\sin\Delta) = 1$$

$$5 + 3\sin\Delta = 2 \Rightarrow 3\sin\Delta = -3 \Rightarrow \sin\Delta = -1$$

$$\Rightarrow \Delta = 2\pi n - \frac{\pi}{2} //$$

M. ARILETA

En el laboratorio de óptica obtenemos una intensidad I en el centro de la sombra geométrica difractada por un obstáculo circular cuando x ilumina con una onda plana proveniente de un láser de $\lambda = 560 \text{ nm}$. Para ello utilizamos una pequeña bola de acero de $2,6 \text{ mm}$ de diámetro y recogemos la figura de difracción a 1 m . Calcular, en el hipotético caso de que fuera posible, el radio que debería tener la luna para que durante un eclipse solar se recogiera en el centro de su sombra geométrica en la tierra la misma intensidad que en el caso anterior.

$$I_0 = \sqrt{S_0 \lambda} j \Rightarrow j = \frac{r^2}{S_0 \lambda} = \frac{(1,3 \cdot 10^3)^2}{1,560 \cdot 10^9} \approx 3$$

\Rightarrow La, las primeras zonas semi-periódicas no entran

$$u_T = u_0 - u_1 - u_2 - u_3 \approx u_0 - u_1 + u_1 - u_1 = u_0 - 2u_0 = -u_0$$

$$\Rightarrow I \propto u^2 \Rightarrow I = I_0$$

Conna

$$P_j = \sqrt{S_0 \lambda j} = R_c = \sqrt{384 \cdot 10^6 \cdot 560 \cdot 10^{-9} \cdot 3} = 25,4 \text{ m}$$

Si quitásemos más zonas semi-periódicas la intensidad sería cada vez menor.

14. ARIKETA

Se utiliza un visor para observar la imagen de difracción producida por una pantalla en la que se ha practicado un orificio circular de $1,41 \text{ mm}$ de radio, iluminado en incidencia perpendicular con una onda plana de longitud de onda 500 nm . El objetivo tiene una focal de 50 mm y el ocular de 250 mm y la distancia objetivo-ocular es de 125 mm . Si se coloca este visor en eje a una distancia de $2,1 \text{ m}$ de la pantalla.

i) Describir la imagen que se observa a través del visor un observador emétrope en su PR.

$$P_j = \sqrt{S_0 \lambda j} \Rightarrow j = \frac{r^2}{S_0 \lambda} = \frac{(1,41 \cdot 10^{-3})^2}{2,01 \cdot 500 \cdot 10^{-9}} \approx 2$$

Como entran las dos primeras zonas, Lo he explicado luego resumamos que en el centro no habrá intensidad, pero por simetría de decimos que habrá un anillo de luz.



L_2 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-25} - \frac{1}{25} \right)^{-1} = -12,5 \text{ cm}$$

L_1 :

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_1 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{112,5} - \frac{1}{50} \right)^{-1} = -90 \text{ cm}$$

$$s_0 = 2100 - 90 = 2010 \text{ mm}$$

ii) lo mismo con la pantalla de difracción complementaria.

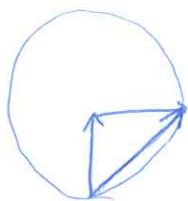
Se vería así:

(visto lo contrario)



iii) ¿Cuánto habría que alejar el visor de la pantalla del caso anterior para que la amplitud que de lugar a la imagen que se observa justo en el eje esté en cuadratura?

$$\text{Cuadratura} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$



• la mitad de L_1

• L_1, L_2 y la mitad de $L_3 \Rightarrow s_0 =$

• etc

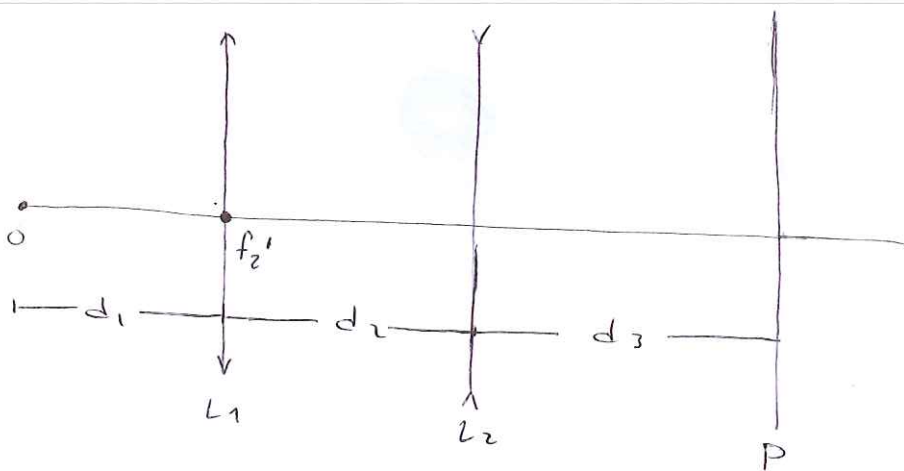
Hay infinitas posibilidades pero cada vez la amplitud va disminuyendo y con ello la intensidad de la figura.

iv) dig en contrafase?

16. ARIKETA

Sobre la red de difracción de la figura incide perpendicularmente un haz de luz monocromática de $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, recogiendo en la pantalla P la figura de difracción de Fraunhofer. La distancia focal de la lente L_2 es $f_2' = -5 \text{ cm}$ y las distancias $d_1 = d_2 = 3 \text{ cm}$ y $d_3 = 6 \text{ cm}$.

a) Calcular la distancia focal de la lente L_1



Como el objeto debe enfocarse en la pantalla:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f_1'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{-3} \right)^{-1} = 2 \text{ cm}$$

De modo que, viniendo los rayos desde el infinito

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f_1' = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{a_1} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{\infty} \right)^{-1} = 5 \text{ cm}$$

b) Si la distancia entre los máximos principales en la pantalla $m=1$ y $m=2$ es de 2 cm , calcular el período de la red.

$$\beta_1' = \frac{a_1'}{a_1} = \frac{6}{2} = 3$$

Es decir, si no fuéramos la segunda lente la imagen tendría un tamaño 3 veces menor

y la distancia entre los máximos sería también tres veces menor; es decir: $d = \frac{2}{3} a_2$
 los máximos de interferencia ocurren cuando

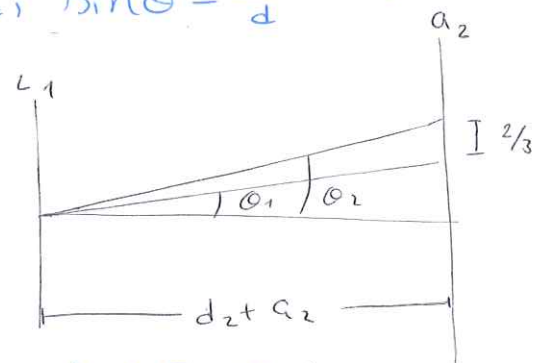
$$I = I_0 \left(\frac{\sin(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta)}{\sin(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta)} \right)^2 = I_{max} \Rightarrow$$

$$\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

$$n=1 \Rightarrow \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{d} \approx \theta_1$$

$$n=2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{2\lambda}{2d} \approx \theta_2$$

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{2/3}{5} \Rightarrow d = \frac{15}{2} \lambda = 4,75 \mu\text{m}$$



c) Si la anchura de los rendijas es de $2 \mu\text{m}$, calcular la intensidad del primer orden.

$$I = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin Nw}{\sin w} \right)^2 \quad v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$$w = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

Primer orden: $\theta_1 = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow v = \frac{\pi a}{d} ; w = \pi$

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{\sin \frac{\pi a}{d}}{\frac{\pi a}{d}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N\pi}{\sin \pi} \right)^2 = 0,537 N^2 I_0$$

d) Manteniendo la distancia entre la red y la pantalla, ¿podríamos poner una sola lente en vez de las dos que tenemos sin que cambie en nada la figura de difracción?

• La única forma de mantener la ampliación sería utilizar una lente de $f' = -8,53 \text{ cm}$, pero

es divergente y tendríamos que colocarla más allá de la pantalla.

• Si nos dividiéramos de la amplificación, podríamos colocar una lente como la que tenemos ($f_1' = 5\text{cm}$) y colocarla 5cm a la izquierda de la pantalla. En este caso, la figura se tendría ningún aumento; es decir, la veríamos 3 veces más pequeña de la que nos piden.

17. ARILETA

obtener la irradiación difractada en las condiciones de Fraunhofer por una rendija de anchura D cubierta en su mitad por una lámina transparente de espesor $e = 25 \frac{\lambda}{2(n-1)}$. Para una aplicación numérica, tomar $D = 5\lambda$

$$\Delta\varphi = kn_e - ke = k(n-1)e = \frac{2\pi}{\lambda} 25 \cdot \frac{\lambda}{2(n-1)}$$

No dividiremos de este término porque no afecta a I

$$u(p, \theta) = u(\sin\theta, \sin\delta) = C_a \frac{\sin v}{v} \int_{-D/2}^{D/2} e^{-i[k_p x + \Delta\varphi - \omega t]} dx =$$

$$= C_a \frac{\sin v}{v} \cdot \left[\int_{-D/2}^0 e^{-i[k_p x + k(n-1)e]} dx + \int_0^{D/2} e^{-i[k_p x]} dx \right] =$$

$$= C_a \frac{\sin v}{v} \left[e^{-i25\pi} \int_{-D/2}^0 e^{-ik_p x} dx + \int_0^{D/2} e^{-ik_p x} dx \right] =$$

$$= C_a \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{1}{-ik_p} \cdot \left[(-1) \cdot (1 - e^{ik_p \frac{D}{2}}) + e^{-ik_p \frac{D}{2}} - 1 \right] =$$

$$= C_a \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{i}{k_p} \left[2 \cos \frac{k_p D}{2} - 2 \right] =$$

$$= C_a \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{-2i}{k_p} \left[1 - \cos \frac{k_p D}{2} \right] =$$

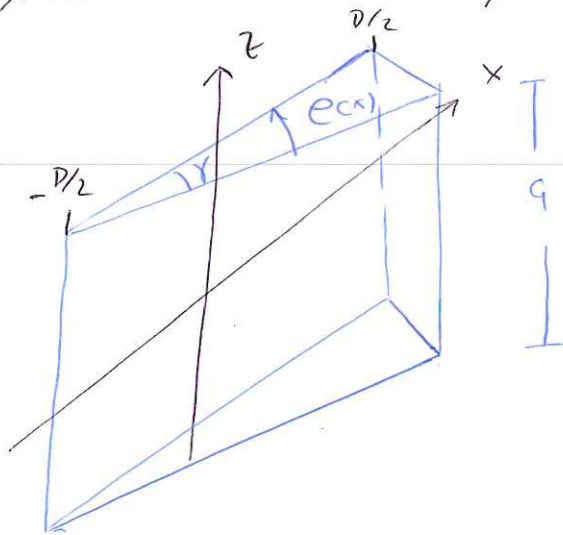
$$= C_a \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{-2i}{k_p} \cdot 2 \sin^2 \left(\frac{k_p D}{4} \right) =$$

$$= -i C_a \cdot D \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin^2 w}{w} \quad \text{non } w = \frac{k_p D}{4}$$

$$I = (C_a D)^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin^2 w}{w} \right)^2 //$$

18. ARIZKETA

Obtener la irradiación difractada en las condiciones de Fraunhofer por una rendija de anchura D cubierta por una cuña transparente de ángulo γ muy pequeño. Colocar la cuña de forma que su espesor aumente de izquierda a derecha



$$U(p, w) = U(\sin \theta, \sin \delta) =$$

$$= C_a \frac{\sin w}{w} \int_{-D/2}^{D/2} e^{-i[k_p x + \Delta \varphi - wt]} dx =$$

$$\begin{cases} \Delta \varphi = k n e - k e = k(n-1)e \\ e(x) = x \tan \gamma \approx x \gamma \end{cases}$$

$$= C_a \frac{\sin w}{w} e^{-iwt} \int_{-D/2}^{D/2} e^{-i[k_p x + k(n-1)x \gamma]} dx =$$

$$= C_a \frac{\sin w}{w} e^{iwt} \int_{-D/2}^{D/2} e^{-ik[p + (n-1)\gamma]x} dx =$$

$$= C_a \frac{\sin w}{w} e^{iwt} \cdot \frac{-1}{ik[p + (n-1)\gamma]} \left(e^{-ik[p + (n-1)\gamma] \frac{D}{2}} - e^{ik[p + (n-1)\gamma] \frac{D}{2}} \right) =$$

$$= C_a \frac{\sin w}{w} e^{iwt} \frac{1}{k[p + (n-1)\gamma]} \sin(k[p + (n-1)\gamma] \frac{D}{2}) =$$

$$p' = p + (n-1)\gamma = \sin \theta + (n-1)\gamma \Rightarrow v' = k p' \frac{D}{2}$$

$$= \frac{C_a D}{2} \frac{\sin w}{w} e^{iwt} \frac{\sin v'}{v'} \Rightarrow I = I_0 \left(\frac{\sin v'}{v'} \right)^2 \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2$$

19. ARRIETA

La anchura de los dos rendijas de un
rendija doble es de $0,140\text{mm}$ y la distancia
entre sus centros de $0,840\text{mm}$. ¿Qué órdenes
son perdidos?, ¿cuáles son las irradia-
ciones relativas de los órdenes $m=0$ hasta $m=6$?

En el caso de los dobles rendijas sabemos
que:

$$I = 4I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cos^2 \alpha$$

$I_0 \equiv$ intensidad en cada rendija

$$\frac{\pi a}{\lambda} = v = \frac{k a}{2} \sin \theta \quad (a \equiv \text{anchura})$$

$$\alpha = \frac{k d}{2} \sin \theta \quad (d \equiv \text{distancia})$$

Los máximos principales de interferencia se
dan cuando $\cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \alpha = \pm n\pi \Rightarrow$

$$\frac{k d}{2} \sin \theta = n\pi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

Sin embargo, el n -ésimo máximo desaparece cuando
coinciden con los mínimos de difracción:

$$\sin v = 0 \Rightarrow v = m\pi \Rightarrow \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta = m\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{m\lambda}{a}$$

$$\frac{n\lambda}{d} = \frac{m\lambda}{a} \Rightarrow \frac{n}{m} = \frac{d}{a} = 6 \Rightarrow n = 6m$$

\Rightarrow De modo que se perderán los órdenes
múltiplos de 6; 6, 12, 18, ...

$$\bullet I(\theta) = 4 I_0 \Rightarrow \frac{I(\theta)}{I_0} = 4$$

$$\bullet I_1 \left(\sin \theta = \frac{\lambda}{a} \right) = 4 I_0 \cdot \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi a}{d} \right)}{\frac{\pi a}{d}} \right)^2 \cos^2(\pi) = 3,65 I_0 //$$

(...)

20. ARIZKETA

Una onda plana de longitud de onda $\lambda = 600 \text{ nm}$ incide perpendicularmente sobre una pantalla opaca en la que se ha practicado una abertura cuadrada de $0,1 \text{ mm}$ de lado. Detrás de la abertura colocamos una lente convergente de focal $f = 100 \text{ cm}$ y en su plano focal una pantalla. La intensidad que medimos en el centro de la figura de difracción $(x, y) = (0, 0)$ es I_0 . Calcular la intensidad en el punto de la pantalla dado por las coordenadas $(x, y) = (3, 2)$ cm.

Sabemos que la figura de difracción de Fraunhofer está determinada por:

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2 \quad \begin{aligned} v &= \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \\ w &= \frac{\pi b}{\lambda} \sin \delta \end{aligned}$$

Como la pantalla está en el plano focal de la lente, la imagen se creará a 100 cm de la abertura.

De modo que, haciendo la aproximación para ángulos pequeños

$$v = \frac{\pi a}{\lambda} \cdot \frac{x}{d} = \frac{1}{2} \pi$$

$$w = \frac{\pi a}{\lambda} \cdot \frac{y}{d} = \frac{3}{2} \pi$$

Que si sustituimos en la fórmula:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} \right)^2 \left(\frac{\sin \frac{3\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}} \right)^2 = I_0 \cdot \left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{2}{3\pi} \right)^2 = \frac{16 I_0}{9 \pi^2} //$$

21. ARRIETA

Sobre una pantalla opaca en la cual se ha perforado un orificio de forma rectangular de $1 \text{ mm} \times 0,5 \text{ mm}$ incide perpendicularmente una onda plana que proviene de un láser azul de He-Cd con $\lambda = 441,6 \text{ nm}$. Recogemos la figura de difracción de Fraunhofer sobre una pantalla situada a 5 m de la abertura. Calcular cuánto hay que estrechar la abertura del lado mayor para que en un punto de coordenadas $(0,5, 1) \text{ cm}$ con respecto al centro de la FDF se recoja la misma irradiación que se recoge en el punto de coordenadas $(1, 1) \text{ cm}$ antes de estrechar la abertura.

Sabemos que para la difracción de Fraunhofer con rendijas rectangulares se cumple que:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2 \quad ; \quad v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$$w = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \delta$$

Además, $\sin \theta = \frac{x}{d}$ y $\sin \delta = \frac{y}{d}$, de modo

que si sustituimos $(1, 1)$ en la ecuación:

$$I(1, 1) = I_0 \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi a}{\lambda} \cdot \frac{x}{d} \right)}{\frac{\pi a x}{\lambda d}} \right)^2 \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi b}{\lambda} \cdot \frac{y}{d} \right)}{\frac{\pi b y}{\lambda d}} \right)^2 = 0,407 I_0$$

$$\frac{\sin \left(\frac{\pi a x}{\lambda d} \right)}{\frac{\pi a x}{\lambda d}} = \sqrt{0,407} \cdot \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi b y}{\lambda d} \right)}{\frac{\pi b y}{\lambda d}} \right) = 0,585$$

Como se trata de una ecuación trascendental, utilizaremos el desarrollo de Taylor para resolverla de forma aproximada:

$$\sin \theta \approx \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \dots \quad \text{en este caso } \theta = \frac{\pi a x}{a d}$$

$$\theta - \frac{\theta^3}{6} = 0,585\theta \Rightarrow 0,415\theta - \frac{1}{6}\theta^3 = 0$$

$$\theta = 0 ; \quad \frac{1}{6}\theta^2 - 0,415 = 0 \Rightarrow \theta = \sqrt{6 \cdot 0,415}$$

$$\theta = 1,578 = \frac{\pi a x}{a d} \Rightarrow a = 2,22 \mu\text{m}$$

[No tiene sentido que de esto cuando el enunciado dice "estretcher", de modo que habrí que intercambiar los valores de a y b]

22. ARRIKETA

Una red de surcos de 500 1/mm

i) ¿Cuántos órdenes forme?

$$N = 500$$

anchura de la rendija

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin Nw}{\sin w} \right)^2$$

non

$$v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

distancia entre rendijas

$$w = \frac{\pi d}{a} \sin \theta$$

Sabemos que los máximos principales (órdenes) se forman cuando $\sin w = 0 \Rightarrow w = n\pi \Rightarrow$

$$\frac{\pi d}{a} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n a}{d} \Rightarrow -1 \leq \sin \theta \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{n \lambda}{d} \leq 1$$

Habiendo 500 rendijas en 1 mm , la separación es

$$d = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{500} = 2 \mu\text{m}$$

$$\Rightarrow -1 \leq n \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-6}} \leq 1 \Rightarrow -4 \leq n \leq 4 \Rightarrow$$

$$m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4 \Rightarrow 8 \text{ órdenes}$$

ii) ¿Cuál es su límite de resolución en una longitud de onda de 500nm, utilizando 1cm de la red?

El límite de resolución viene dado por:

$$1/mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}} \sim \Delta\lambda_{\min} \equiv \text{límite}$$

En 1cm de red el número de rendijas será:

$$N = 0,01 \cdot \frac{5000 \text{ rendijas}}{0,001 \text{ m}} = 5000 \text{ rendijas}$$

De modo que el límite de resolución para

$m=4$ será:

$$\Delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda}{1/mN} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{5000} = 0,167 \mu\text{m}$$

iii) Si se ilumina la red con luz blanca en incidencia perpendicular, ¿existe solapamiento de órdenes?

Para que haya solapamiento de órdenes debe coincidir que: $\frac{\lambda_1}{d} m = \frac{\lambda_2}{d} n \Rightarrow m = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} n$

La probabilidad de que esto suceda es mejor cuanto más alejados estén los longitudes de onda, de modo que cogemos los extremos de la luz blanca: [400nm, 700nm]

$\Rightarrow m = \frac{7}{4} n$, el solapamiento ocurrirá

por primera vez cuando $n=4$ y $m=7$, pero como hemos visto sólo forma 4 órdenes, de modo que $m=7$ no puede ocurrir.

iv) Para el caso anterior, ¿cuál es aproximadamente el color de la luz difractada a 40° ?

$$\sin \theta = \frac{\lambda m}{d} \Rightarrow \lambda = \frac{d \sin \theta}{m}$$

$$m=1 \Rightarrow \lambda = 1285 \text{ nm} \rightarrow \text{infrarrojo}$$

$$m=2 \Rightarrow \lambda = 642,78 \text{ nm} \rightarrow \text{rojo}$$

$$m=3 \Rightarrow \lambda = 428,52 \text{ nm} \rightarrow \text{azul}$$

$$m=4 \Rightarrow \lambda = 321,39 \text{ nm} \rightarrow \text{ultravioleta}$$

} veremos su combinación

23. ARRIETA

Queremos resolver dos líneas en la zona de 470 nm . Nuestra red tiene 667 líneas/mm , cada una con una anchura de $0,5 \mu\text{m}$ y en el montaje experimental utilizado se iluminan 7 mm de la red en incidencia perpendicular.

a) ¿Cuántos órdenes se pueden recoger? Teniendo en cuenta que queremos una resolución de $0,5 \text{ \AA}$, ¿se resolverán las líneas?

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin V}{V} \right)^2 \left(\frac{\sin N\omega}{\sin \omega} \right)^2 \quad \text{donde} \quad V = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$$\omega = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$d = \frac{1 \text{ mm}}{667 \text{ líneas}} = 1,5 \mu\text{m}$$

Los máximos principales se encuentran cuando

$$\sin \omega = 0 \Rightarrow \omega = n\pi \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

$$-1 \leq \frac{n\lambda}{d} \leq 1 \Rightarrow -3,19 \leq n \leq 3,19 \Rightarrow$$

$$n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \Rightarrow 6 \text{ órdenes}$$

$$N = 667 \frac{\text{líneas}}{\text{mm}} \cdot 7 \text{ mm} = 4669 \text{ líneas}$$

Para saber si se resolverán las líneas, debemos comprobar que los máximos se vean en la reducción indicada.

$$|m|N = \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{\min}} \Rightarrow |m| = \frac{\lambda}{N \Delta \lambda_{\min}} = 2,013$$

Como $|m| > 2 \Rightarrow$ Solo se resolverán los máximos de orden 3 //

b) Calcular la intensidad de orden más alto.

$$\text{Máximo de orden } 3 \Rightarrow \sin \theta = \frac{3\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow v = \frac{3\pi a}{d} ; w = 3\pi$$

$$v = 3\pi \cdot \frac{0,5 \cdot 10^{-6}}{1,5 \cdot 10^{-8}} = \pi \Rightarrow \sin v = 0 \Rightarrow I_3 = 0 //$$

c) ¿Estás de acuerdo con lo respondido en el apartado a)?

No, como $m=3$ es un orden perdido, no se resolverá ninguno.

Tenemos una red como en el apartado anterior pero en las líneas para se aplica un desfase π .

d) ¿Cuántos órdenes se pueden recoger? ¿se resolverán las líneas?

25. ARIZKETA

Una red de difracción de periodo d está formada por 6 rendijas de anchura D . Si $d = 2D$, calcular la intensidad relativa con respecto al máximo central de los contiguos máximos secundarios.

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin Nw}{\sin w} \right)^2 \quad \text{con} \quad v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$$w = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$N = 6, \quad a = D, \quad d = 2D$$

Los máximos secundarios se dan cuando $\sin Nw = \pm 1$

$$Nw = \pm \frac{2n-1}{2} \pi \rightarrow w = \pm \frac{\pi}{12}, \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{5\pi}{12}, \pm \frac{7\pi}{12}, \pm \frac{9\pi}{12}, \pm \frac{11\pi}{12}$$

$$w = \pm \frac{2n-1}{2N} \pi \quad \wedge \quad w = 2v \Rightarrow v = \pm \frac{2n-1}{4N} \pi$$

De entre esos máximos secundarios, debemos calcular cuáles de ellos entran antes de los máximos principales de primer orden.

$$\sin w = 0 \Rightarrow w = n\pi \Rightarrow w = \pi$$

De modo que el máximo secundario de orden $n=6$ es difuminado casi en su totalidad por lo que tomaremos los cuatro primeros (no tendremos en cuenta $\frac{\pi}{12}$ puesto que es el primero (?))

$$I(\theta) = I_0 \cdot N^2 = I_0 \cdot 36$$

$$I_{\pi/4} = I_0 \cdot \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{8})}{\frac{\pi}{8}} \right)^2 \left(\frac{\sin(\frac{3\pi}{4})}{\sin(\frac{\pi}{4})} \right)^2 = 1,889 I_0 \Rightarrow \frac{I_{\pi/4}}{I(\theta)} = 0,053 //$$

$$I_{\frac{5\pi}{12}} = I_0 \cdot \left(\frac{\sin(\frac{5\pi}{24})}{5\pi/24} \right)^2 \left(\frac{\sin(\frac{5\pi}{2})}{\sin(\frac{5\pi}{12})} \right)^2 = 0,93 I_0$$

$$\hookrightarrow \frac{I_{5\pi/12}}{I_0} = 0,026$$

$$I_{\frac{7\pi}{12}} = I_0 \cdot \left(\frac{\sin(\frac{7\pi}{24})}{7\pi/24} \right)^2 \left(\frac{\sin(\frac{7\pi}{2})}{\sin(7\pi/12)} \right)^2 = 0,803 I_0$$

$$\hookrightarrow \frac{I_{7\pi/12}}{I_0} = 0,022$$

$$I_{\frac{3\pi}{4}} = I_0 \cdot \left(\frac{\sin(\frac{3\pi}{8})}{3\pi/8} \right)^2 \left(\frac{\sin(\frac{9\pi}{2})}{\sin(\frac{3\pi}{4})} \right)^2 = 0,509 I_0$$

$$\hookrightarrow \frac{I_{3\pi/4}}{I_0} = 0,014$$

26. APUNTES

Una red de difracción está formada por 1000 rendijas de anchura $D = \frac{d}{8}$ y de periodo $d = 2 \mu\text{m}$. Una onda plana de longitud λ incide perpendicularmente sobre la red de tal forma que el cuarto orden $m=4$ aparece a 63° con una intensidad I_4 . Calcular el orden más alto que suministra esta red, la intensidad correspondiente y la resolución para ese orden en los siguientes casos:

a) Si hacemos en la red las rendijas pares o impares
Sacaremos primero la longitud de onda de la

$$\text{Máximo} \Rightarrow \sin \omega = 0 \Rightarrow \omega = n\pi = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \Rightarrow \lambda = \frac{d}{n} \sin \theta$$

$$4^\circ \text{ orden} \Rightarrow n=4 \Rightarrow \lambda = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4} \sin 63^\circ = 445,4 \text{ nm}$$

Del mismo modo sacaremos la intensidad I_0 respecto a la intensidad I_A conocida.

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin Nw}{\sin w} \right)^2 \quad v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d} \quad n=4 \Rightarrow w = 4\pi, \quad v = \frac{a}{d} \cdot \frac{\pi}{\lambda} \cdot 4 = \frac{1}{2} \pi$$

$$I_A = I_0 \cdot \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\pi/2} \right)^2 \cdot N^2 = 6,4 \cdot 10^5 I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{I_A}{6,4} \cdot 10^{-5}$$

Si hacemos la mitad de las rendijas:

$$N_a = \frac{N}{2} = 500 \quad \text{y} \quad d_a = 2d = 4 \mu\text{m} \quad a = \frac{d}{8} = \frac{d_a}{16}$$

Para el orden más alto:

$$\sin w = 0 \Rightarrow w = n\pi \Rightarrow \frac{\pi d_a}{\lambda} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{d_a}$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{n\lambda}{d_a} \leq 1 \Rightarrow -8,98 \leq n \leq 8,98$$

$$\Rightarrow n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6, \pm 7, \pm 8 = 16 \text{ órdenes}$$

Para la intensidad de $n=8$:

$$n=8 \Rightarrow w = 8\pi \Rightarrow v = \frac{\pi}{2}$$

$$I_8 = I_0 \cdot \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\pi/2} \right)^2 \cdot 500^2 = 0,16 I_A$$

$I_0 = \frac{1}{6,4} \cdot 10^{-5} I_A$

Para el poder resolutivo:

$$R = \text{mm} N_a = \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{\text{min}}} \Rightarrow \Delta \lambda_{\text{min}} = \frac{\lambda}{\text{mm} N_a} = 1,11 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

b) Si introducimos un desfase π en las rendijas pares o impares

$$I(\theta) = 4 I_0 \sin^2 w \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin(\frac{N}{2} w)}{\sin w} \right)^2$$

$$\begin{cases} \omega = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta ; & \omega' = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta = 2\omega \\ \nu = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta = \frac{\pi d}{8\lambda} \sin \theta = \frac{\omega}{8} = \frac{\omega'}{16} \end{cases}$$

Para los máximos principales:

$$\sin \omega' = 0 \Rightarrow \omega' = n\pi \Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{2d}$$

$$-1 \leq \frac{n\lambda}{2d} \leq 1 \Rightarrow -8,98 \leq n \leq 8,98 \Rightarrow n_{\max} = 8 //$$

Para la intensidad de $n=8$:

$$\omega' = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta = \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \frac{8\lambda}{2d} = 8\pi$$

$$\omega = 4\pi ; \quad \nu = \frac{\pi}{2}$$

$$I_8 = I_0 \cdot \sin^2(4\pi) \cdot \left(\frac{\sin \pi/2}{\pi/2} \right)^2 \cdot N^2 = 0 //$$

\Rightarrow se trata de un orden perdido

Para el poder resolutivo:

No hay máximo que resolver.

c) Si la anchura de la rendija fuera $\frac{d}{4} = a'$.

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin \nu}{\nu} \right)^2 \left(\frac{\sin N\omega}{\sin \omega} \right)^2 \quad \begin{aligned} \nu &= \frac{\pi a'}{\lambda} \sin \theta \\ \omega &= \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \end{aligned}$$

Para los máximos principales:

$$\sin \omega = 0 \Rightarrow \omega = n\pi \Rightarrow n\pi = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow -4,49 \leq n \leq 4,49 \Rightarrow n_{\max} = 4 //$$

Para la intensidad de $n=4$

$$\omega = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = \frac{\pi d}{\lambda} \cdot \frac{4\lambda}{d} = 4\pi \Rightarrow \nu = \frac{\pi d}{4\lambda} \cdot \frac{4\lambda}{d} = \pi$$

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \pi}{\pi} \right)^2 \cdot N^2 = 0 \rightarrow \text{Orden perdido}$$

d) Si tapamos todos los rendijas excepto los 200 centrales.

Para los máximos principales será el mismo caso que el anterior ya que tan solo varía en la $N \Rightarrow N_{\text{lex}} = 4 //$

Para la intensidad recuperamos $a = \frac{d}{8}$

$$w = 4\pi \Rightarrow v = \frac{\pi}{2} ; N = 200$$

$$I_4 = \frac{I_A}{64 \cdot 10^5} \left(\frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\pi/2} \right)^2 \cdot 200^2 = 0,025 I_A //$$

27. ARKETA

En la figura de difracción de Fraunhofer por una abertura rectangular, determinar la irradiación relativa I_n/I_0 de los ocho máximos más próximos al central. Considerar los máximos diagonales.

$$I(x, y) = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2$$

$$v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta = \frac{\pi a}{\lambda} \cdot \frac{x}{R}$$

$$w = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \delta = \frac{\pi b}{\lambda} \cdot \frac{y}{R}$$

Los máximos los encontraremos cuando $v = \frac{\pi}{2}$ \vee $w = \frac{\pi}{2}$ tanto en $x=0$, $y=0$ y en la diagonal.

• $x=0$ ($v=0$) \wedge $w = \pm \frac{\pi}{2}$

$$I = I_0 \cdot 1 \cdot \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 = 0,405 I_0 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 0,405 //$$

• $y=0$ ($w=0$) \wedge $v = \pm \frac{\pi}{2}$

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \cdot 1 = 0,405 I_0 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 0,405 //$$

$$\bullet v = \pm \frac{\pi}{2} \wedge w = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = 0,164 I_0 \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 0,164 //$$

28. ARIKETA

Una red de difracción está formada por cinco rendijas paralelas de anchura D y período d .

Si es I_0 la irradiancia en el máximo central, calcular la irradiancia en los máximos secundarios.

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \left(\frac{\sin(Nw)}{\sin w}\right)^2 \quad I_0 = \frac{I(\theta)}{25}$$

$$v = \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \quad w = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad N = 5$$

Los máximos secundarios se encuentran cuando

$$5w = \frac{2n-1}{2} \pi \Rightarrow w = \pm \frac{3\pi}{10}, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{7\pi}{10}, \pm \frac{9\pi}{10}, \pm \frac{11\pi}{10}$$

$$w = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda w}{\pi d}$$

$$\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{2d}, \pm \frac{3\lambda}{10d}, \pm \frac{7\lambda}{10d}$$

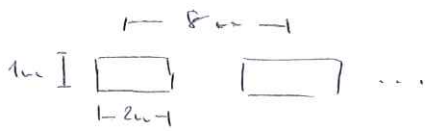
Tendríamos que sustituir esta información en la fórmula anterior.

29. ARIKETA

Una onda plana procedente de un láser azul de He-Cd ($\lambda = 442 \text{ nm}$) e irradiancia 1 W/m^2 incide sobre una pantalla plana en la que se sitúa un objeto difractor como el de la figura. Las dimensiones de las aberturas individuales son $\overset{a}{1} \times \overset{b}{2} \text{ mm}$ y su separación $\overset{d}{8} \text{ mm}$. Describir con detalle el máximo central de la figura de difracción,

que recoge sobre una pantalla situada a 10 cm del objeto difractor (realizar un dibujo). Calcular la intensidad y anchura de los máximos principales interferenciales dentro del máximo difraccional central.

$$I_0 = \frac{I}{5^2} = \frac{I}{25}$$



$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \left(\frac{\sin w}{w}\right)^2 \left(\frac{\sin(Nx)}{\sin x}\right)^2$$

$$v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \quad w = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \quad x = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

Primero buscaremos la anchura del máximo difraccional a través de los primeros mínimos:

$$\sin v = 0 \Rightarrow v = n\pi = \pi \Rightarrow \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta = \pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{a}$$

Una vez conozcamos los límites del primer máximo procederemos a ver cuántos máximos principales interferenciales abarca.

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = n\pi \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

$$d = 4a \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{4a} < \frac{\lambda}{a} \Rightarrow n = \pm 1, \pm 2, \pm 3$$

\Rightarrow Entren 6 máximos interferenciales dentro del máximo central

Para calcular su intensidad utilizaremos la fórmula anterior, además $b = \frac{a}{2} \Rightarrow w = \frac{v}{2}$; $d = 4a \Rightarrow x = 4v$

Y utilizaremos $\sin \theta \approx \frac{x}{R}$ como aproximación

$n=1$

$$x = \pi; \quad w = \frac{\pi}{8}; \quad v = \frac{\pi}{4}; \quad \sin \theta \approx \frac{x}{R} = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow x = \frac{\lambda R}{d} = 0,55 \text{ cm}$$

$$I = \frac{1}{25} \left(\frac{\sin \pi/4}{\pi/4}\right)^2 \left(\frac{\sin \pi/8}{\pi/8}\right)^2 \cdot I_0 = 0,7697 \text{ W/m}^2 //$$

$$n=2$$

$$\alpha = 2\pi; \quad \omega = \frac{\pi}{4}; \quad \nu = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin\theta \approx \frac{x}{R} = \frac{2\lambda}{d} \Rightarrow x = \frac{2\lambda R}{d} = 1,1 \text{ mm}$$

$$I = \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} \right)^2 \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{4})}{\frac{\pi}{4}} \right)^2 = 0,3285 \text{ W/m}^2$$

$$n=3$$

$$\alpha = 3\pi; \quad \omega = \frac{3\pi}{8}; \quad \nu = \frac{3\pi}{4}$$

$$\sin\theta \approx \frac{x}{R} = \frac{3\lambda}{d} \Rightarrow x = \frac{3\lambda R}{d} = 1,66 \text{ mm}$$

$$I = \left(\frac{\sin(\frac{3\pi}{4})}{\frac{3\pi}{4}} \right)^2 \left(\frac{\sin(\frac{3\pi}{8})}{\frac{3\pi}{8}} \right)^2 = 0,0554 \text{ W/m}^2$$

3.1. ARIKETA

Una red de difracción está compuesta de N rendijas de anchura $D = \frac{d}{2}$ y periodo d . Para una onda plana en incidencia perpendicular y de longitud de onda λ el orden más alto que la red suministra es $m=3$ y aparece a 55° . La intensidad de este orden es I_A y la resolución de la red para este caso es R_A .

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \nu}{\nu} \right)^2 \left(\frac{\sin N\omega}{\sin \omega} \right)^2 \quad \nu = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$
$$\omega = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

Máximo principal (int) $\Rightarrow \sin \omega = 0 \Rightarrow \omega = n\pi$

$$\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{d} \quad \begin{matrix} n=3 \\ \theta=55^\circ \end{matrix} \Rightarrow \lambda = d \frac{\sin 55^\circ}{3} = 0,273 d$$

$$\nu = \frac{\pi d}{2\lambda} \sin \theta = \frac{\pi d}{2\lambda} \cdot \frac{3\lambda}{d} = \frac{3\pi}{2}$$

$$I(55^\circ) = I_0 \left(\frac{\sin \frac{3\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}} \right)^2 \cdot N^2 = I_0 \cdot 0,045 N^2 \Rightarrow I_0 = 22,2 \cdot \frac{I_A}{N^2}$$

$$R_A = \lfloor m \rfloor N = \frac{A}{\Delta A_{\min}} = 3 \cdot N$$

$$\frac{\lambda}{\Delta A_{\min}} < N$$

Ahora se enumeran los rendijas pares o impares,

a) Calcular el orden más alto

$$d_a = 2d \quad N_k = \frac{N}{2}$$

Máximos principales $\Rightarrow \sin w = 0 \Rightarrow w = n\pi \Rightarrow$

$$\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{2d} = \left(\frac{3\lambda}{d}\right) \frac{n}{6} = \sin \theta_{\text{sr}} \frac{n}{6} \leq 1 \rightarrow n = 7$$

b) Calcular la intensidad y resolución de la red para dicho orden.

$$w = \frac{\pi d}{2\lambda} \cdot \frac{6\lambda}{d} = \frac{3\pi}{2}; \quad v = \frac{\pi d}{4\lambda} \cdot \frac{3\lambda}{2\lambda} = \frac{3\pi}{8}$$

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{\sin(\frac{3\pi}{4})}{\frac{3\pi}{4}}\right)^2 \cdot \left(\frac{N}{2}\right)^2 = 0,225 \cdot 22,2 \cdot I_A = 0,50 I_A //$$

$$R = 1,6 \cdot \frac{N}{2} = 3N = R_A //$$

24. ARIKETA

Una red con 5 rendijas y periodo $d = 1,4 \mu\text{m}$. En su orden más alto resuelve juntamente dos longitudes de onda cerca de 500 nm .

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \left(\frac{\sin(Nw)}{\sin w}\right)^2$$

$$v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$$w = \frac{\pi d}{a} \sin \theta$$

Buscamos los máximos principales para la resolución.

MÁXIMOS PRINCIPALES:

$$\sin w = 0 \Rightarrow w = n\pi \Rightarrow \frac{\pi d}{a} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{n\lambda}{d} \leq 1 \Rightarrow -2,8 \leq n \leq 2,8 \Rightarrow n_{\text{max}} = 2$$

Sabemos que la resolución es

$$N \cdot n = \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{\min}} \rightarrow \Delta \lambda_{\min} = \left(\frac{5 \cdot 2}{500 \cdot 10^3} \right)^{-1} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 50 \text{ nm}$$

a) ¿Las resolvemos si tapamos la rendija 1 y 5?

Si tapamos la primera y última rendija lo único que cambiará es el número de las mismas; es decir, ahora $N' = 3$.

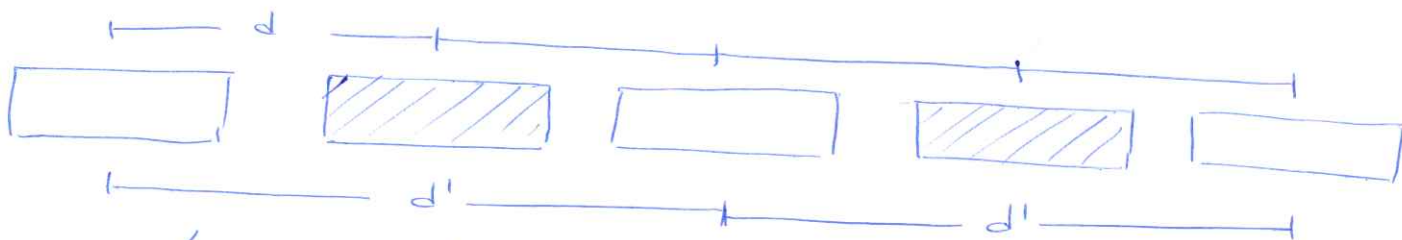
De modo que la condición para los máximos no cambiará ($n_{\max} = 2$) pero para la resolución:

$$N \cdot n = \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{\min}^a} \Rightarrow \Delta \lambda_{\min}^a = \frac{\lambda}{N' \cdot n} = 83,3 \text{ nm}$$

$\Rightarrow \Delta \lambda_{\min}^a > \Delta \lambda_{\min} \Rightarrow$ No los resolverá

b) ¿Las resolvemos si tapamos la rendija 2 y 4?

Haremos un dibujo para cerciorarnos mejor de la situación



En este caso $d' = 2d$ y $N' = 3$

Por lo que la condición para los máximos cambiará

$$\frac{\pi d'}{\lambda} \sin \theta = n \pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n \lambda}{d'} = \frac{n \lambda}{2d} \Rightarrow -1 \leq \frac{n \lambda}{2d} \leq 1$$

$$-5,6 \leq n \leq 5,6 \Rightarrow n_{\max} = 5$$

Para la resolución:

$$N \cdot n = \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{\min}^b} \Rightarrow \Delta \lambda_{\min}^b = \frac{\lambda}{N' \cdot n}$$

$$n = 1 \rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^b = 166,6 \text{ nm} > \Delta\lambda_{\text{lin}}^o \Rightarrow \text{No se resuelve}$$

$$n = 2 \rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^b = 83,3 \text{ nm} > \Delta\lambda_{\text{lin}}^o \Rightarrow \text{No}$$

$$n = 3 \rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^b = 55,5 \text{ nm} > \Delta\lambda_{\text{lin}}^o \Rightarrow \text{No}$$

$$n = 4 \rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^b = 41,6 \text{ nm} < \Delta\lambda_{\text{lin}}^o \Rightarrow \text{Sí se resuelven}$$

$$n = 5 \rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^b = 33,3 \text{ nm} < \Delta\lambda_{\text{lin}}^o \Rightarrow \text{Sí}$$

c) ¿Las resolvemos si tapamos la rendija 1, 3, y 5?

En este caso, $N' = 2$ y $d' = 2d$; de modo que

$$\frac{\pi d'}{\lambda} \sin\theta = n\pi \Rightarrow \sin\theta = \frac{\lambda n}{2d} \Rightarrow -1 \leq \frac{\lambda n}{2d} \leq 1 \Rightarrow n_{\text{max}} = 5$$

$$N \cdot m = \frac{A}{\Delta\lambda_{\text{lin}}} \Rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^c = \frac{A}{N \cdot m}$$

$$n = 1 \rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^c = 250 \text{ nm} > \Delta\lambda_{\text{lin}}^o$$

$$n = 2 \rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^c = 125 \text{ nm} > \Delta\lambda_{\text{lin}}^o$$

$$n = 3 \rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^c = 83,3 \text{ nm} > \Delta\lambda_{\text{lin}}^o$$

$$n = 4 \rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^c = 62,5 \text{ nm} > \Delta\lambda_{\text{lin}}^o$$

$$n = 5 \rightarrow \Delta\lambda_{\text{lin}}^c = 50 \text{ nm} = \Delta\lambda_{\text{lin}}^o$$

\Rightarrow Solo se resuelven en el 5° máximo

d) Si la anchura de las rendijas es $D = \frac{d}{4}$; ¿cambian en algo las respuestas anteriores?

Sí, todas cambian (...)

e) Si en lugar de rendijas tenemos aberturas circulares y el segundo orden de la red original es orden perdido, calcule el radio de las aberturas circulares.

Sabemos que para las aberturas circulares la irradiación está dada por:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{J_1\left(\frac{2\pi r}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{2\pi r}{\lambda} \sin\theta} \right)^2$$

Si a esta expresión le añadimos la parte interferencial:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{J_1\left(\frac{2\pi r}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{2\pi r}{\lambda} \sin\theta} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha} \right)^2 \quad ; \quad \alpha = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta$$

La parte interferencial no cambia, por lo tanto nuevamente el orden más alto es $n=2$ con lo que $\sin\theta = \frac{2\lambda}{d}$ y para que este orden se pierda:

$$J_1\left(\frac{2\pi r}{\lambda} \cdot \frac{2\lambda}{d}\right) = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Cosiendo} \\ \text{el primer 0} \end{array} \quad \frac{4\pi r}{d} = 3,832$$

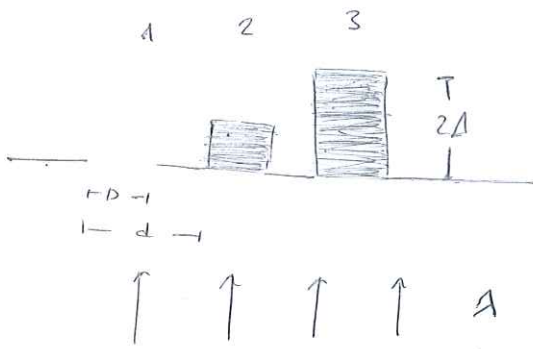
$$r = \frac{3,832 \cdot d}{4\pi} = 0,43 \mu\text{m} \quad (< d)$$

f) Recalculer

30. ARILLETIN

Una red de difracción está compuesta de 3 rendijas de anchura D y período d . Sobre la segunda y tercera rendija se coloca un vidrio de espesor Δ y 2Δ respectivamente y de índice de refracción n como indica la figura. Encontrar el espesor del vidrio para que en el orden 0 ($p=0$) la intensidad que se recoge sea nula. Copiando varias veces la red anterior formamos una "superred" de período d' , ver figura.

Calcular el valor de d' este período d' para que en el orden $m=1$ la intensidad que se recoge sea la más alta posible.



$$d = z \quad (p.e.)$$

$$U(\sin\theta) = U(p) = U_0(p) (e^{-ik_p d} + e^{i\phi} + e^{i(2\phi - k_p d)})$$

$$\phi = k(n-1)e = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\Delta$$

$$I_{(p=0)} = |U_{(p=0)}|^2 = 0 \Rightarrow U_{(p=0)} = 0$$

$$U_{(p)} = U_0(p) \cdot e^{i\phi} (e^{ik_p d - i\phi} + 1 + e^{i(\phi - k_p d)}) = U_0(p) e^{i\phi} (1 + 2\cos(k_p d - \phi))$$

$$U_{(p=0)} = U_0(0) e^{i\phi} (1 + 2\cos(-\phi)) = 0$$

$$1 + 2\cos(\phi) = 0 \rightarrow \cos(\phi) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \phi = (m \pm \frac{1}{3}) 2\pi$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)\Delta = (m \pm \frac{1}{3}) 2\pi \Rightarrow \Delta = \frac{\lambda}{n-1} (m \pm \frac{1}{3})$$

Si añadimos la superposición y tenemos en cuenta el resultado anterior, sabemos que la intensidad será:

$$I = (1 + 2\cos(k_p d - \phi))^2 \cdot \left(\frac{\sin \frac{N\omega}{2}}{\frac{\omega}{2}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(N\omega)}{\sin(\omega)}\right)^2 \quad ; \quad \omega = \frac{\pi d'}{\lambda} \sin\theta$$

En este caso los máximos principales se encontrarán cuando:

$$\sin(\omega) = 0 \Rightarrow \omega = n\pi \Rightarrow \frac{\pi d'}{\lambda} \sin\theta = n\pi \Rightarrow \sin\theta = \frac{n\lambda}{d'}$$

y como nos dicen que en $m=1$ la intensidad será máxima: $p = \sin\theta = \frac{\lambda}{d'}$

Así que maximizaremos el primer término puesto que $v = \frac{\pi d'}{\lambda} \sin\theta$ no contiene d' y no influye.

$$U_0(p) = 1 + 2 \cos(kpd - \phi)$$

$$\frac{dU_0(p)}{dp} = 2kd \sin(kpd - \phi) = 0$$

$$kpd - \phi = n\pi \quad \leftarrow I \text{ ser\u00e1 m\u00e1xima en esos puntos}$$

$$\text{Sustituyendo } p = \frac{\lambda}{d'} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{d'} d - \phi = n\pi$$

$$2\pi \frac{d}{d'} - \frac{2\pi}{\lambda} (n-1)\lambda = m\pi$$

$$2\pi \frac{d}{d'} - \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) \cdot \frac{\lambda}{n-1} \left(l \pm \frac{1}{3}\right) = m\pi$$

$$3m + 6l \pm 2$$

$$\frac{d}{d'} - \left(l \pm \frac{1}{3}\right) = \frac{m}{2} \Rightarrow d' = d \left(\frac{m}{2} + l \mp \frac{1}{3}\right)^{-1}$$

$$d' = d \cdot \frac{6}{3(m+2) \pm 2}$$

El per\u00edodo debe ser necesariamente m\u00e1s grande que la distancia que componen los 3 rendijas principales, por lo tanto $d' > 3d \Rightarrow$ De modo que $d' = d \cdot \frac{6}{3(m+2) - 2}$ y $m = -1$ por

$$\text{lo que } d' = d \cdot \frac{6}{3-2} \Rightarrow d' = 6d //$$

32. ARILKETA

Sobre los rendijas de una red de difracci\u00f3n se han colocado l\u00e1minas de vidrio de \u00edndice n y de forma que su espesor va creciendo al de izquierda a derecha;

a) Calcular la posici\u00f3n de los m\u00e1ximos principales.

$$U(\sin\theta) = U(p) = U_1(p) \sum_{j=1}^N e^{-ikp(j-1)d} e^{i(j-1)\Delta\phi}$$

$$U_{CP} = U_1(CP) \sum_{j=1}^N e^{-i(kpd - \Delta\phi)(j-1)}$$

Que, como vemos, es una serie geométrica, de modo que la suma será $S_n = \frac{a_1(1-r^N)}{1-r}$ donde $a_1 = 1$

$$\text{y } r = e^{-i(kpd - \Delta\phi)}$$

$$U_{CP} = U_1(CP) \cdot \frac{1 - e^{-i(kpd - \Delta\phi)N}}{1 - e^{-i(kpd - \Delta\phi)}} =$$

$$= U_1(CP) \frac{e^{-i(kpd - \Delta\phi)\frac{N}{2}} \cdot \frac{e^{i(kpd - \Delta\phi)\frac{N}{2}} - e^{-i(kpd - \Delta\phi)\frac{N}{2}}}{e^{i(kpd - \Delta\phi)\frac{1}{2}} - e^{-i(kpd - \Delta\phi)\frac{1}{2}}}}{e^{i(kpd - \Delta\phi)\frac{1}{2}} - e^{-i(kpd - \Delta\phi)\frac{1}{2}}} =$$

$$= U_1(CP) e^{i(kpd - \Delta\phi)(1-N)\frac{1}{2}} \cdot \frac{\sin(\frac{N}{2}(kpd - \Delta\phi))}{\sin(kpd - \Delta\phi)}$$

$$\varphi = \frac{1}{2}(kpd - \Delta\phi) \Rightarrow U_{CP} = U_1(CP) e^{-i\varphi(N-1)} \frac{\sin(N\varphi)}{\sin\varphi}$$

Para los máximos principales se deberá cumplir:

$$\sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = n\pi \Rightarrow \frac{1}{2}(kpd - \Delta\phi) = n\pi$$

$$p = (2n\pi + \Delta\phi) \frac{1}{kd} \Rightarrow \sin\theta = \frac{\lambda}{d} \left(n + \frac{\Delta\phi}{2\pi} \right)$$

b) Si iluminamos la red original perpendicularmente con una onda plana procedente de un láser y analizamos el diagrama de difracción en el plano focal de una lente de $f' = 70 \text{ cm}$, la distancia entre los órdenes $m=0$ y $m=1$ es de $1,2 \text{ cm}$. Calcular a qué distancia desplazará el orden $n=0$ si utilizamos la red con los láminas y $\Delta l = \frac{\lambda}{3}(n-1)$

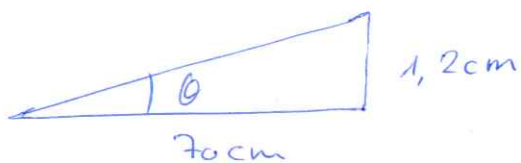
Para la red original la intensidad viene dada por

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2 ; w = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

para lo cual los máximos se encuentran cuando:

$$\sin w = 0 \Rightarrow w = n\pi \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

y para el máximo de primer orden $\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{d}$



$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{1.2}{70} = \frac{\lambda}{d}$$

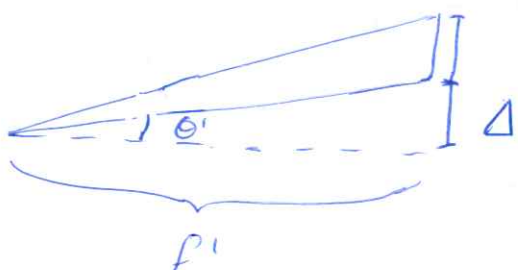
$$\frac{\lambda}{d} = 0,017 =$$

Si ahora colocamos las lentes:

$$\sin \theta' = \frac{\lambda}{d} \left(m + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right) = \left\{ \Delta \phi = k(n-1)\epsilon = k(n-1) \frac{\lambda}{3(n-1)} \right\} =$$

$$= \frac{\lambda}{d} \left(m + \frac{k\lambda}{2\pi \cdot 3} \right) = \frac{\lambda}{d} \left(m + \frac{1}{3} \right)$$

$$m = 0 \Rightarrow \sin \theta' = \frac{\lambda}{3d} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\Delta x}{f'}$$



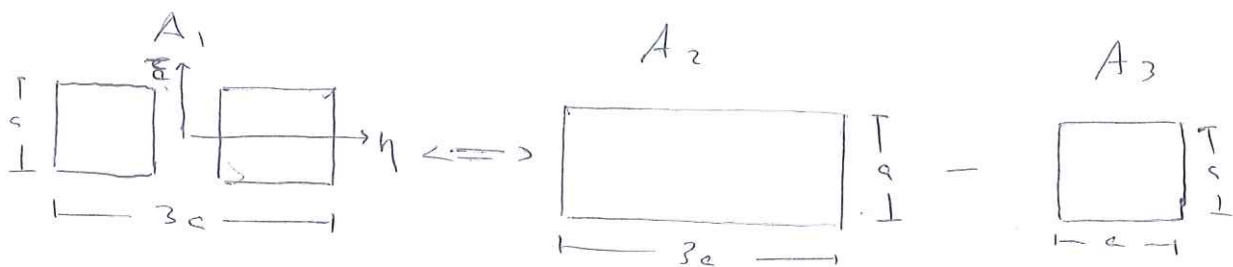
$$\Delta \approx f' \sin \theta' = f' \cdot \frac{1}{3} \frac{\Delta x}{f'} = 0,4 \text{ mm} //$$

35. AZIKETA

Se proponen dos métodos para calcular la amplitud difractada por las aberturas de la izquierda de la figura: el método directo de siempre o tener en cuenta

que son una combinación de las aberturas de las otras columnas. Por ejemplo la amplitud A_1 es la suma de las amplitudes de A_2 y A_3 . Dicho de otra manera, si superponemos las amplitudes de A_2 y A_3 en oposición de fase se puede expresar la amplitud difractada por A_1 .

a) Probar que $UA_1(p, \eta) = UA_2(p, \eta) - UA_3(p, \eta)$



Schemas que para los rendijas rectangulares, la irradiación puede ser expresada como:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2 \quad ; \quad v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$$w = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta$$

y como $I \propto |U|^2$ la amplitud será:

$$U(\theta) = U_0 \frac{\sin v}{v} \frac{\sin w}{w}$$

Donde U_0 será proporcional al área de la abertura, por lo tanto:

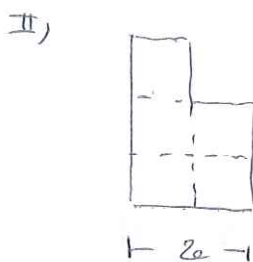
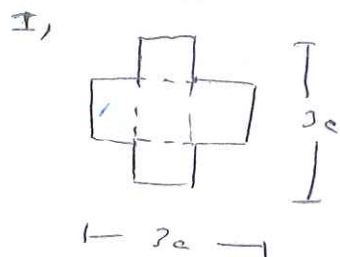
$$U(\theta) = C a b \frac{\sin v}{v} \frac{\sin w}{w}$$

$$U_{A_1} = C a^2 \frac{\sin v}{v} \frac{\sin w}{w} \cdot (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) = 2C a^2 \frac{\sin v}{v} \frac{\sin w}{w} \cos \varphi$$

donde $\varphi = k p \eta + \Delta \phi = k p \eta + k \sum_{n=1}^{n-1} e = k p \eta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$

41. ARIKETA

Para hacer una medida espectroscópica debemos elegir entre dos redes de difracción, pero antes de tomar la decisión haremos un estudio básico de los factores de difracción. La interpretación de la figura es sencilla: 5 cuadrados de lado a están dispuestos en distintas configuraciones.



a) Calcular las expresiones de las amplitudes difractadas por ambos objetos.

I]

$$U(\sin\theta, \sin\delta) = U_{CP, \delta} = U_1 e^{-ikpa} + U_1 e^{ikpa} + U_1 + U_1 e^{-ikqa} + U_1 e^{ikqa}$$

$$U_{CP, \delta} = CS \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin u}{u} ; s = a^2, u = \frac{\pi a}{\lambda} \underbrace{\sin\delta}_q ; v = \frac{\pi a}{\lambda} \underbrace{\sin\theta}_p$$

$$\Rightarrow U_{CP, \delta} = Sa^2 \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin u}{u} [1 + 2\cos(kpa) + 2\cos(kqa)]$$

II]

$$U(\sin\theta, \sin\delta) = U_{CP, \delta} = U_1 + U_1 e^{-ikqa} + U_1 e^{ikqa} + U_1 e^{-ikpa} + U_1 e^{ik(pa-qa)} =$$

$$= Sa^2 \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin u}{u} \cdot [1 + 2\cos(kqa) + e^{-ikpa} \cdot (1 + e^{ikqa})]$$

b) Para hacer las redes hemos repetido los objetos I y II a lo largo del eje x con un período de $S_0 = 4 \mu\text{m}$. En consecuencia, solo utilizaremos la línea $q=0$. ¿En qué direcciones aparecerán los órdenes perdidos?

en ambas redes y cuáles serán?

I]

$$I = C^2 S^2 \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 \left[2 \cos(k_p c) + 2 \cos(k_q c) + 1\right]^2 \left[\frac{\sin N \alpha}{\sin \alpha}\right]^2$$

$$\text{donde } \alpha = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = \frac{\pi \cdot 5c}{\lambda} \sin \theta = \frac{\pi \cdot 5c}{\lambda} p = 5v$$

Como solo nos importa la parte horizontal $\Rightarrow q=0$

$$I = C^2 S^2 \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \left[2 \cos(2v) + 3\right]^2 \left(\frac{\sin(5v)}{\sin 5v}\right)^2$$

Encontraremos el primer mínimo cuando $\sin v = 0$

$$\Rightarrow v = n\pi$$

Encontraremos los máximos principales cuando

$$\sin 5v = 0 \Rightarrow 5v = n\pi \Rightarrow v = \frac{n\pi}{5} = m\pi \rightarrow \boxed{n = 5m}$$

II]

$$I = C^2 S^2 \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 \left[1 + 2 \cos(k_q c) e^{-ik_p x} (1 + e^{ik_q c})\right]^2$$

$$\cdot \left(\frac{\sin N \alpha}{\sin \alpha}\right)^2 \quad \text{donde } \alpha = 5v$$

$$q=0 \Rightarrow I = C^2 S^2 \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \left[3 + 2e^{-ik_p c}\right]^2 \left(\frac{\sin 5v}{\sin 5v}\right)^2$$

Encontraremos los máximos y los mínimos a la misma distancia por lo que los órdenes perdidos serán los mismos.

c) Queremos resolver dos longitudes de onda que se encuentran en torno a 550nm con una diferencia entre ellas de 1Å. Si la longitud de la red es de 3μm, ¿conseguiremos resolverlas?

$$N \cdot m > \frac{1}{\Delta A_{\min}}$$

$$N = \frac{f}{d} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-6}} = 750 \text{ rendijas}$$

$$m > \frac{1}{N \Delta \lambda} = \frac{550 \cdot 10^{-9}}{750 \cdot 1 \cdot 10^{-10}} = \frac{22}{3} = 7, \bar{3}$$

Se resolverán para órdenes mayores o iguales a 8 //
 ¿Qué red elegiría? Considerar las intensidades.
 Puesto que el resto de la intensidad es
 igual para ambas redes consideraremos solo el
 término intermedio

$$[2 \cos(2v) + 3]^2 = 4 \cos^2(2v) + 12 \cos(2v) + 9$$

$$[3 + 2 e^{-ikpc}]^2 = 9 + 4 + 6 e^{-ikpc} + 6 e^{ikpc} =$$

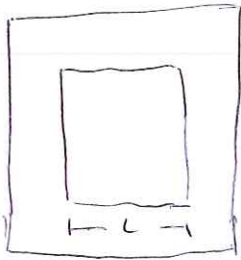
$$= 13 + 12 \cos(2v)$$

$I_{II} > I_I \Rightarrow$ Elegiría la segunda red

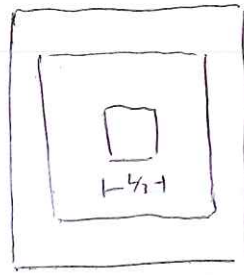
42. APERTURA

La figura A muestra una abertura cuadrada donde
 $L = 0,1 \text{ mm}$. Sobre ella incide perpendicularmente una onda
 plana de longitud de onda $\lambda = 600 \text{ nm}$. Justo detrás de
 la abertura se coloca una lente convergente de focal
 $f' = 100 \text{ cm}$. Sobre una pantalla situada en el plano focal
 de la lente medimos la intensidad I_p para un punto
 $P = (3,9) \text{ cm}$. Posteriormente colocamos un cuadrado
 opaco de lado $\frac{1}{3}$ en el centro de la
 apertura, ¿cuál sería ahora la intensidad en P?

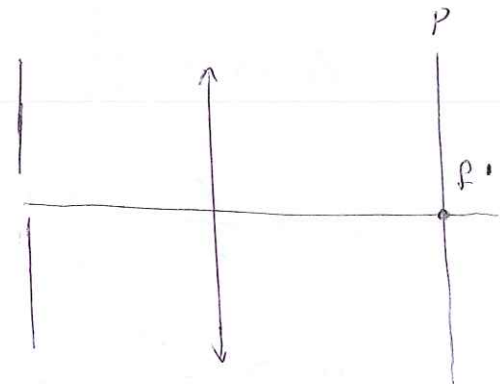
A



$$L = 0,1 \mu\text{m}$$



$$\lambda = 600 \text{ nm}$$



$$f' = 100 \text{ cm}$$

$$P_p = (3, 9) \mu\text{m} \rightarrow I_p$$

$$I = C^2 S^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2$$

$$v = \frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta$$

$$u = \frac{\pi L}{\lambda} \sin \delta$$

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{0,003}{1} = 0,003 \Rightarrow v = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \delta \approx \tan \delta = \frac{0,009}{1} = 0,009 \Rightarrow u = \frac{3\pi}{2}$$

$$I = C^2 S^2 \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(\frac{3\pi}{2})}{\frac{3\pi}{2}} \right)^2 = C^2 S^2 \cdot \frac{16}{9\pi^2} = I_p$$

$$C^2 S^2 = \frac{I_p 9\pi^2}{16} ; u = C S \frac{4}{3\pi}$$

$$u_p = C S_p \left(\frac{\sin v}{v} \right) \left(\frac{\sin u}{u} \right)$$

$$v = \frac{\pi L}{3\lambda} \sin \theta$$

$$u = \frac{\pi L}{3\lambda} \sin \delta$$

$$(3, 9) \mu\text{m} \Rightarrow u = \frac{\pi}{6} ; v = \frac{\pi}{2}$$

$$u_p = C S_p \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{6})}{\frac{\pi}{6}} \right) \left(\frac{\sin(\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2}} \right) = C S_p \cdot \frac{6}{\pi^2} \quad (S_p = \frac{S}{9})$$

$$u_{TOT} = u_p - u = -C S \cdot \frac{1}{\pi} \left(-\frac{4}{3} - \frac{2}{3} \right) = -C S \cdot 2 \cdot \frac{1}{\pi}$$

$$\Rightarrow I_{TOT} = I_p \frac{9\pi^2}{16} \cdot \frac{4}{\pi^2} \Rightarrow I_{TOT} = \frac{9}{4} I_p //$$

44. ARIKETA

El objetivo de un microscopio tiene una abertura numérica $AN = 0,5$. Considerando que trabaja con una longitud de onda de 500 nm ; calcular el límite de

resolución de su objetivo y la potencia útil que permite ver bajo un ángulo igual a la apertura visual de dicho límite. Considerando un ocular 10x, calcular la focal del objetivo.

LÍMITE RESOLUTIVO:

$$\delta_y = 0,61 \frac{\lambda}{2I} = 0,61 \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9}}{0,9} = 3,388 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

POTENCIA ÚTIL:

$$\varphi'_B = -900 \cdot 2I = -900 \cdot 0,9 = -810 \text{ d}$$

FOCAL DEL OBJETIVO:

$$\Gamma_B = -225 \cdot 2I = -225 \cdot 0,9 = -202,5$$

$$\Gamma_B = \beta'_{OBS} \cdot \Gamma'_{OCU} = \frac{\Delta}{f'_{OBS}} \cdot \Gamma'_{OCU} \Rightarrow f'_{OBS} = \Delta \cdot \frac{\Gamma'_{OCU}}{\Gamma_B}$$

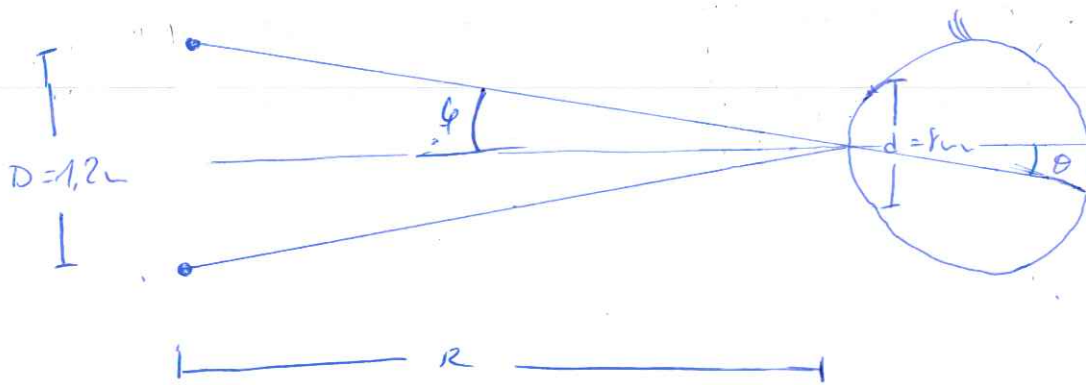
$$f'_{OBS} = 0,16 \cdot \frac{10}{-202,5} = -7,9 \text{ mm}$$

15. ARIKETA

Un automóvil posee dos focos separados una distancia de 1,2m y bombillas de radio de longitud de onda igual a 589nm. Una persona observa a lo lejos en la oscuridad con los pupilas dilatadas ($8 \text{ mm} = d$) la llanta del automóvil. Calcular la distancia desde la cual verá los focos del automóvil como puntos separados.

$$\text{DISCO DE AIRY} \Rightarrow \varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D} \approx 2 \cdot \tan \theta = \frac{d/2}{z} \cdot \varphi$$

\downarrow
 $2r$

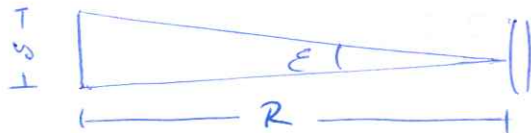


$$\Rightarrow R = \frac{dD}{1,22\lambda} = \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2}{1,22 \cdot 549 \cdot 10^{-9}} = 13,359 \text{ km} //$$

46. ARIKETA

La proporción de unos binoculares etc como sigue: ¡permiten distinguir un objeto de 1,5 cm a 1 km de distancia!

Calcular las características $A \times B$ de estos prismáticos suponiendo que trabajan con una ^{POTENCIA} amplificación igual a la resolvente. ^{DIÁMETRO OBS}



$$\epsilon = 1,22 \frac{\lambda}{D} = \tan \epsilon = \frac{b}{R} \Rightarrow D = \frac{1,22 \lambda R}{b}$$

$$D = \frac{1,22 \cdot 550 \cdot 10^{-9} \cdot 1 \cdot 10^3}{0,015} = 4,47 \text{ cm} //$$

$$\varphi_B' = 900 \cdot \frac{D}{2} = 20,115 \text{ d} //$$

$$A \times B \equiv 20,115 \times 4,47$$

47. ARRIETA

Los microscopios del laboratorio tienen en su revólver cuatro objetivos marcados con los números

β'_{OBS}	4	10	20	40
z_I	0,1	0,25	0,40	0,65

y utilicen un ocular $10\times$, obtener

a) Las focales de los objetivos y la potencia del ocular.

$$\beta'_{OBS} = \frac{\Delta}{f'_{OBS}} \Rightarrow f'_{OBS} = \frac{\Delta}{\beta'_{OBS}}$$

$$\Gamma'_{OCU} = \frac{X_{PP}}{f'_{OCU}} \Rightarrow \varphi'_{OCU} = \frac{1}{f'_{OCU}} = \frac{\Gamma'_{OCU}}{X_{PP}}$$

b) El límite de resolución de los objetivos

$$\delta_y' = 1,22 \lambda \frac{f'}{D} = 0,61 \frac{\lambda}{z_I}$$

c) La amplificación del instrumento con cada uno de ellos y la amplificación resolvente ρ número por el que el instrumento multiplica de espesor visual.

$$\Gamma' = \beta'_{OBS} \cdot \Gamma'_{OCU}$$

$$\Gamma'_{RES} = -225 z_I$$

ÓPTICA ONDULATORIA EXÁMENES

A. ARIKETA - FRESNEL - 14/01/16

Sobre una pantalla se recoge la figura de difracción de Fresnel de una abertura circular situada a una distancia d de la pantalla; en el centro, la intensidad es prácticamente nula. Se utiliza un láser sintonizable, tal que la longitud de onda puede cambiarse de λ a $\lambda + \Delta\lambda$, obteniéndose así un nuevo mínimo. ¿Cómo debemos cambiar λ (aumentar o disminuir), para que el cambio sea lo más pequeño posible?

$$r_j = \sqrt{s_0 \lambda_j} ; s_0 = d$$

Para que haya un mínimo, j debe ser par, de modo que $j' = j + 2$ o $j' = j - 2$, por lo que

$$\left\{ \begin{aligned} r_{j+2}^2 &= \lambda(\lambda + \Delta\lambda)(j+2) = \lambda_j d \Rightarrow \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} r_{j-2}^2 &= \lambda(\lambda - \Delta\lambda)(j-2) = \lambda_j d \Rightarrow \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda(j+2 - j) - \Delta\lambda^+(j+2) &\Rightarrow \Delta\lambda^+ = \frac{2\lambda}{j+2} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda(j-2 - j) + \Delta\lambda^-(j-2) &\Rightarrow \Delta\lambda^- = \frac{2\lambda}{j-2} \end{aligned} \right.$$

$$\Delta\lambda^+ < \Delta\lambda^- \Rightarrow \text{Debemos disminuir } \lambda \text{ en } \frac{2\lambda}{j+2} //$$

2. ANILLO - FRESNEL - JUNIO 2019

Con un láser de $632,8 \text{ nm}$ iluminamos un anillo opaco y recogemos la intensidad a 64 cm de él. Si los radios interiores y exteriores del anillo son $r_1 = 450 \mu\text{m}$ y $r_2 = 780 \mu\text{m}$:

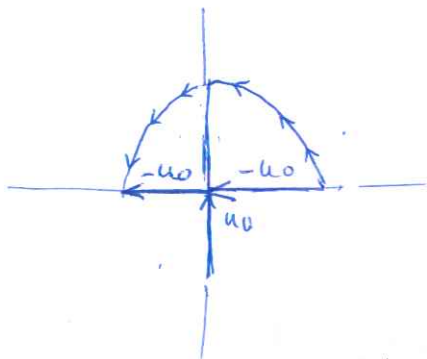
a) Comprobar la intensidad recogida en el eje con lo que daría la onda libre.

$$P_0 = \sqrt{S_0 \lambda} \quad ; \quad S_0 = 64 \text{ cm} \quad ; \quad \lambda = 632,8 \text{ nm} \quad ; \quad j \in \mathbb{N}$$

$$P_1 = 636,39 \mu\text{m} \quad P_2 = 899,99 \mu\text{m}$$

$$\frac{P_1 + P_2}{2} = 768,19 \mu\text{m}$$

Entre la mitad de la primera zona semiperfecta más la mitad de la segunda. De modo que usando el método de los focos, tenemos que:



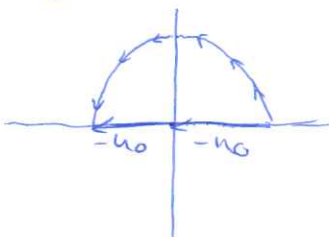
$$u_T = u_0 \hat{j} - 2u_0 \hat{i} \Rightarrow$$

$$|u_T| = \sqrt{1 + 4} u_0 = \sqrt{5} u_0$$

$$I \propto |u_T|^2 \Rightarrow I_T = 5 I_0$$

Si digamos utilizamos la figura complementaria del anillo?

Solo entrarían la mitad superior de la 1ª.Z.P. y la mitad inferior de la 2ª.Z.P.



$$u_T = -u_0 \hat{j} - u_0 \hat{i} \Rightarrow |u_T| = 2u_0$$

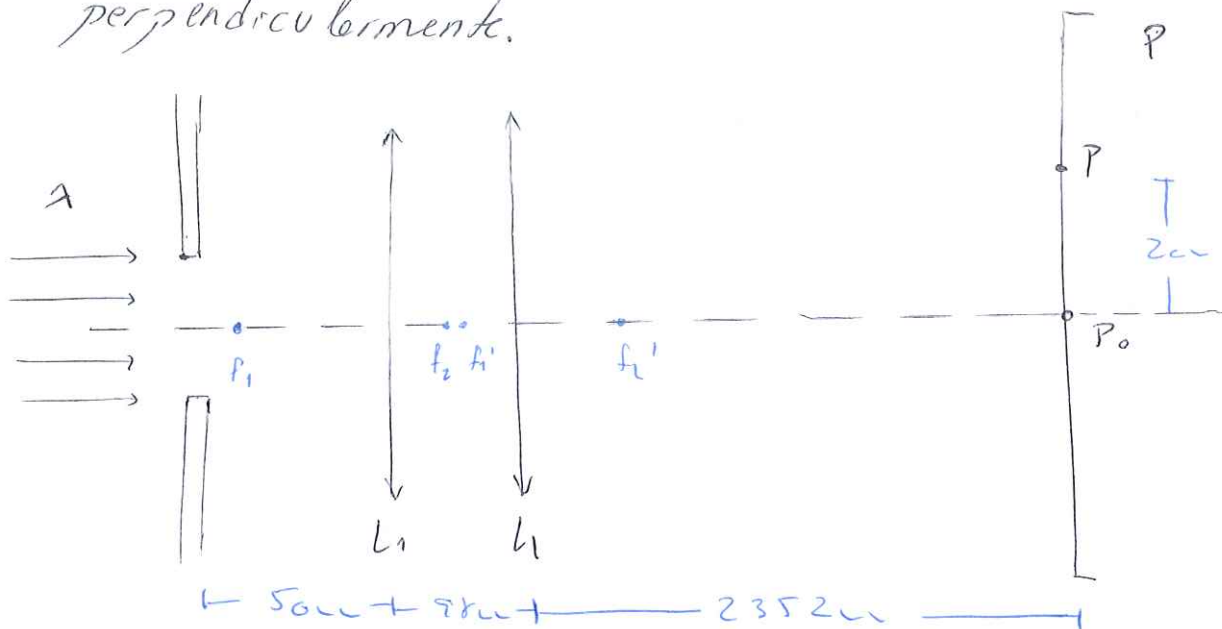
$$I \propto |u_T|^2 \Rightarrow I_T = 4 u_0 //$$

A. ARIETA - FRAUNHOFER - 9/1/16

La anchura de la rendija que se muestra en el dibujo es: $D = 0,1 \text{ mm}$. Las distancias focales de las lentes son: $f_1' = 49 \text{ mm}$; $f_2' = 48 \text{ cm}$. Las distancias entre los diferentes elementos del sistema son:

$$AO_1 = 50 \text{ mm}, \quad O_1O_2 = 98 \text{ cm}, \quad O_2P = 2352 \text{ cm}$$

Un laser de He-Ne ($632,8 \text{ nm}$) ilumina la rendija perpendicularmente.



a) Si en el eje (P_0) la intensidad es I_0 , calcule la intensidad en la pantalla a 2 cm del eje (P)

$$I(\theta) = \frac{I(\omega)}{I_0} \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \quad ; \quad v = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

Como los rayos llegan paralelos al eje, convergerán en el foco imagen del sistema:

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{e - f_1' + f_2'} = -\frac{49 \cdot 48}{98 - 49 - 48} = -2352 \text{ cm} = H'F' *$$

Como vemos, coincide con la posición de

le pantalla por lo que sabemos que la figura de difracción no se verá aumentada.
De modo que:

$$I_p = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta} \right)^2 = \left\{ \sin\theta \approx \tan\theta \approx \frac{x}{o_2P} \right\} =$$

$$= I_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi d}{\lambda} \frac{x}{o_2P}}{\frac{\pi d}{\lambda} \cdot \frac{x}{o_2P}} \right)^2 = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\pi \cdot 0,1 \cdot 20}{632,8 \cdot 10^{-9} \cdot 2352}}{\frac{\pi \cdot 0,1 \cdot 20}{632,8 \cdot 10^{-9} \cdot 2352}} \right)^2 = 0,0436 I_0 //$$

$$* \left[\begin{aligned} H_2'H' &= \frac{ef_2}{e-f_1+f_2} = \frac{98 \cdot 48}{98-49-48} = 4704 \text{ mm} \\ L_2F' &= H_2'H' + H'F' = 4704 - 2352 = 2352 \text{ mm} \end{aligned} \right]$$

b) Sin cambiar la posición de la pantalla y de las lentes, movemos 2cm hacia arriba el rendija, ¿qué intensidad mediremos en P_0 y P ?

Como el punto focal imagen no cambia, las intensidades seguirán siendo las mismas.

c) Esta vez, desplazamos el sistema formado por las lentes 2cm hacia arriba respecto a a). Calcular las intensidades en P y P_0

$$U(P) = I_0 \quad ; \quad U(P_0) = 0,0436 I_0$$

d) Describe la imagen que obtendríamos del montaje del apartado a) si quitásemos la segunda lente.

Si quitásemos la segunda lente la imagen seguiría
 leyendo a la pantalla pero aumentada

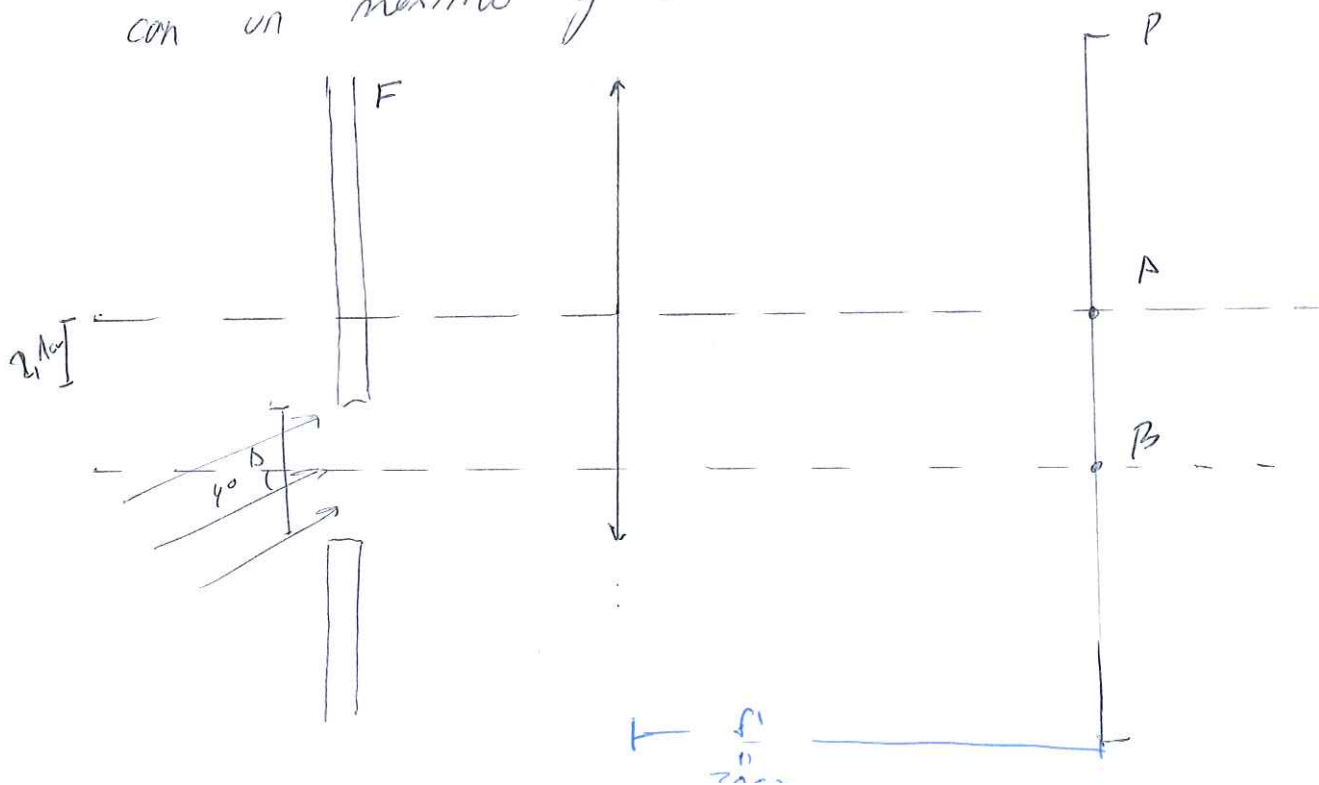
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{98+2352} - \frac{1}{49} \right)^{-1} = -50 \text{ cm}$$

$$\beta' = \frac{s'}{s} = \frac{98+2352}{-50} = -49$$

Aparecería 49 veces más grande pero invertida
 (aunque al ser simétrica no notaríamos la diferencia)

2. ARILKETA - FRAUNHOFER - 10/7/14

Hemos recogido la figura de difracción de una
 onda plana que atraviesa una rendija como la de
 la figura ($D = 5 \text{ mm}$) en una pantalla situada en
 el foco de la lente. La onda plana incide con un
 ángulo de 4° y el eje de la lente se encuentra
 a la altura del punto A, extendiendo éste 2,1 cm
 sobre el punto B. En el punto B nos encontramos
 con un máximo y la luz es visible.



a) ¿Cuál es la longitud de onda?

Como la rendija está en el ~~plano focal~~ ~~objeto~~ de la lente, su imagen a través de este no sufrirá ninguna amplificación y cada rayo aparecerá en la pantalla a la misma altura a la que atraviesa la lente. No!!

El máximo central aparecerá a una distancia y_c respecto a A dada por:

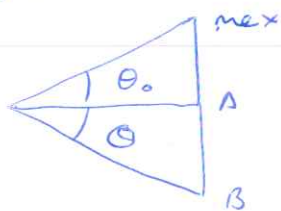
$$\tan 4^\circ = \frac{y_c}{f'} \Rightarrow y_c = \tan 4^\circ \cdot 30 = 2,0978 \text{ cm} \approx 2,1 \text{ cm}$$

Es decir, a 4,2 cm de B

Por otro lado, sabemos que:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \quad ; \quad v = \frac{\pi D}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) \quad ; \quad \theta_0 = 4^\circ$$

y para θ tenemos en cuenta la posición de B:



$$\Rightarrow \theta = -\theta_0 \Rightarrow v = \frac{\pi D}{\lambda} (-2 \sin 4^\circ)$$

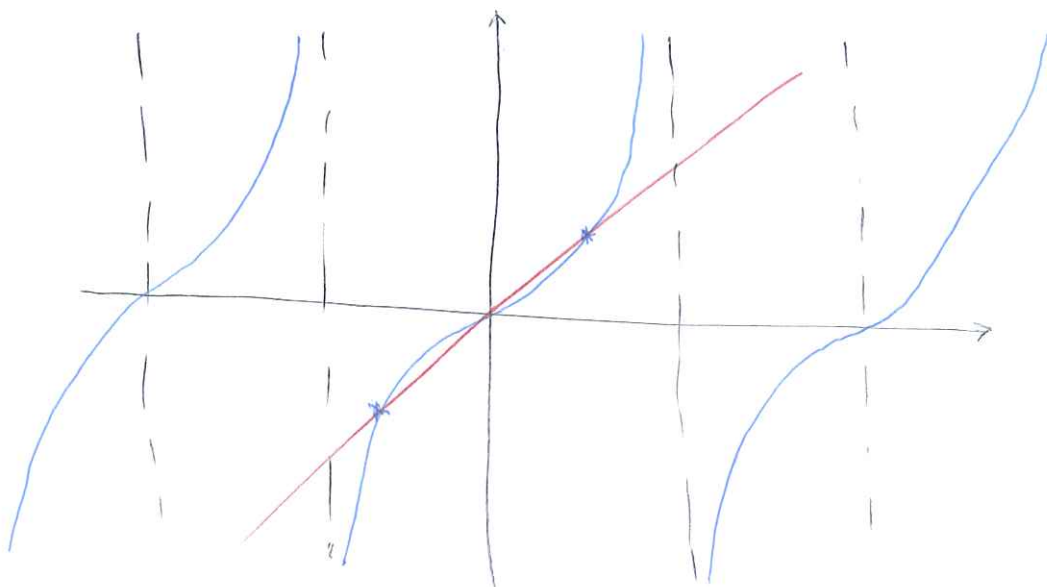
Para que en B haya un máximo se debe cumplir lo siguiente:

$$\frac{dI}{dv} = I_0 \cdot 2 \cdot \frac{\cos v \cdot v - \sin v}{v^2} \cdot \frac{\sin v}{v} = 0$$

$$\cos v \cdot v - \sin v = 0 \Rightarrow v = \frac{\sin v}{\cos v} = \tan v$$

$\tan v = v \rightarrow$ Ecuación trascendente \Rightarrow

solo se llega a la solución numéricamente



El primer punto de intersección se encuentre cuando $v = -1,43\pi$, de modo que si consideramos que en B entró el primer máximo se debe cumplir que

$$+1,43\pi = \frac{\pi D}{\lambda} (\sin 4^\circ) \Rightarrow \lambda = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot \sin 4^\circ}{1,43}$$

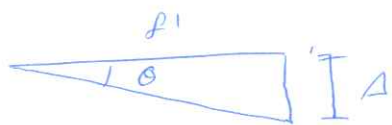
$$\lambda = 487,8 \text{ nm}$$

b) ¿Cuánto hay que desplazar la lente para que la intensidad en el punto B sea nula?

Para que I en B se anule $v = -\pi \Rightarrow$

$$\frac{\pi D}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) = -\pi \Rightarrow \frac{D}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_0) = -1$$

$$\sin \theta = -\frac{\lambda}{D} + \sin \theta_0 = -0,0278 \Rightarrow \theta = -1,59^\circ$$



$$\tan \theta = \frac{\Delta}{p'} \Rightarrow \Delta = \tan \theta \cdot 30$$

$$\Rightarrow \Delta = 0,83 \text{ cm}$$

Habría que subir la lente 0,83 cm //

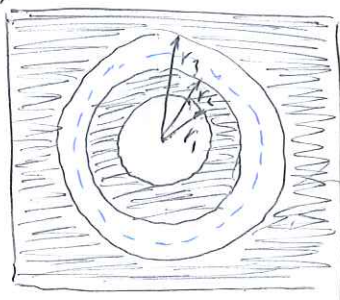
$$2,1 - \Delta$$

ÓPTICA ONDULATORIA

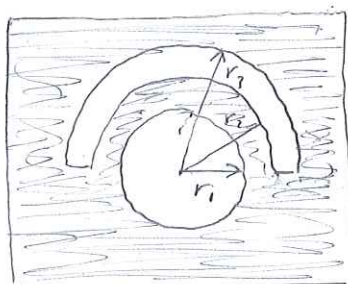
28-06-2012 D. 8

Las aberturas de la figura se iluminan con una onda plana de $\lambda = 500 \text{ nm}$ y se observa la figura de difracción a 4 m . Los radios son $r_1 = 1,41 \text{ mm}$, $r_2 = 2,00 \text{ mm}$ y $r_3 = 2,82 \text{ mm}$. Calcular la intensidad en el centro de la figura de difracción.

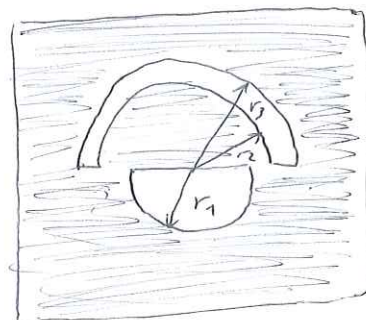
a)



b)



c)



FRESNEL: $\lambda = 500 \text{ nm}$ $S_0 = 4 \text{ m}$

$$P_j = \sqrt{S_0 \lambda_j}$$

$$P_1 = 1,414 \text{ mm} \quad P_2 = 2 \text{ mm} \quad P_3 = 2,45 \text{ mm} \quad P_4 = 2,83 \text{ mm}$$

a) Entren P_1 , P_3 y P_4 , las tres enteras.

$$u_{\text{TOT}} = u_1 + u_3 + u_4 = u_1 + u_1 - u_1 = u_1 = 2u_0$$

$$I \propto |u_{\text{TOT}}|^2 \Rightarrow I_{\text{TOT}} = 4I_0 //$$

b) Entren P_1 y la mitad de P_3 y P_4

$$u_{\text{TOT}} = u_1 + \frac{u_3}{2} + \frac{u_4}{2} = u_1 + \frac{u_1}{2} - \frac{u_1}{2} = u_1 = 2u_0$$

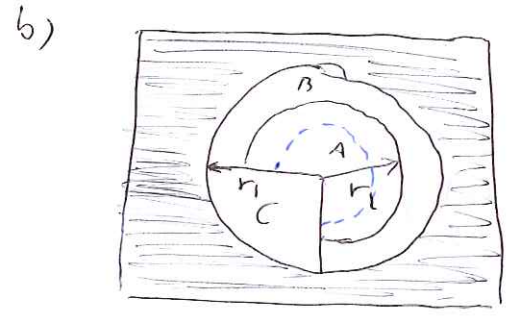
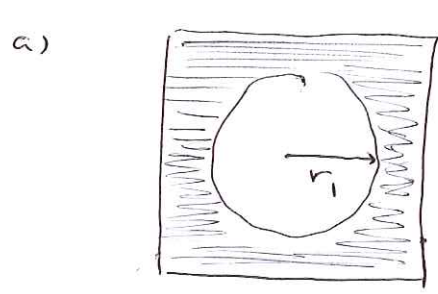
$$I \propto |u_{\text{TOT}}|^2 \Rightarrow I_{\text{TOT}} = 4I_0 //$$

c) Entren la mitad de P_1 , P_3 y P_4

$$u_{\text{TOT}} = \frac{u_1}{2} + \frac{u_3}{2} + \frac{u_4}{2} = \frac{u_1}{2} + \frac{u_1}{2} - \frac{u_1}{2} = \frac{u_1}{2} = u_0$$

$$I \propto |u_{\text{TOT}}|^2 \Rightarrow I_{\text{TOT}} = I_0 //$$

Un haz de luz procedente de un láser de $632,8 \text{ nm}$ de longitud de onda incide perpendicularmente sobre la abertura a) de la figura, recogiendo en el eje una intensidad I_A en un punto P situado a $1,9 \text{ m}$. Posteriormente se colocan tres lentes transparentes de distintos espesores sobre la abertura anterior, figura b), produciéndose tres campos A, B, C desfases en π , $\pi/2$ y A . En este caso, la intensidad del campo que se mide en P es tal que $I_B = \frac{I_A}{4}$. Calcular el valor de A . $r_1 = 1,90 \text{ mm}$ y $r_2 = 1,55 \text{ mm}$



FRESNEL: $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ $s_0 = 1,9 \text{ m}$

$$r_j = \sqrt{s_0 \lambda j}$$

$$r_1 = 1,09 \text{ mm} \quad r_2 = 1,55 \text{ mm} \quad r_3 = 1,90 \text{ mm}$$

a) Entran r_1, r_2, r_3 todas enteras

$$u_{\text{TOT}} = u_1 + u_2 + u_3 = u_1 - u_1 + u_1 = u_1 = 2u_0$$

$$I \propto |u_{\text{TOT}}|^2 \Rightarrow I_A = 4I_0$$

b) De nuevo entran todas pero con desfases diferentes

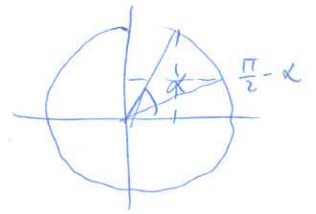
$$\begin{aligned} u_{\text{TOT}} &= u_1 \left(\frac{3}{4} e^{i\pi} + \frac{1}{4} e^{iA} \right) + u_2 \left(\frac{3}{4} e^{i\pi} + \frac{1}{4} e^{iA} \right) + \\ &+ u_3 \left(\frac{3}{4} e^{i\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4} e^{iA} \right) = u_1 \left(\frac{3}{4} e^{i\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4} e^{iA} \right) = \\ &= \frac{u_0}{2} \left(3 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{iA} \right) \end{aligned}$$

$$I \propto |u_{TOT}|^2 \Rightarrow I_B = \frac{I_0}{4} (3e^{i\frac{\pi}{2}} + e^{iA})(3e^{-i\frac{\pi}{2}} + e^{-iA}) =$$

$$= \frac{I_0}{4} (9 + 1 + 3e^{i(\frac{\pi}{2}-A)} + 3e^{-i(\frac{\pi}{2}-A)}) =$$

$$= \frac{I_0}{4} (10 + 6\cos(\frac{\pi}{2}-A)) =$$

$$= \frac{I_0}{2} (5 + 3\sin(A)) = \frac{I_A}{4} = I_0$$



$$5 + 3\sin A = 2 \Rightarrow 3\sin A = -3$$

$$\sin A = -1 \Rightarrow \Delta = \frac{3\pi}{4} + 2n\pi$$

14-1-2013 D.M

En el laboratorio de óptica obtenemos una intensidad I en el centro de la sombra geométrica difractada por un obstáculo circular cuando este se ilumina con una onda plana proveniente de un láser $\lambda = 560\text{nm}$. Para ello utilizamos una pequeña bola de acero de $2.6\mu\text{m}$ de diámetro y recogemos la figura de difracción a 1m . Calcular el radio que deberá tener la luna para que durante un eclipse solar se recogiera en el centro de su sombra geométrica en la tierra la misma intensidad. ¿Cuál sería su valor? $I_{\text{luz solar}} \equiv I_{\text{láser}}$, $\lambda_{\text{luz}} \equiv \lambda_{\text{láser}}$.

$$r_{T \rightarrow L} = 384,000\text{km}$$

$$\text{FRESNEL: } \lambda = 560\text{nm} \quad r = 1,3\mu\text{m} \quad S_0 = 1\text{m}$$

$$P_n = \sqrt{S_0 A} j$$

$$P_1 = 0,75\mu\text{m} \quad P_2 = 1,06\mu\text{m} \quad P_3 = 1,30\mu\text{m}$$

La bola eliminará los tres primeros zeros semi-periódicos

$$u_{TOT} = u_0 - (u_1 + u_2 + u_3) = u_0 - 2u_0 = -u_0 \Rightarrow I = I_0$$

Para que tuviera la misma intensidad en la sombra la luna debería tapar también las tres primeras zonas:

$$r_L = \sqrt{384 \cdot 10^6 \cdot 560 \cdot 10^9 \cdot 3} \Rightarrow r_L = 25,40 \text{ m}$$

Si tapara más zonas su intensidad iría menguando así que para que pare exactamente la misma debería tener 25 metros de radio.

28-06-2012 D. 24

Una red con 5 rendijas y período $d = 1,4 \mu\text{m}$. En su orden más alto resuelve justamente dos longitudes de onda cerca de 100 nm .

a) ¿Se resuelven si tapamos la rendija 1 y 5?

b) ¿Tapando 2 y 4?

c) ¿Tapando 1, 3 y 5?

d) Si la anchura de las rendijas es $D = \frac{d}{4}$, ¿cambian en algo las respuestas anteriores?

e) Si en lugar de rendijas tenemos aberturas circulares y el segundo orden de la red original es orden perdido, calcule el radio de las aberturas circulares.

f) ¿Habrá órdenes perdidos?

$$U = CS \left(\frac{\sin v}{v} \right) \left(\frac{\sin(N\alpha)}{\sin \alpha} \right)$$

$$v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

$$\alpha = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$I = I_0^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin(N\alpha)}{\sin \alpha} \right)^2$$

Máximos principales interferenciales:

$$\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = n\pi \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = n\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{n\lambda}{d}$$

$$-1 \leq \frac{n\lambda}{d} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 0,357 n \leq 1 \Rightarrow n \leq 2$$

Como se resuelven dos longitudes en su orden más alto ($m=2$) podemos calcular $\Delta\lambda$.

$$N \cdot m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\lambda}{N \cdot m} = 50 \text{ nm}$$

(Como no tenemos información sobre la anchura de la rendija no podemos afirmar nada de los mínimos de difracción).

a) Solo cambia $N' = 3$ $d' = d$

$$N \cdot m \geq \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 10$$

$$m = 1 \rightarrow 3 < 10 \rightarrow \text{No se resuelven}$$

$$m = 2 \rightarrow 6 < 10 \rightarrow \text{No se resuelven}$$

b)



En este caso $N' = 3$ y $d' = 2d$

$$-1 \leq \frac{n\lambda}{d'} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 0,179n \leq 1 \Rightarrow n = 5$$

$$N \cdot m \geq \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 10$$

$$m = 1 \rightarrow 3 < 10$$

$$m = 2 \rightarrow 6 < 10$$

$$m = 3 \rightarrow 9 < 10$$

$$m = 4 \rightarrow 12 \geq 10$$

$$m = 5 \rightarrow 15 \geq 10$$

Solo se resolverán por los máximos de orden 4 y 5

c) En este caso $N' = 2$ y $d' = 2d$

Como en el caso anterior, habrá 5 máximos

$$N \cdot m \geq \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 10$$

$$m = 5 \rightarrow 10 \geq 10 \Rightarrow \text{Solo se resolverán en el máximo de orden 5.}$$

d) Teniendo la anchura de los rendijas podemos calcular los mínimos difraccionales

$$\sin \nu = 0 \Rightarrow \nu = m\pi \Rightarrow \frac{\pi d}{4\lambda} \sin \theta = m\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{4m\lambda}{d}$$

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d} = \frac{4m\lambda}{d} \Rightarrow n = 4m$$

En el caso a) ninguno se resuelve

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{2d} = \frac{4m\lambda}{d} \Rightarrow n = 8m$$

En los casos b) y c) tampoco cambia el resultado

e) En el caso de las aberturas circulares tenemos que la intensidad de una sola abertura es:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right)^2$$

Donde los mínimos difraccionales se encuentran cuando $J_1(ka \sin \theta) = 0$

Tomaremos el primer 0

$$ka \sin \theta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta = 3,8317$$

Como nos dicen que esto sucede para el máximo interferencial de segundo orden

$$\alpha = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = n\pi = 2\pi \Rightarrow \sin \theta = \frac{2\lambda}{d}$$

$$\frac{4\pi a}{d} = 3,8317 \Rightarrow a = 0,427 \mu\text{m}$$

f) En el caso a) se pierde el segundo orden (o el cuarto)

En los casos b) y c)

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{m\lambda}{2d} = \frac{2\lambda}{d} \Rightarrow m = 4$$

Se perderá el orden 4.

Sobre las rendijas de una red de difracción se han colocado láminas de vidrio de índice n y de forma que su espesor va creciendo Δl de izquierda a derecha; ver figura.

a) Calcular la posición de los máximos principales

$$U(p) = U_1(p) \sum_{j=1}^N e^{-ik_p d (j-1)} e^{i\Delta\phi (j-1)} =$$

$$\Delta\phi = k(n-1)\Delta l$$

$$= U_1(p) \sum_{j=1}^N \underbrace{(e^{-i(k_p d - \Delta\phi)})}_{r}^{j-1} =$$

Progresión geométrica: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \Rightarrow S_n = a_1 \frac{r^n - 1}{r - 1}$

$$= U_1(p) \cdot 1 \cdot \frac{e^{-iN(k_p d - \Delta\phi)} - 1}{e^{-i(k_p d - \Delta\phi)} - 1} =$$

$$= U_1(p) \cdot \frac{e^{-i\frac{N}{2}(k_p d - \Delta\phi)}}{e^{-i\frac{1}{2}(k_p d - \Delta\phi)}} \cdot \frac{e^{-i\frac{N}{2}(k_p d - \Delta\phi)} - e^{i\frac{N}{2}(k_p d - \Delta\phi)}}{e^{-i\frac{1}{2}(k_p d - \Delta\phi)} - e^{i\frac{1}{2}(k_p d - \Delta\phi)}} =$$

$$= U_1(p) \cdot e^{-i\frac{N-1}{2}(k_p d - \Delta\phi)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{N(k_p d - \Delta\phi)}{2}\right)}{\sin\left(\frac{k_p d - \Delta\phi}{2}\right)}$$

$$\frac{1}{2}(k_p d - \Delta\phi) = \varphi \Rightarrow U(p) = U_1(p) e^{-i(N-1)\varphi} \cdot \frac{\sin N\varphi}{\sin \varphi}$$

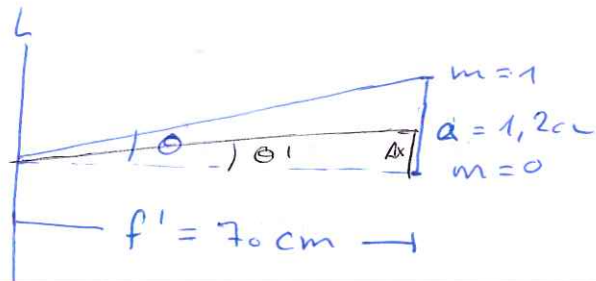
Hallaremos los máximos principales cuando $\sin \varphi = 0$

$$\varphi = n\pi \Rightarrow \frac{1}{2}(k_p d - \Delta\phi) = n\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} p d = \pm 2n\pi + \Delta\phi$$

$$p = \sin \theta = \frac{\lambda}{d} \left(\pm n + \frac{\Delta\phi}{2\pi} \right) //$$

b) Si iluminamos la red original perpendicularmente con una onda plana procedente de un láser y analizamos el

diagrama de difracción en el plano focal de una lente de $f' = 70 \text{ cm}$, la distancia entre los órdenes $m=0$ y $m=1$ es de $1,2 \text{ cm}$. calcular la distancia que desplazará el orden 0 si utilizamos la red con lómines de $\Delta l = \frac{\lambda}{3}(n-1)$



$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{a}{f'} \approx \sin \theta$$

La red original -sin las lómines- tendrá sus máximos principales cuando $\sin v = 0$ donde

$$v = \frac{\pi d}{\lambda} \rho = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \Rightarrow v = \pm n\pi \Rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = n\pi$$

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d} \xrightarrow{m=1} \sin \theta = \frac{\lambda}{d} \wedge m=0 \Rightarrow \theta = 0$$

Por otro lado, la red con lómines de $\Delta l = \frac{\lambda}{3(n-1)}$ tendrá sus máximos principales en los puntos anteriormente analizados:

$$\rho = \sin \theta = \frac{\lambda}{d} \left(n + \frac{\Delta \phi}{2\pi} \right) = \frac{\lambda}{d} \left(n + \frac{\frac{2\pi}{\lambda} \Delta l}{2\pi} \right) = \frac{\lambda}{d} \left(n + \frac{1}{3} \right)$$

$$m=0 \Rightarrow \sin \theta' = \frac{\lambda}{3d}$$

$$\text{y como en la lómina original: } \sin \theta = \frac{\lambda}{d} \approx \tan \theta = \frac{a}{f'}$$

$$\Rightarrow \sin \theta' = \frac{\lambda}{3d} = \frac{a}{3f'}$$

Por lo que el desplazamiento será

$$\Delta x = f' \sin \theta' = \frac{f' a}{3f'} = \frac{a}{3} = \frac{1,2}{3} \Rightarrow \Delta x = 0,4 \text{ cm}$$

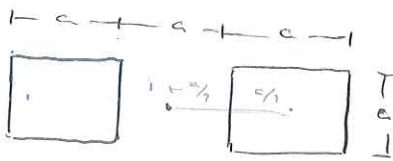
21-6-2016

D.35

Se proponen dos métodos para calcular la amplitud difractada por las aberturas de la izquierda de la figura: el método directo de siempre o tener en cuenta que son una combinación de las aberturas de las otras columnas.

a) Probar que $UA_1(p, q) = UA_2(p, q) - UA_3(p, q)$ y

$UB_1(p, q) = UB_2(p, q) - UB_3(p, q)$



$$UA_1 = U_1 e^{-ikpa} + U_1 e^{ikpa} = U_1 2 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} pa\right)$$

$$U_1 = C a^2 \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin w}{w} \quad v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta = \frac{\pi c}{\lambda} p$$

$$w = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi = \frac{\pi c}{\lambda} q$$

$$UA_1 = 2 C a^2 \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin w}{w} \cdot \cos(2v)$$

$$UA_2 = C \beta a^2 \cdot \frac{\sin 3v}{3v} \cdot \frac{\sin w}{w}$$

$$UA_3 = C a^2 \cdot \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin w}{w}$$

$$UA_2 - UA_3 = C a^2 \frac{\sin w}{w} \frac{1}{v} (\sin 3v - \sin v) =$$

$$= C a^2 \frac{\sin w}{w} \cdot \frac{2 \cos 2v \sin v}{v} = UA_1$$



$$UB_1 = C \beta a^2 \frac{\sin 2v}{2v} \cdot \frac{\sin w}{w}$$

$$UB_2 = C \beta a^2 \frac{\sin 3v}{3v} \cdot \frac{\sin w}{w} \cdot e^{ikp \frac{a}{2}}$$

$$UB_3 = Ca^2 \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin w}{w} \cdot e^{i\frac{3}{2}kpa}$$

$$\begin{aligned} UB_2 - UB_3 &= Ca^2 \frac{\sin w}{w} \cdot \frac{1}{v} \cdot e^{ikpc\frac{1}{2}} (\sin 3v - \sin v e^{ikpa}) = \\ &= Ca^2 \frac{\sin w}{w} \cdot \frac{1}{v} \left[e^{iv} \left(\frac{e^{i3v} - e^{-i3v}}{2i} \right) - \left(\frac{e^{iv} - e^{-iv}}{2i} \right) \cdot e^{i3v} \right] = \\ &= Ca^2 \frac{\sin w}{w} \cdot \frac{1}{v} \frac{1}{2i} \left[e^{i4v} - e^{-i2v} - e^{i4v} + e^{i2v} \right] = \\ &= Ca^2 \frac{\sin w}{w} \cdot \frac{1}{v} \cdot \sin 2v = UB_1 \quad \square \end{aligned}$$

b) La misma técnica se puede usar para calcular la amplitud difractada por aberturas más complejas. Describir la amplitud difractada por C_1 en función de C_2 y C_3 y calcular la posición de los mínimos en las direcciones $p=0$ y $q=0$.

$$UC_2 = Ca^2 \frac{\sin 2v}{2v} \cdot \frac{\sin 2w}{2w} = Ca^2 \frac{\sin 2v}{v} \cdot \frac{\sin 2w}{w}$$

$$UC_3 = Ca^2 \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin w}{w} \quad \begin{aligned} v &= \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \\ w &= \frac{\pi c}{\lambda} \sin \phi \end{aligned}$$

$$UC_1 = UC_2 - UC_3 = Ca^2 \frac{1}{vw} (\sin 2v \sin 2w - \sin v \sin w)$$

• $q=0$

$$\sin 2v = 2 \sin v \cos v$$

$$UC_1 = Ca^2 \cdot \frac{1}{v} \cdot (2 \sin 2v - \sin v) = Ca^2 \frac{\sin v}{v} (4 \cos v - 1)$$

mínimos:

$$\bullet \sin v = 0 \Rightarrow v = \pm n\pi \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{n\lambda}{a}$$

$$\bullet 4 \cos v - 1 = 0 \Rightarrow \cos v = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{a} (\pm 0,42 + 2n)$$

• $p=0$

$$\bullet \sin \phi = \pm \frac{n\lambda}{c}$$

$$\bullet \sin \phi = \frac{\lambda}{c} (\pm 0,42 + 2n)$$

19-6-2013

D.36

Tenemos una red formada por dos rendijas de anchura D separadas una distancia d , e iluminadas por un haz de un laser. En la dirección $p=0$ recogemos una intensidad I_0 . Disponemos de dos piezas diferentes para poder superponerlas a las rendijas: una lémire de anchura D y espesor e y una cuña de anchura D y espesor máximo e , como indica la figura. Calcular la intensidad en la dirección $p=0$ en los siguientes casos: $e = \frac{5\lambda_0}{4(n-1)}$

Antes de comenzar, calcularemos la intensidad cuando no hay ninguna lémire.

$$U_{TOT}(p) = U_1(p) (e^{ikp \frac{d}{2}} + e^{-ikp \frac{d}{2}}) = 2U_1(p) \cos(kp \frac{d}{2})$$

$$U_1(p) = CD \frac{\sin v}{v} \quad \text{donde } v = \frac{\pi D}{\lambda} p = \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta$$

$$U_{TOT}(p) = 2CD \frac{\sin v}{v} \cos\left(\frac{kp d}{2}\right)$$

$$I(p) = 4C^2 D^2 \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \cos^2\left(\frac{kp d}{2}\right)$$

$$I(p=0) = 4C^2 D^2 = 4I_0 = I_n \quad (I_0 = C^2 D^2 = \frac{I_n}{4})$$

a) Se coloca la lémire encima de la rendija de la izquierda.

$$U_{TOT}(p) = U_1(p) (e^{ikp \frac{d}{2}} e^{ik(n-1)e} + e^{-ikp \frac{d}{2}})$$

$$\phi = k(n-1)e = \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) \cdot \frac{5\lambda}{4(n-1)} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\begin{aligned} U_{TOT}(p) &= CD \frac{\sin v}{v} (e^{ikp \frac{d}{2}} e^{i\frac{5\pi}{2}} + e^{-ikp \frac{d}{2}}) = \\ &= CD \frac{\sin v}{v} (e^{ikp \frac{d}{2}} i + e^{-ikp \frac{d}{2}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I &= c^2 D^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot \left(e^{+ikp \frac{d}{2}} + e^{-ikp \frac{d}{2}} \right) \left(-e^{-ikp \frac{d}{2}} + e^{+ikp \frac{d}{2}} \right) = \\
 &= c^2 D^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot (1 + 1 + e^{ikp d} - e^{-ikp d}) = \\
 &= c^2 D^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot (2 - 2 \sin(kp d))
 \end{aligned}$$

$$I(p=0) = 2c^2 D^2 = 2I_0 = \frac{I_n}{2} //$$

b) Se coloca la curva en la rendija de la derecha

$$U_D = c \int_{-D/2}^{D/2} e^{-ikp z} e^{i\Delta(z)} dz =$$

$$\Delta(z) = k(n-1) \frac{D}{2} \left(\frac{D}{2} - z \right) = \frac{5\pi}{2D} \left(\frac{D}{2} - z \right) = \frac{5\pi}{4} - \frac{5\pi}{2D} z$$

$$= c \cdot e^{i \frac{5\pi}{4}} \int_{-D/2}^{D/2} e^{-iz \left(kp - \frac{5\pi}{2D} \right)} dz =$$

$$= c e^{i \frac{\pi}{4}} \frac{\sin v'}{v'} \cdot D \quad \text{non } v' = \frac{D}{2} \left(kp - \frac{5\pi}{2D} \right)$$

$$U_{\text{TOT}} = cD \left(\frac{\sin v}{v} e^{ikp \frac{d}{2}} + \frac{\sin v'}{v'} e^{i \frac{\pi}{4}} e^{-ikp \frac{d}{2}} \right)$$

$$U(p=0) = cD \left(1 + \frac{\sin \frac{5\pi}{4}}{\frac{5\pi}{4}} e^{i \frac{\pi}{4}} \right) = cD \left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} e^{-i \frac{\pi}{4}} \right)$$

$$I(p=0) = c^2 D^2 \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} - \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} \underbrace{e^{-i \frac{\pi}{4}}}_{1-i} - \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} \underbrace{e^{i \frac{\pi}{4}}}_{1+i} \right) =$$

$$= c^2 D^2 \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} - \frac{4\sqrt{2}}{5\pi} \right) = c^2 D^2 \left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} \right) =$$

$$= I_n \cdot \frac{1}{4} \left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} \right) = I_n \cdot 0,205 //$$

se colocan la lámina y la cuña en los rendijas de la izquierda y derecha, respectivamente.

$$U_{\text{TOT}}(p) = CD \left(\frac{\sin v}{v} e^{ikp \frac{d}{2}} + \frac{\sin v'}{v'} e^{i\frac{\pi}{4}} e^{-ikp \frac{d}{2}} \right)$$

$$U_{\text{TOT}}(p=0) = CD \left(i - \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} e^{i\frac{\pi}{4}} \right)$$

$$I_{\text{TOT}}(p=0) = C^2 D^2 \left(i - \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} e^{i\frac{\pi}{4}} \right) \left(-i - \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} e^{-i\frac{\pi}{4}} \right) =$$

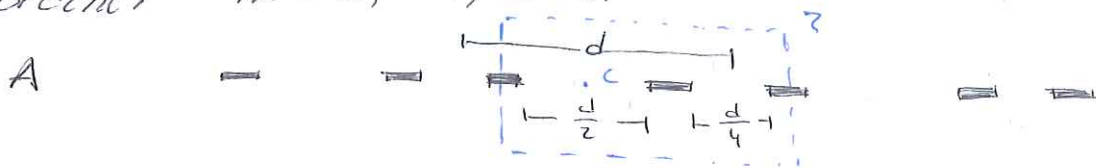
$$= C^2 D^2 \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} - i \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} \underbrace{e^{-i\frac{\pi}{4}}}_{1-i} + i \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} \underbrace{e^{i\frac{\pi}{4}}}_{1+i} \right) =$$

$$= C^2 D^2 \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} + i \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} (-1+i+1+i) \right) =$$

$$= C^2 D^2 \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} - \frac{4\sqrt{2}}{5\pi} \right) = C^2 D^2 \left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{5\pi} \right) = I_{\lambda, 0, 205}$$

15-1-2015 D.37

la red A es una red de difracción con un gran número de aberturas. la red tiene un período d y las aberturas tienen anchuras $\frac{d}{2}$ y $\frac{d}{4}$, como indica la figura. Calcular la intensidad en los órdenes $m=0, \pm 1, \pm 2$.



$$U_3 = U_1(p) + U_2(p) \cdot e^{-ikp \frac{d}{2}} =$$

$$v = \frac{\pi d}{2\lambda} \sin \theta$$

$$= C \frac{d}{2} \frac{\sin v}{v} + C \frac{d}{4} \frac{\sin v'}{v'} e^{-ikp \frac{d}{2}}$$

$$v' = \frac{\pi d}{4\lambda} \sin \theta$$

$$= C \cdot S_2 \left(2 \frac{\sin 2v'}{2v'} + \frac{\sin v'}{v'} e^{-ikp \frac{d}{2}} \right) = S_2 = \frac{d}{4}$$

$$= C \cdot S_2 \left(\frac{\sin 2v'}{v'} + \frac{\sin v'}{v'} e^{-ikp \frac{d}{2}} \right) =$$

$$= C S_1 \cdot \frac{\sin v'}{v'} (2 \cos v' + e^{-ikp \frac{d}{2}})$$

$$I_3 = C^2 S_2^2 \left(\frac{\sin v'}{v'} \right)^2 (4 \cos^2 v' + 1 + 4 \cos v' \cos(kp \frac{d}{2})) =$$

$$kp \frac{d}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta \frac{d}{2} = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = 4v'$$

$$= C^2 S_2^2 \left(\frac{\sin v'}{v'} \right)^2 (1 + 4 \cos^2 v' + 4 \cos v' \cos(4v'))$$

$$I_{TOT} = C^2 S_2^2 \left(\frac{\sin v'}{v'} \right)^2 (1 + 4 \cos^2 v' + 4 \cos v' \cos(4v')) \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = \frac{\pi d}{\lambda} p = 4v'$$

Encontraremos los máximos principales cuando:

$$\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = n\pi = 4v' \Rightarrow v' = \frac{n\pi}{4}$$

• $m=0 \Rightarrow v' = 0$

$$I_{TOT}^{m=0} = C^2 S_2^2 9 N^2 //$$

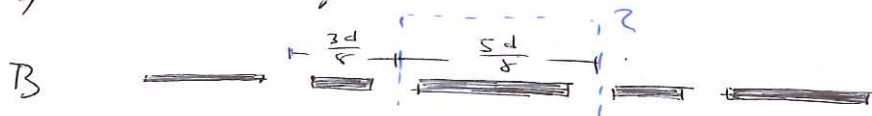
• $m=1 \Rightarrow v' = \frac{\pi}{4}$

$$I_{TOT}^{m=1} = C^2 S_2^2 \cdot \frac{8}{\pi^2} (3 - 2\sqrt{2}) N^2 //$$

• $m=2 \Rightarrow v' = \frac{\pi}{2}$

$$I_{TOT}^{m=2} = C^2 S_2^2 \frac{4}{\pi^2} N^2 //$$

Los órdenes B tienen el mismo periodo, pero la anchura de las aberturas es $\frac{d}{8}$. Calcular la intensidad en los órdenes $m=0, \pm 1, \pm 2$ y comprobar que se cumple el teorema de Babinet.



$$v = \frac{\pi d}{8\lambda} p$$

$$u_3 = u_1 \left(1 + e^{ikp \frac{5d}{8}} \right) = C \underbrace{\frac{d}{8}}_s \cdot \frac{\sin v}{v} \left(1 + e^{ikp \frac{5d}{8}} \right)$$

No está bien //

$$\begin{aligned}
 I_3 &= c^2 s^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 (1 + e^{ik_p \frac{s_d}{8}}) (1 + e^{-ik_p \frac{s_d}{8}}) = \\
 &= c^2 s^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 (1 + 1 + 2 \cos(k_p \frac{s_d}{8})) = \\
 &= c^2 s^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot 2 (1 + \cos(k_p \frac{s_d}{8})) =
 \end{aligned}$$

$$k_p \frac{s_d}{8} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{s_d}{8} p = \frac{5\pi}{4\lambda} p = 10v$$

$$= 2c^2 s^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 (1 + \cos(10v))$$

$$I_{TOT} = 2c^2 s^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 (1 + \cos(10v)) \cdot \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = \frac{\pi d}{\lambda} p = 8v$$

Los máximos lo encontraremos cuando:

$$\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = n\pi = 8v \Rightarrow v = \frac{n\pi}{8}$$

• $m = 0 \Rightarrow v = 0$

$$I_{TOT} = 4 c^2 s_2^2 N^2 \stackrel{s_2 = \frac{s_1}{2}}{=} c^2 s_1^2 N^2 //$$

• $m = 1 \Rightarrow v = \frac{\pi}{8}$

$$I_{TOT} =$$

• $m = 2 \Rightarrow v = \frac{\pi}{4}$

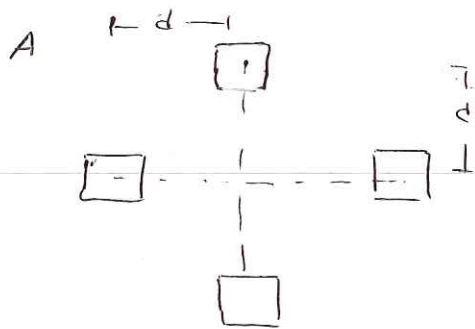
$$I_{TOT} = \frac{1}{2} c^2 s^2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot 1 \cdot N^2 = c^2 s_1^2 N^2 \cdot \frac{1}{\pi^2}$$

16-1-2016

D.38

Disponemos de dos objetos difractantes, formados por cuatro aberturas cuadradas de lado a , dispuestas como indican las figuras A y B.

i) Calcular, en condiciones de Fraunhofer, la amplitud difractada en ambos casos.



$$v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \rightarrow \text{Horizontal}$$

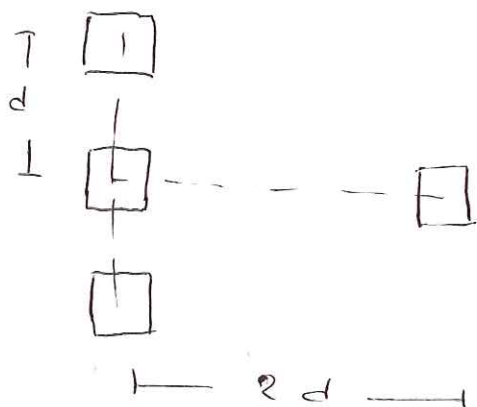
$$w = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \delta \rightarrow \text{Vertical}$$

$$U_{\text{TOT}} = U_1 \cdot (e^{ik_p d} + e^{-ik_p d} + e^{ik_q d} + e^{-ik_q d}) =$$

$$= 2U_1 \left(\cos\left(\frac{\pi}{\lambda} p d\right) + \cos(k_q d) \right) =$$

$$= 2C a^2 (\cos(k_p d) + \cos(k_q d)) \cdot \left(\frac{\sin v}{v}\right) \cdot \left(\frac{\sin w}{w}\right)$$

B



$$U_{\text{TOT}} = U_1 \cdot (1 + e^{-ik_p 2d} + e^{ik_q d} + e^{-ik_q d}) =$$

$$= U_1 2 (e^{-ik_p d} \cos(k_p d) + \cos(k_q d)) =$$

$$= 2C a^2 \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin w}{w} (e^{-ik_p d} \cos(k_p d) + \cos(k_q d))$$

ii) Calcular para la línea $p=0$ los valores de q para los mínimos nulos. Lo mismo para la línea $q=0$, los correspondientes valores de p .

A

$p=0$

$$U_{(p=0)} = 2Ca^2 (1 + \cos(kq d)) \cdot \frac{\sin w}{w}$$

• $\frac{\sin w}{w} = 0 \Rightarrow \sin w = 0 \Rightarrow w = n\pi = \frac{\pi c}{a} q \Rightarrow q = \frac{n\lambda}{a} //$

• $1 + \cos(kq d) = 0 \Rightarrow kq d = (2n+1)\pi \Rightarrow q = \frac{\lambda(2n+1)}{2d} //$

$q=0$

$$U_{(q=0)} = 2Ca^2 (\cos(kp d) + 1) \frac{\sin v}{v}$$

• $p = \frac{n\lambda}{a} /$; • $p = \frac{\lambda(2n+1)}{2d} //$

B

$p=0$

$$U_{(p=0)} = 2Ca^2 \frac{\sin w}{w} (1 + \cos(kq d))$$

• $q = \frac{n\lambda}{a} //$; • $q = \frac{\lambda(2n+1)}{2d} //$

$q=0$

$$U_{(q=0)} = 2Ca^2 \frac{\sin v}{v} (e^{-ikp d} \cos(kp d) + 1)$$

• $p = \frac{n\lambda}{a}$

• $e^{-ikp d} \cos(kp d) + 1 = 0 \Rightarrow \cos(kp d) = -e^{-ikp d}$

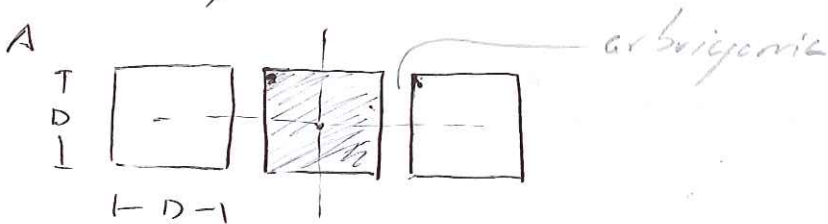
$$\frac{1}{2} (e^{ikp d} + e^{-ikp d}) = -e^{-ikp d}$$

$$e^{ikp d} = 3e^{-ikp d} \Rightarrow e^{2ikp d} \neq 3 \quad \forall p$$

14-1-2016

D.39

El objeto de la figura está formado por tres aberturas cuadradas de lado D sobre una pantalla opaca. La central está cubierta de una lámina transparente. Calcular el desfase que debe introducir dicha lámina para que se recoja la misma intensidad en las direcciones $(p, q) = (0, \frac{\lambda}{2D})$ y $(p, q) = (\frac{\lambda}{2D}, 0)$. Demostrar que las redes A y B proporcionen el mismo diagrama de difracción.



$$v = \frac{\pi D}{\lambda} p = \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta$$

$$w = \frac{\pi D}{\lambda} q = \frac{\pi D}{\lambda} \sin \varphi$$

$$\begin{aligned}
 U_{\text{tot}} &= U_1 \cdot (e^{ikpD} + e^{i\varphi} + e^{-ikpD}) = \\
 &= CD^2 \cdot \frac{\text{sin } v}{v} \cdot \frac{\text{sin } w}{w} \cdot (e^{i\varphi} + 2 \cos(\frac{2\pi}{\lambda} p D)) = \\
 &= CD^2 \cdot \frac{\text{sin } v}{v} \cdot \frac{\text{sin } w}{w} \cdot (e^{i\varphi} + 2 \cos(2v))
 \end{aligned}$$

$$I_{\text{tot}}^A = C^2 D^4 \left(\frac{\text{sin } v}{v}\right)^2 \left(\frac{\text{sin } w}{w}\right)^2 \cdot (1 + 4 \cos^2(2v) + \cos(2v) \cos \varphi)$$

$$\bullet (p, q) = (0, \frac{\lambda}{2D}) \rightarrow w = \frac{\pi D}{\lambda} q = \frac{\pi D}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2D} = \frac{\pi}{2}$$

$$I_{(0, \frac{\lambda}{2D})}^A = C^2 D^4 \cdot \frac{4}{\pi^2} (5 + \cos \varphi)$$

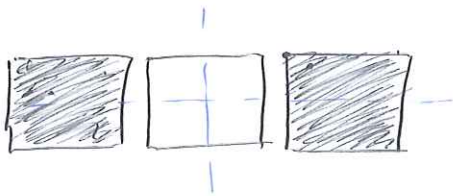
$$\bullet (p, q) = (\frac{\lambda}{2D}, 0) \rightarrow v = \frac{\pi D}{\lambda} p = \frac{\pi D}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2D} = \frac{\pi}{2}$$

$$I_{(\frac{\lambda}{2D}, 0)}^A = C^2 D^4 \cdot \frac{4}{\pi^2} (5 + \cos \varphi)$$

$$I(0, \frac{A}{2D}) = I(\frac{A}{2D}, 0) \Rightarrow S + \cos \varphi = S - \cos \varphi$$

$$2 \cos \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{2n+1}{2} \pi //$$

B



$$u_{\text{TOT}} = u_1 (1 + e^{-ik_p d + i\varphi} + e^{ik_p d + i\varphi}) =$$

$$= C D^2 \frac{\sin v}{v} \cdot \frac{\sin w}{w} (1 + 2e^{i\varphi} \cos(k_p d)) =$$

$$= C D^2 \frac{\sin v}{v} \frac{\sin w}{w} e^{i\varphi} (e^{-i\varphi} + 2 \cos(2v))$$

$$I_{\text{TOT}}^B = C^2 D^4 \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin w}{w}\right)^2 (1 + 4 \cos^2(2v) + \cos(2v) \cos \varphi)$$

$$I_{\text{TOT}}^A = I_{\text{TOT}}^B //$$

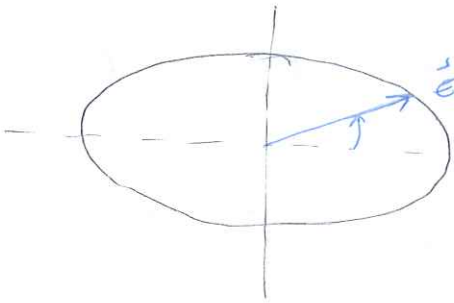
ÓPTICA ELECTROMAGNÉTICA

$$E_x = a_x \cos(kz - \omega t) = a_x \cos \phi$$

$$E_y = a_y \cos(kz - \omega t + \delta) = a_y \cos(\phi + \delta)$$

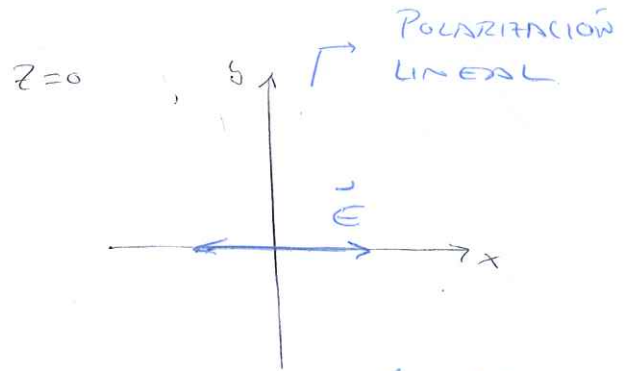
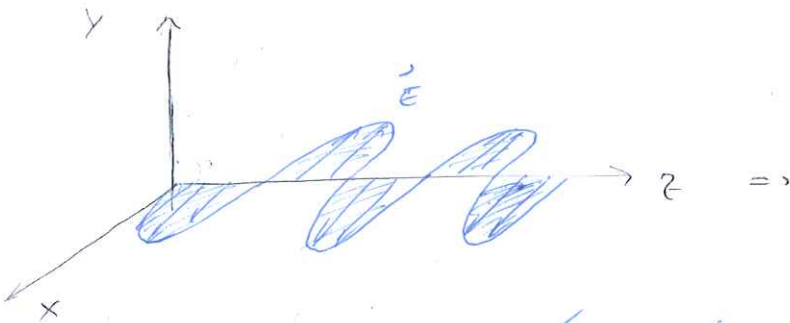
$$\phi = kz - \omega t$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

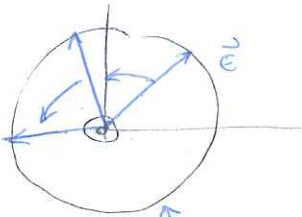


$$E=0 \rightarrow \text{CIRCULO}$$

$$E=1 \rightarrow \text{LINEA}$$



Si el campo estuviera "rotando" sobre el eje de desplazamiento, se diría que está circularmente polarizado de



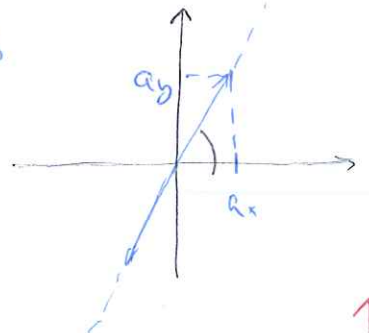
LEVÓGIRO

DETRÓGIRO

POLARIZACIÓN LINEAL

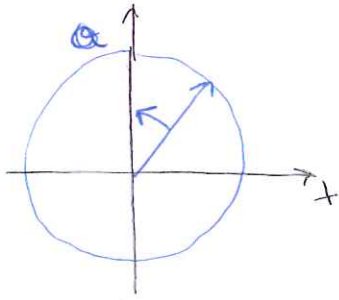
$$\text{Si } \delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots \Rightarrow \cos(\phi + \delta) = \cos \phi$$

$$\Rightarrow \vec{E} = E_x \hat{i} + E_y \hat{j} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j}) \cos \phi$$



POLARIZACIÓN CIRCULAR

• LEVÓGIRO: $\begin{cases} \delta = -\frac{\pi}{2} \pm 2\pi m \\ a_x = a_y = a \end{cases} \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = a(\cos \phi \hat{i} + \sin \phi \hat{j})$



• DEXTRÓGIRO:

$$\begin{cases} \delta = \frac{\pi}{2} \pm 2n\pi \\ a_x = a_y = a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = a(\cos \phi \hat{i} - \sin \phi \hat{j})$$

POLARIZACIÓN ELÍPTICA

En general la luz se encuentra elípticamente polarizada, siendo la lineal y circular casos límite.

$$\frac{E_y}{a_y} = \underbrace{\cos \phi \cos \delta - \sin \phi \sin \delta}_{e \cos(\phi + \delta)} = \frac{E_x}{a_x} \cos \delta - \sin \phi \sin \delta$$

$$\Rightarrow \frac{E_y}{a_y} - \frac{E_x}{a_x} \cos \delta = -\sin \phi \sin \delta = -\sqrt{1 - \cos^2 \phi} \sin \delta = -\sqrt{1 - \frac{E_x^2}{a_x^2}} \sin \delta$$

$$\Rightarrow \left(\frac{E_y}{a_y} - \frac{E_x}{a_x} \cos \delta \right)^2 = \left(1 - \frac{E_x^2}{a_x^2} \right) \sin^2 \delta \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{E_x^2}{a_x^2} + \frac{E_y^2}{a_y^2} - 2 \frac{E_x}{a_x} \cdot \frac{E_y}{a_y} \cos \delta = \sin^2 \delta}$$

CÓNICAS: $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$:

ELIPSE SI: $B^2 - 4AC < 0$

En nuestro caso: $E_x = x \wedge E_y = y$

$$B^2 - 4AC = \left(-2 \frac{\cos \delta}{a_x a_y} \right)^2 - 4 \left(\frac{1}{a_x^2} - \frac{1}{a_y^2} \right) = \frac{4}{(a_x a_y)^2} (\cos^2 \delta - 1) < 0$$

Salvo si $\delta = 0 \rightarrow$ polarización lineal

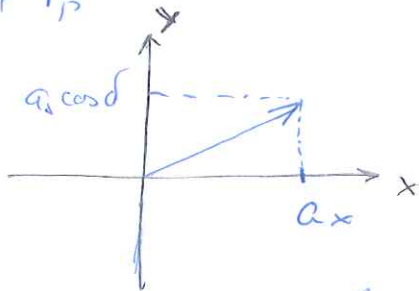
En el resto de casos describe una curva elíptica.

Si $\cos \delta = 0 \Rightarrow \sin^2 \delta = 1$ y $a_x = a_y = a \Rightarrow$

$E_x^2 + E_y^2 = a^2 \Rightarrow$ polarización circular

Evaluamos $\frac{dE_y}{d\phi}$ en $P(a_x, a_y \cos \delta)$ ($\phi = 0$)

$\frac{dE_y}{d\phi} \Big|_P = -a_y \sin \delta \Rightarrow$ que si $\sin \delta > 0 \Rightarrow$ DEXTRO
 que si $\sin \delta < 0 \Rightarrow$ LEVO



Para definir el estado de polarización es suficiente con dos parámetros $\Rightarrow (\alpha, \delta)$

• Polarización omenente $\Rightarrow \alpha \equiv \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right)$; $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

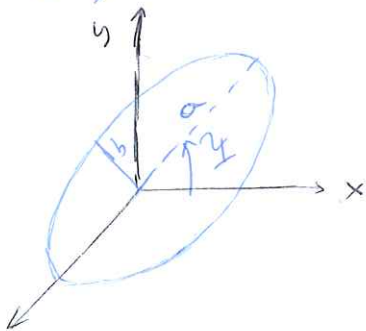
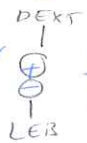
Es uno de los medidos de cual de las dos componentes (x e y) tiene mejor influencia

• Desfase $\Rightarrow \delta \equiv \delta_y - \delta_x$

Podemos usar otros dos parámetros $\Rightarrow (\zeta, \chi)$

• Inclinación del eje mayor $\Rightarrow \zeta$; $0 \leq \zeta \leq \pi$

• Elipticidad $\Rightarrow \chi \Rightarrow \chi = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$; $-\frac{\pi}{4} \leq \chi \leq \frac{\pi}{4}$



VECTORES DE JONES

$$|E\rangle = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x e^{-id_x} e^{-i\phi} \\ a_y e^{-id_y} e^{-i\phi} \end{pmatrix} = e^{id_x} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y e^{-id} \end{pmatrix} e^{-i\phi} \approx$$

$$\approx e^{id_x} \begin{pmatrix} a_x \\ a_y e^{-id} \end{pmatrix} = e^{id_x} \underbrace{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}_E \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-id} \sin \alpha \end{pmatrix} = E e^{-id_x} |e\rangle$$

Cuando hacemos una superposición de ondas completamente polarizadas, y esa superposición es coherente (dos ondas se superponen coherentemente si el desfase entre ellas no cambia con el tiempo), entonces basta con sumar sus vectores de Jones

$$|E_T\rangle = |E_1\rangle + |E_2\rangle$$

VECTORES DE STOKES

Los vectores de Stokes se usan para superponer incoherentemente ondas

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x^2 + a_y^2 \\ a_x^2 - a_y^2 \\ 2a_x a_y \cos \delta \\ 2a_x a_y \sin \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_0 \cos 2\alpha \\ S_0 \sin 2\alpha \cos \delta \\ S_0 \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} = S_0 \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$$

$S_0 \rightarrow$ Intensidad

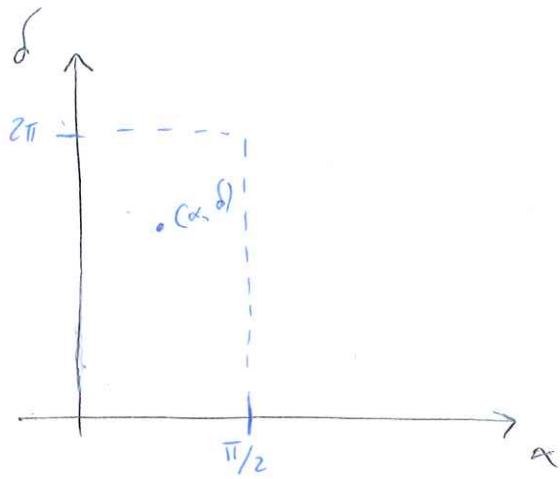
$S_1 \rightarrow$ Predominio de una de las componentes

$S_2 \rightarrow$ Tendencia de que α tienda a $\frac{\pi}{4}$ o $-\frac{\pi}{4}$

$S_3 \rightarrow$ Dextrogiro o levogiro $\Rightarrow < 0 \rightarrow$ LEVO / $> 0 \rightarrow$ DEXTRO

Los vectores de Stokes sirven para ondas coherentes e incoherentes.
Los de Jones solo para coherentes.

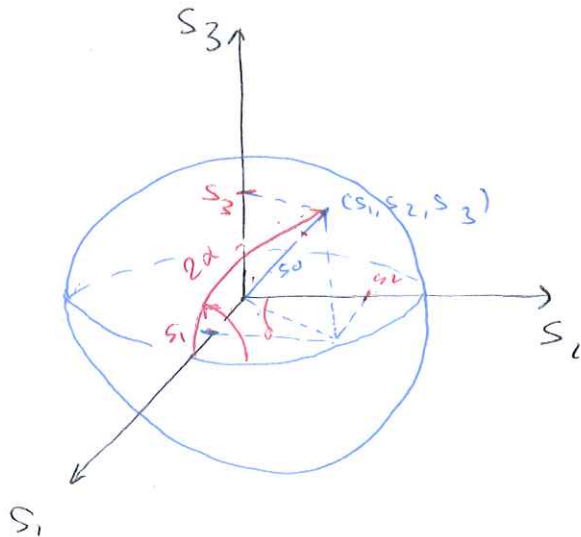
ESFERA DE POINCARÉ



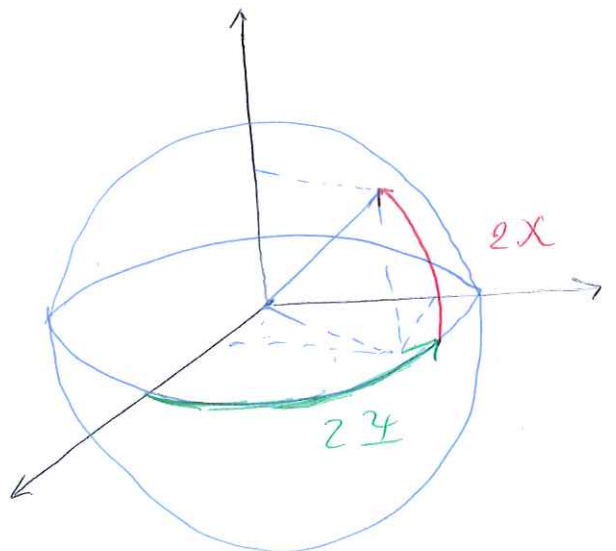
Para definir el estado de polarización se necesitan dos variables.

Podríamos expresarlas gráficamente en un plano.

Pero ya que se trata de ángulos, es más adecuado expresarlo "gráficamente" en una superficie esférica.



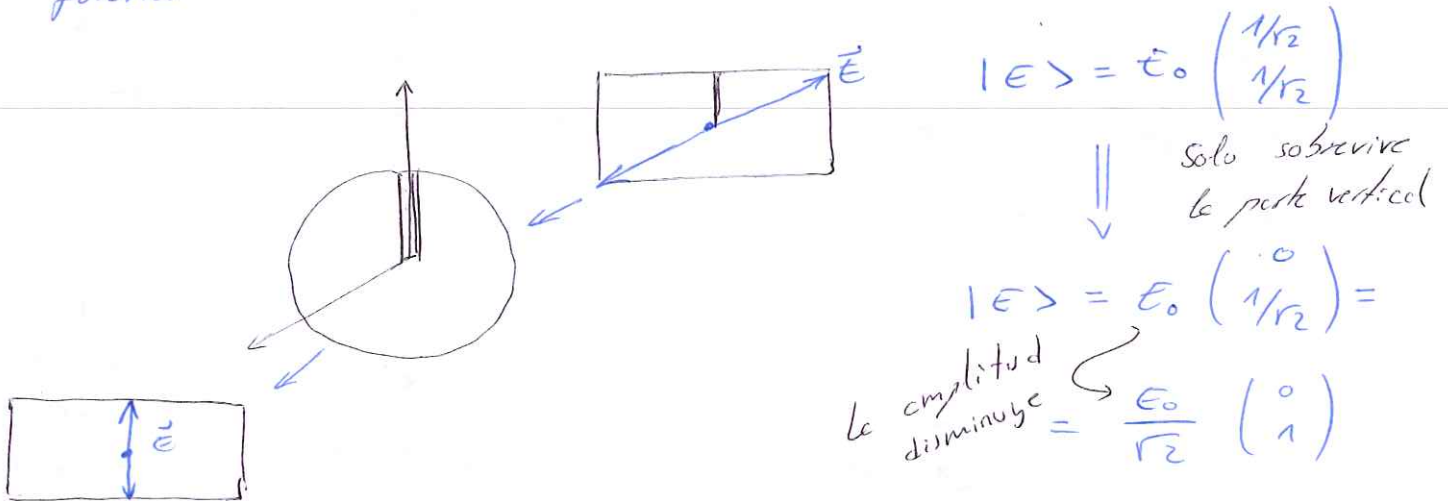
$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_0 \cos 2\alpha \\ S_0 \sin 2\alpha \cos \delta \\ S_0 \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} = S_0 \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \cos 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix}$$



POLARIZADORES Y DESFASADORES

• POLARIZADORES

Las cargas absorben fotones consiguiendo más energía. Cuando la luz entra en un polarizador, dada la geometría del material, solo hay un camino por el cual pueden pasar los fotones sin ser absorbidos.



$$I_0 \propto E_0^2 \Rightarrow I_p \approx \frac{E_0^2}{2} = \frac{I_0}{2}$$

Este proceso puede ser descrito por una matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0/\sqrt{2} \\ E_0/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

III
 $P_y \Rightarrow$ MATRIZ ASOCIADA AL POLARIZADOR

EXPRESIÓN GENERAL PARA P

$$P = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & e^{i\delta} \sin \alpha \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix}$$

\hookrightarrow Es un polarizador que solo deja pasar luz con polarización (α, δ)

Comprobaremos ahora que si la luz tiene polarización (α, δ) verdaderamente no le afecta

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & e^{i\delta} \sin \alpha \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos^3 \alpha & \sin^2 \alpha \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \cos^2 \alpha + e^{-i\delta} \sin^3 \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix}$$

• DESFASADORES

Añaden un desfase a la luz.

En este caso el material absorbe y reemite fotones con lo que retrasa el camino de los fotones en una dirección concreta.

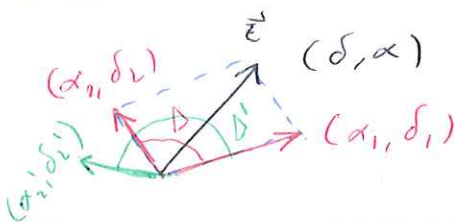
En el caso del desfaseador en la dirección x:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0 \cos \alpha \\ E_0 e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_0 \cos \alpha \\ E_0 e^{-i(\delta-\Delta)} \sin \alpha \end{pmatrix}$$

=> Modifique el desfase entre los componentes x e y. (este es un caso particular)

LEVEL UP!

Podríamos tener un desfaseador que añadiese desfase entre dos componentes de \vec{E} .



DESARROLLO MATEMÁTICO:

$$U_{\Delta, (\alpha, \delta)} = e^{-i\Delta} \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & e^{i\delta} \sin \alpha \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sin^2 \alpha & -e^{i\delta} \sin \alpha \cos \alpha \\ -e^{-i\delta} \sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha \end{pmatrix}$$

↓ Polarizador
 ↓ Ortogonal

La primera matriz solo deja pasar luz con polarización (α, δ) y la desfasa.
 La segunda solo deja pasar luz con polarización ortogonal a (α, δ) y no la desfasa.

EJEMPLO:

$$\left[e^{-i\Delta} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} =$$

$$= e^{-i\Delta} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

(La matriz $U_{\Delta}(\alpha, \delta)$ está en la página 14)

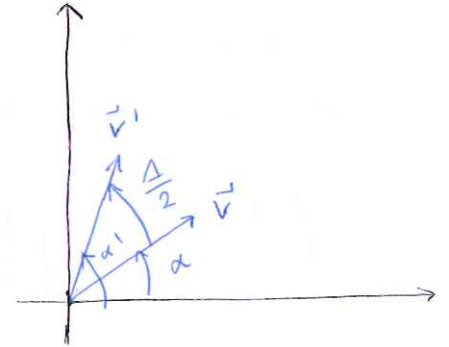
DESFASDADORES CIRCULARES

Es una matriz de giro

$\alpha = \frac{\pi}{4}$
 $\delta = \frac{\pi}{2}$

$$U_{\Delta, L} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta}{2}) & -\sin(\frac{\Delta}{2}) \\ \sin(\frac{\Delta}{2}) & \cos(\frac{\Delta}{2}) \end{pmatrix}$$

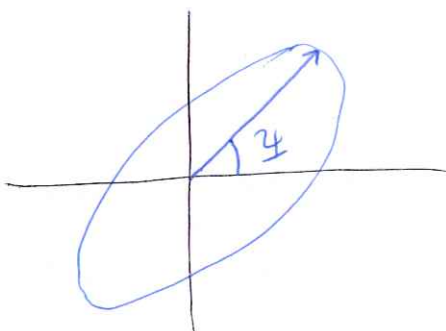
↙ Levo ↘
↙ Dextro ↘



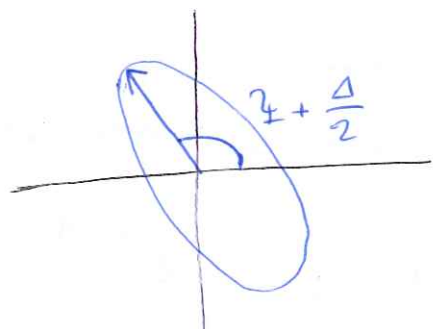
$$v' = \begin{pmatrix} \cos \alpha' \\ \sin \alpha' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha + \frac{\Delta}{2}) \\ \sin(\alpha + \frac{\Delta}{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos(\frac{\Delta}{2}) - \sin \alpha \sin(\frac{\Delta}{2}) \\ \sin(\frac{\Delta}{2}) \cos \alpha + \cos(\frac{\Delta}{2}) \sin \alpha \end{pmatrix} =$$

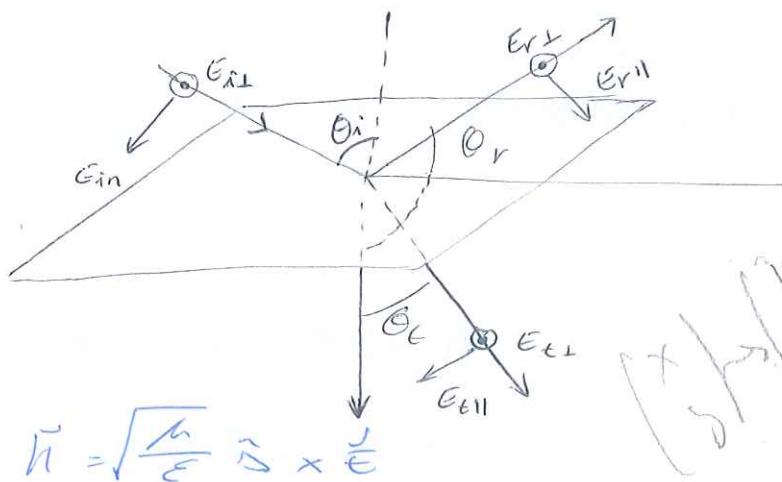
$$= \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta}{2}) & -\sin(\frac{\Delta}{2}) \\ \sin(\frac{\Delta}{2}) & \cos(\frac{\Delta}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$$



DESFA
 CIRC
 =>



REFLEXIÓN Y DIFRACCIÓN



$$\begin{cases} E_{i||} = A_{||} e^{-i\phi_i} \\ E_{i\perp} = A_{\perp} e^{-i\phi_i} \\ E_{r||} = R_{||} e^{-i\phi_r} \\ E_{r\perp} = R_{\perp} e^{-i\phi_r} \\ E_{t||} = T_{||} e^{-i\phi_t} \\ E_{t\perp} = T_{\perp} e^{-i\phi_t} \end{cases}$$

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \vec{n} \times \vec{E}$$

Aplicamos la continuidad de las componentes tangenciales de E y H en la superficie que separa los dos medios.

$$E_{iy} + E_{ry} = E_{ty} \Rightarrow A_{\perp} + R_{\perp} = T_{\perp}$$

$$H_{ix} + H_{rx} = H_{tx} \Rightarrow \frac{1}{z_1} (A_{\perp} - R_{\perp}) \cos \theta_i = \frac{T_{\perp}}{z_2} \cos \theta_t$$

$$H_{iy} + H_{ry} = H_{ty} \Rightarrow \frac{1}{z_1} (A_{||} + R_{||}) = \frac{1}{z_1} T_{||}$$

$$E_{ix} + E_{rx} = E_{tx} \Rightarrow (A_{||} - R_{||}) \cos \theta_i = T_{||} \cos \theta_t$$

$$R_{\perp} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} A_{\perp}$$

$$T_{\perp} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} A_{\perp}$$

$$R_{||} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} A_{||}$$

$$T_{||} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} A_{||}$$

RELACIONES

$$r_{\perp} = \frac{R_{\perp}}{A_{\perp}} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$r_{||} = \frac{R_{||}}{A_{||}} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}$$

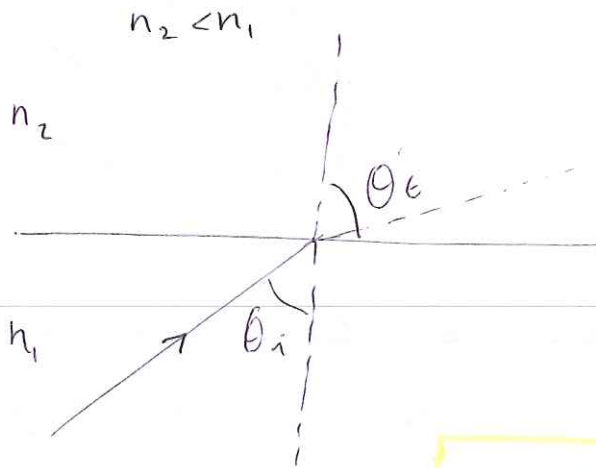
$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\theta_i + \theta_t = 90^\circ \Rightarrow R_{||} = 0 \Rightarrow \text{BREWSTER-EN ANGELOVA } (\theta_i)$$

$$\epsilon_{\perp} \equiv \frac{T_{\perp}}{A_{\perp}} = \frac{2 \sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)}$$

$$\epsilon_{\parallel} \equiv \frac{T_{\parallel}}{A_{\parallel}} = \frac{2 \sin \theta_i \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)}$$

ÁNGULO CRÍTICO



$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$$

$$\theta_t = 90^\circ$$

si la incidencia es normal

$$R = r^2$$

$$R_N = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

$$T = \frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \epsilon^2$$

TRANSMITANCIA

$$T_N = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \rightarrow \text{si la incidencia es normal}$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

= REFLECTANCIA

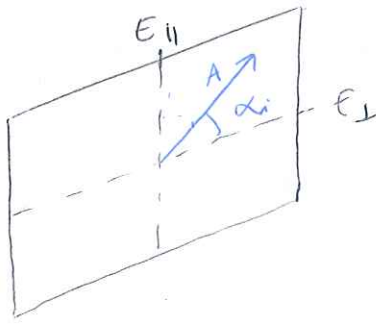
$$T_{\perp} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$T_{\parallel} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)}$$

CAMBIO EN EL SENTIDO DE LA POLARIZACIÓN

En este apartado usaremos los vectores de Jones pero con una base vectorial diferente; donde el primer término hará referencia a la parte paralela al plano de incidencia y el segundo a la parte perpendicular

$$|E\rangle = \begin{pmatrix} a_{\parallel} \\ a_{\perp} \end{pmatrix} \rightsquigarrow \begin{pmatrix} a_{\parallel} \\ a_{\perp} \end{pmatrix}$$



$$|E_i\rangle = \begin{pmatrix} E_{i\perp} \\ E_{i\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \cos \alpha_i \\ A \sin \alpha_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{\perp} \\ A_{\parallel} \end{pmatrix}$$

$$|E\rangle = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \begin{cases} \phi_{i,\parallel} = \phi_i \sin^2 \alpha_i \\ \phi_{i,\perp} = \phi_i \cos^2 \alpha_i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \phi_r = \phi_{r,\perp} + \phi_{r,\parallel} \Rightarrow \mathcal{R} = \frac{\phi_r}{\phi_i} = \frac{\phi_{r,\perp} + \phi_{r,\parallel}}{\phi_i} =$$

$$= \frac{\phi_{r,\perp}}{\phi_{i,\perp} / \cos^2 \alpha_i} + \frac{\phi_{r,\parallel}}{\phi_{i,\parallel} / \sin^2 \alpha_i} = \frac{\phi_{r,\perp}}{\phi_{i,\perp}} \cos^2 \alpha_i + \frac{\phi_{r,\parallel}}{\phi_{i,\parallel}} \sin^2 \alpha_i =$$

$$= \mathcal{R}_{\perp} \cos^2 \alpha_i + \mathcal{R}_{\parallel} \sin^2 \alpha_i$$

$$\phi_t = \phi_{t,\perp} + \phi_{t,\parallel} \Rightarrow \mathcal{T} = \frac{\phi_t}{\phi_i} = \mathcal{T}_{\perp} \cos^2 \alpha_i + \mathcal{T}_{\parallel} \sin^2 \alpha_i$$

Si añadesemos un desfase (luz si no fuere polarización lineal) no supondría ninguna diferencia para la intensidad puesto que se hace su complejo conjugado.

$$\left\{ \begin{aligned} R &= R_{\perp} \langle \cos^2 \alpha_i \rangle + R_{\parallel} \langle \sin^2 \alpha_i \rangle = \frac{R_{\perp} + R_{\parallel}}{2} \\ \mathcal{T} &= \mathcal{T}_{\perp} \langle \cos^2 \alpha_i \rangle + \mathcal{T}_{\parallel} \langle \sin^2 \alpha_i \rangle = \frac{\mathcal{T}_{\perp} + \mathcal{T}_{\parallel}}{2} \end{aligned} \right.$$

↳ Con luz no polarizada debemos hacer una media, con lo que se quedaría como si fuese luz linealmente polarizada a 45°

CAMBIO EN LA POL. DEBIDO A LA TRANSMISIÓN

Amplitud \rightarrow REFLEXIÓN

INCIDENTE $\Rightarrow |A\rangle = \begin{pmatrix} A_{\perp} \\ A_{\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \cos \alpha_i \\ A e^{-i\delta} \sin \alpha_i \end{pmatrix} \xrightarrow{\delta_i = \delta_{i,\parallel} - \delta_{i,\perp}} \frac{A_{\parallel}}{A_{\perp}} = \tan \alpha_i e^{-i\delta_i}$

Amplitud \rightarrow

REFLECTADA $\Rightarrow |R\rangle = \begin{pmatrix} R_{\perp} \\ R_{\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cos \alpha_r \\ R e^{-i\delta_r} \sin \alpha_r \end{pmatrix} \xrightarrow{\delta_r = \delta_{r,\parallel} - \delta_{r,\perp}} \frac{R_{\parallel}}{R_{\perp}} = \tan \alpha_r e^{-i\delta_r}$

$\alpha_r = \arctan \frac{R_{\parallel}}{R_{\perp}}$

Amplitud \rightarrow

$$\text{TRANSMITANCIA} \Rightarrow |T\rangle = \begin{pmatrix} T_{\perp} \\ T_{\parallel} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T \cos \alpha_t \\ T e^{i\delta_r} \sin \alpha_t \end{pmatrix} \xrightarrow{\delta_t = \delta_{t,\parallel} - \delta_{t,\perp}} \frac{A_{\parallel} r_{\parallel}}{A_{\perp} r_{\perp}} = \frac{R_{\parallel}}{R_{\perp}}$$

Amplitud \rightarrow \rightarrow Coeficientes de reflexión

$$\Rightarrow \frac{R_{\parallel}}{R_{\perp}} = \frac{A_{\parallel} r_{\parallel}}{A_{\perp} r_{\perp}} = \frac{r_{\parallel}}{r_{\perp}} \cdot \frac{A_{\parallel}}{A_{\perp}}$$

$$\tan \alpha_r e^{-i\delta_r} = - \frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \tan \alpha_i e^{-i\delta_i}$$

\Rightarrow La onda reflejada puede cambiar su estado de polarización dependiendo del estado de polarización de la onda incidente y los ángulos de incidencia y transmisión

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{T_{\parallel}}{T_{\perp}} = \frac{A_{\parallel} \cdot t_{\parallel}}{A_{\perp} \cdot t_{\perp}} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i}$$

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i}$$

- En incidencia perpendicular: $\alpha_i = \alpha_t = \alpha_r$ ($\theta_i = 0$)
- En incidencia perpendicular: $\delta_t = \delta_i$; $\delta_r = \delta_i + \pi$
- Si la luz incidente es polarizada linealmente, la transmitida y la reflejada también serán polarizadas linealmente si la incidencia es perpendicular

Luz INCIDENTE ALBERTORIA

$$\theta_i = 0 \Rightarrow R_{\perp} = R_{\parallel} \Rightarrow \text{luz reflejada aleatoria}$$

$$\theta_i = \theta_r \Rightarrow R_{\parallel} = 0 \Rightarrow \text{luz reflejada lineal } \perp \text{ (o sea } \perp \text{ a } \parallel \text{)}$$

$$0 \neq \theta_i \neq \theta_r, R_{\parallel} \neq R_{\perp} \Rightarrow \text{luz reflejada lineal polarizada}$$

Para la transmitancia ídem. $V = \frac{R_{\perp} - R_{\parallel}}{R_{\perp} + R_{\parallel}}$

REFLEXIÓN TOTAL

$$\sin \theta_t > 1 \Rightarrow n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t \Rightarrow$$

$$\cos \theta_t = \frac{n_i}{n_t} \sin \theta_i \Rightarrow \sin^2 \theta_t = \left(\frac{\sin \theta_i}{n} \right)^2 \quad (n = \frac{n_t}{n_i})$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 \theta_t = \left(\frac{\sin \theta_i}{n} \right)^2 \Rightarrow \cos \theta_t = i \sqrt{\left(\frac{\sin \theta_i}{n} \right)^2 - 1} \Rightarrow$$

$$R_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\cos \theta_i + i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}} A_{\perp} \Rightarrow |R_{\perp}| = |A_{\perp}|$$

$$R_{\parallel} = \frac{n^2 \cos \theta_i - i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{n^2 \cos \theta_i + i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}} A_{\parallel} \Rightarrow |R_{\parallel}| = |A_{\parallel}| \quad \begin{aligned} \delta_{\perp} &= 2\beta_{\perp} \\ \delta_{\parallel} &= 2\beta_{\parallel} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow r_{\perp} = \frac{R_{\perp}}{A_{\perp}} = \frac{e^{i\beta_{\perp}}}{e^{-i\beta_{\perp}}} = e^{-i\delta_{\perp}} \Rightarrow \tan \frac{\delta_{\perp}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{n^2 \cos \theta_i}$$

$$r_{\parallel} = \frac{R_{\parallel}}{A_{\parallel}} = \frac{e^{-i\beta_{\parallel}}}{e^{i\beta_{\parallel}}} = e^{-i\delta_{\parallel}} \Rightarrow \tan \frac{\delta_{\parallel}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\cos \theta_i}$$

$$\delta = \delta_{\parallel} - \delta_{\perp} \Rightarrow \tan\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{\tan\left(\frac{\delta_{\parallel}}{2}\right) - \tan\left(\frac{\delta_{\perp}}{2}\right)}{1 + \tan\left(\frac{\delta_{\perp}}{2}\right)\tan\left(\frac{\delta_{\parallel}}{2}\right)} = \frac{\cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\sin^2 \theta_i}$$

Cuando hay una reflexión total hay un cambio de fase entre los dos componentes

RELACIONES ENTRE (α, δ) Y (φ, χ)

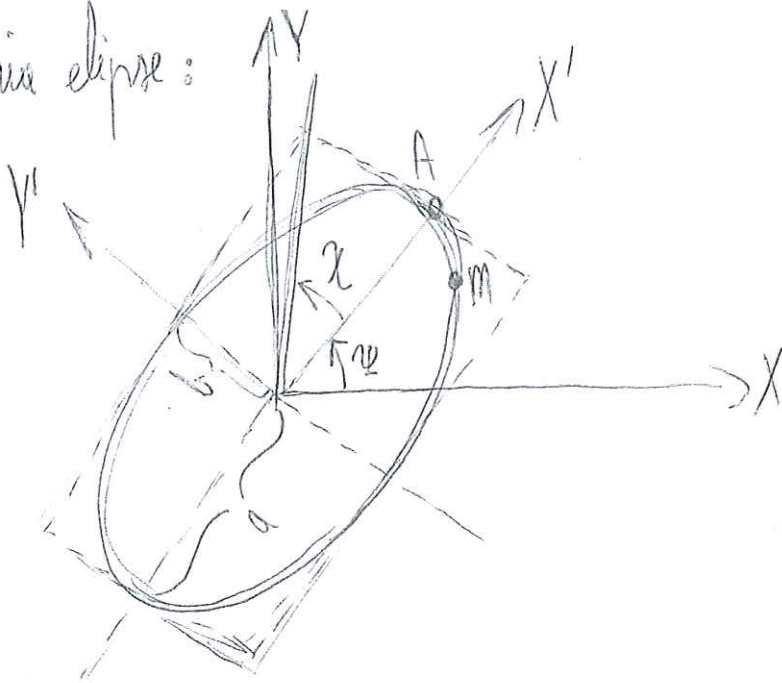
- Sin pérdida de generalidad podemos trabajar en $z=0 \Rightarrow$

$$E_x = a_x \cos(\omega t)$$

$$E_y = a_y \cos(\omega t + \delta)$$

• Conociéremos relaciones (α, δ) con (φ, χ) estudiando el cambio del sistema de referencia S (ejes XY) del laboratorio al sistema de referencia S' (ejes $X'Y'$)

los ejes de la propia elipse:



$$\Rightarrow E'_x = a \cos \omega t'$$

$$E'_y = \pm b \sin \omega t'$$

↳ debemos tomarlo \ominus ; si lo tomásemos \oplus , se podría demostrar que entonces la polarización siempre sería levoespina; es decir, nuestro estudio no serviría para el caso dextrospino.

• Para pasar de S a S' debemos, en primer lugar, trabajar en ambos sistemas con el mismo origen de tiempos; luego, debemos establecer la siguiente relación:

$$t' = t - t_0 \Rightarrow \omega t' = \omega t - \underbrace{\omega t_0}_{\tau} = \omega t - \tau \Rightarrow \omega t = \omega t' + \tau,$$

siendo t_0 el tiempo que tarda el vector \vec{E} en pasar de M (posición "arbitraria", en la que se halla \vec{E} en S cuando $t=0$) a A (posición en la que se halla \vec{E}' en S' cuando $t'=0$) \Rightarrow

$$E_x = a_x \cos(\omega t' + \tau)$$

$$E_y = a_y \cos(\omega t' + \tau + \delta)$$

• Una vez establecido el mismo origen de tiempos, sabiendo que:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \tau & -\sin \tau \\ \sin \tau & \cos \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix}$$

tenemos que:

$$i) E_x = E'_x \cos \tau - E'_y \sin \tau \Rightarrow a_x \cos(\omega t' + \tau) = a \cos(\omega t') \cos \tau + b \sin(\omega t') \sin \tau \Rightarrow$$

$$a_x [\cos(\omega t') \cos \tau - \sin(\omega t') \sin \tau] = a \cos(\omega t') \cos \tau + b \sin(\omega t') \sin \tau \Rightarrow$$

$$a_x \cos \tau = a \cos \tau \quad [1]$$

$$-a_x \sin \tau = b \sin \tau \quad [2]$$

$$i) E_y = E'_x \operatorname{sen} \varphi + E'_y \cos \varphi \Rightarrow a_y \cos(\omega t' + \varphi + \delta) = a \cos(\omega t') \operatorname{sen} \varphi - b \operatorname{sen}(\omega t') \cos \varphi$$

$$\Rightarrow a_y \cos(\omega t') \cos(\varphi + \delta) - a_y \operatorname{sen}(\omega t') \operatorname{sen}(\varphi + \delta) = a \cos(\omega t') \operatorname{sen} \varphi - b \operatorname{sen}(\omega t') \cos \varphi \Rightarrow$$

$$a_y \cos(\varphi + \delta) = a \operatorname{sen} \varphi \quad [3]$$

$$a_y \operatorname{sen}(\varphi + \delta) = b \cos \varphi \quad [4]$$

\Rightarrow (usando i) y ii)

$$[1]^2 + [2]^2 + [3]^2 + [4]^2 \Rightarrow a_x^2 + a_y^2 = a^2 + b^2 \quad (A)$$

$$[1]^2 + [2]^2 - [3]^2 + [4]^2 \Rightarrow a_x^2 - a_y^2 = (a^2 - b^2) \cos(2\varphi) \quad (B)$$

$$[1] \cdot [4] + [2] \cdot [3] \Rightarrow ab = a_x a_y \operatorname{sen} \delta \quad (C)$$

$$[1] \cdot [3] + [2] \cdot [4] \Rightarrow (a^2 - b^2) \operatorname{sen} 2\varphi = 2 a_x a_y \cos \delta \quad (D)$$

$$\frac{(B)}{(D)} \Rightarrow \operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2 a_x a_y \cos \delta}{a_x^2 - a_y^2}; \text{ pero, puesto que } \operatorname{tg} \alpha = \frac{a_y}{a_x} \Rightarrow a_y = a_x \operatorname{tg} \alpha$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg}(2\varphi) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha \cos \delta}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \Rightarrow \operatorname{tg}(2\varphi) = \operatorname{tg}(2\alpha) \cdot \cos \delta$$

$$\frac{(A)}{(C)} \Rightarrow \frac{a_x^2 + a_y^2}{a_x a_y \operatorname{sen} \delta} = \frac{a^2 + b^2}{ab} \Rightarrow \left(\frac{a_x}{a_y} + \frac{a_y}{a_x} \right) = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) \operatorname{sen} \delta \Rightarrow$$

(3)

$$\left(\frac{1}{\tan \alpha} + \tan \alpha\right) = \left(\frac{1}{\tan \beta} + \tan \beta\right) \sin \delta \Rightarrow \frac{1 + \tan^2 \alpha}{\tan \alpha} = \frac{1 + \tan^2 \beta}{\tan \beta} \sin \delta \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \beta \cos \beta} \sin \delta \Rightarrow \sin(2\alpha) = \sin(2\beta) \sin \delta$$

$$\frac{\textcircled{B}}{\textcircled{A}} \Rightarrow \frac{a_x^2 - a_y^2}{a_x^2 + a_y^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \cos(2\psi) \Rightarrow \frac{1 - (a_y/a_x)^2}{1 + (a_y/a_x)^2} = \frac{1 - (b/a)^2}{1 + (b/a)^2} \cos(2\psi) \equiv$$

$$\frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - \tan^2 \beta}{1 + \tan^2 \beta} \cos 2\psi \Rightarrow \cos(2\alpha) = \cos(2\beta) \cos(2\psi)$$

$$\frac{\textcircled{D}}{\textcircled{A}} \Rightarrow \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \sin(2\psi) = \frac{2a_x a_y}{a_x^2 + a_y^2} \cos \delta \Rightarrow \cos(2\beta) \sin(2\psi) = \sin(2\alpha) \cos \delta$$

$$\frac{2\textcircled{C}}{\textcircled{A}} \Rightarrow \frac{2ab}{a^2 + b^2} = \frac{2a_x a_y}{a_x^2 + a_y^2} \sin \delta \Rightarrow \sin(2\beta) = \sin(2\alpha) \sin \delta$$

$$\frac{\textcircled{C}}{\textcircled{D}} \Rightarrow \frac{ab}{(a^2 - b^2) \sin(2\psi)} = \frac{a_x a_y \sin \delta}{2a_x a_y \cos \delta} \Rightarrow$$

$$\tan \delta = \frac{2ab}{a^2 - b^2} \cdot \frac{1}{\sin(2\psi)} \Rightarrow \tan \delta = \frac{\tan(2\alpha)}{\sin(2\psi)}$$

$$|E_{TOT}\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

B \Rightarrow Perfektor circular $U_{\pi/2}$

$$(\alpha, \delta) = (45^\circ, 0) = (\beta, \chi)$$

$$\longrightarrow U_{\alpha, L} \longrightarrow (\beta_{B}, \chi_{B}) = (45^\circ + 90^\circ, 0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\alpha_B, S_B) = (45^\circ, \pi)$$

$$\begin{pmatrix} \cos \pi/2 & -\sin \pi/2 \\ \sin \pi/2 & \cos \pi/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

C1

$$U_{\frac{3\pi}{2}, X} \Rightarrow I_C = I_B = I_A = \frac{3}{2}$$

$$(45, \pi) \xrightarrow{U_{\frac{3\pi}{2}, X}} (45, \pi - \frac{3\pi}{2}) = (45, -\frac{\pi}{2})$$

linear \Rightarrow modifica el defase \int

circuler \Rightarrow modifica φ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{3\pi}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \underbrace{\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}}_{CL}$$

$$\uparrow = \frac{I_S}{I_E}$$

12. ARIKETA

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Cosmos robe lo parte polarizada

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \cos 2\beta \\ \cos 2\alpha \sin 2\beta \\ \sin 2\alpha \end{pmatrix}$$

$$(\alpha, \delta) = (45^\circ, \frac{3\pi}{2})$$

$$I_{P_n} = 2 \quad I_{N_n} = 1$$

$$(\beta, \chi) = (0, -45^\circ)$$

$$I = 3 + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow |E\rangle_1 = \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$I_{P_n} = \frac{A}{2}$$

$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1-i}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1-i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow |E_n\rangle = |E_1\rangle_{\text{pol}} + |E_2\rangle_{\text{net}} = \frac{1-i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{2-i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \Rightarrow I_n = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2}$$

• Si hay luz natural sumar los vectores de Stokes.

• En caso de que entra te únicamente polarizada, cualquiera de los métodos va a dar igual.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 0 \\ 3/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad z = a + ib$$

$$0 < \theta < 2\pi$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{ay}{ax}\right) \quad 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} < \gamma \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\delta = d \quad -\frac{\pi}{4} \leq \gamma \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\tan(2\gamma) = \tan(2\alpha) \cos d$$

$$\sin(2\gamma) = \sin(2\alpha) \sin d$$

$$|e\rangle = e^{-i\delta} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ -i \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$S = I \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & \cos 2\alpha & & \\ & \sin 2\alpha \cos d & & \\ & \sin 2\alpha \sin d & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & \cos 2\alpha \cos 2\gamma & & \\ & \cos 2\alpha \sin 2\gamma & & \\ & \sin 2\alpha & & \sin 2\alpha \end{pmatrix}$$

$$\delta = 0, \pm 2\pi, \dots \rightarrow \text{LINEAR}$$

$$\delta = \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{CIRCULAR}$$

$$\cos(2\alpha) \cos(2\gamma) = \cos 2\alpha$$

$$\cos(2\alpha) \sin(2\gamma) = \sin(2\alpha) \cos d$$

$$+ \frac{\hbar^2 k^2}{m} \psi - \frac{\hbar^2 \gamma^2}{2m} \psi = 0 \Rightarrow k = \frac{2\gamma}{a}$$

$$|L_{45}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

linear:

$$|L_{-45}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$r_0 = \cos(\varphi_0 - \varphi_0)$$

$$L_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow (\alpha, \delta) = (0, \delta),$$

$$(\varphi, \chi) = (0, 0)$$

$$L_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow (\alpha, \delta) = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(\varphi, \chi) = \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$L_z \Rightarrow (\alpha, \delta) = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$(\varphi, \chi) = \left(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}\right)$$

$$L_\theta \Rightarrow (\alpha, \delta) = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(\varphi, \chi) = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$$

$$L_\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$L_\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

DESFASSONNAGES

$$U_{\Delta, x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{ix\Delta} \end{pmatrix}$$

$$U_{\Delta, y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{ix\Delta} \end{pmatrix}$$

$$U_{\Delta, y} =$$

$$\alpha = y, \delta = 0$$

$$P_{y, r} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$P_{z, l} = \begin{pmatrix} 1/2 & -i/2 \\ i/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Desfasser linear

$$\delta = \delta \pm \Delta \text{ y } \alpha \text{ depend}$$

Desfasser circular

$$\varphi' = \varphi + \frac{\Delta}{2} \Rightarrow \frac{\Delta}{2} = \varphi' - \varphi$$

$\hookrightarrow \delta, \alpha$ zero (delta zero -)

Public: y d

- + | 1.- Describir el estado de polarización de la onda: $\mathbf{E} = E_0 (\mathbf{i} \cos (\omega t - kz) + \mathbf{j} \cos (\omega t - kz - \pi/4))$. Obtener la expresión del campo magnético y de la densidad de flujo.
- + | 2.- Obtener el vector de Jones del estado ortogonal al estado $\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ -i \end{bmatrix}$. Obtener los vectores de Stokes de los dos estados y situarlos en la esfera de Poincaré.
- + | 3.- a) Determinar la irradiación y el estado de polarización, (α, δ) y (ψ, χ) , de las ondas representadas por los vectores de Jones i) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$; ii) $\begin{bmatrix} -1 \\ 2i \end{bmatrix}$; iii) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2+3i \end{bmatrix}$. b) Obtener los vectores de Stokes correspondientes y representarlos en la esfera de Poincaré.
- + | 4.- a) Obtener la irradiación y el estado de polarización de las ondas representadas por los vectores de Stokes $S_1 = 3 (1, 1/3, 2/3, 0)$ y $S_2 = 4 (1, 1/4, 0, 1/2)$. b) Expresar cada una de estas ondas como la superposición incoherente de una onda aleatoria y otra polarizada.
- + | 5.- Queremos superponer coherentemente dos luces cuyo estado de polarización viene dado por los vectores de Jones $|E\rangle = |E_1\rangle + e^{i\varphi} |E_2\rangle$.

$$|E_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; |E_2\rangle = \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$$

donde φ es el desfase entre ambas. Calcular φ para obtener la máxima intensidad. Si la superposición fuera incoherente, calcular la intensidad resultante y su estado de polarización.

- + | 6.- Obtener la irradiación y el estado de polarización de la onda resultante de la superposición coherente de dos ondas de la misma irradiación y frecuencia, una L+45 y la otra L-45, si las ondas están a) en fase; b) en oposición; c) en cuadratura; d) desfasadas $\pi/3$.
- + | 7.- Obtener la matriz de Jones del polarizador ($\psi = \pi/2$, $\chi = \text{tg}^{-1} 1/2$) y calcular la transmitancia de este filtro para una onda a) LX, b) LY, c) L \pm 45, d) CD, e) CL y f) aleatoria
- + | 8.- a) Calcular la intensidad y el estado de polarización de las tres ondas siguientes:

$$|E_1\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}; |E_2\rangle = \begin{pmatrix} a \\ -2a \end{pmatrix}; |E_3\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} - i\sqrt{2} \\ e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}$$

- b) Al superponer incoherentemente $|E_1\rangle$ y $|E_2\rangle$, la luz resultante tiene un grado de polarización $V=1/2$. Calcular el parámetro "a" de la onda $|E_2\rangle$
- c) Calcular la orientación que debe tener un polarizador lineal para que las ondas $|E_1\rangle$ y $|E_2\rangle$ tengan la misma transmitancia.
- d) La luz $|E_1\rangle$ cruza un desfasador con eje rápido X y la onda resultante tiene el mismo estado de polarización que $|E_3\rangle$. Calcular el desfase.

EXAMEN
UPV
28/06/2012

63,43

EXAMEN UPV
16/01/2014

9.- Calcular la intensidad y el estado de polarización de la superposición incoherente de dos haces de luz con vectores de Jones: $|E_1\rangle = 2 \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} e^{-i\pi/2} \end{bmatrix}$ y $|E_2\rangle = \begin{bmatrix} \sqrt{3} e^{-i\pi/2} \\ 1 \end{bmatrix}$

10.- Calcular la matriz de un polarizador elíptico general (ψ, χ) .

11.- a) Demostrar y a') comprobar que la matriz de Jones del proyector sobre el estado circular leve es

$$P_L = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$$

b) Describir como realizar un dispositivo físico que actúe como tal mediante la utilización de láminas desfasadoras y polarizadores.

c) Calcular la transmitancia del dispositivo anterior para el estado elíptico $(\alpha=30^\circ, \delta=\pi/2)$.

12.- Un haz de luz monocromática definido por los parámetros de Stokes $(3, 0, 0, -2)$ atraviesa los siguientes elementos:

- A : Un polarizador que transmite la componente L 45°
- B : Un medio activo que gira el plano de polarización $+90^\circ$ (sentido antihorario)
- C : Una lámina $\lambda/4$ que adelanta la componente X

Se plantean las siguientes cuestiones:

- a) Obtener la irradiación y el estado de polarización después de cada operación.
- b) ¿Qué vectores de Jones representan la luz en cada etapa?.
- c) Obtener la matriz de Jones del dispositivo total.
- d) Obtener la transmitancia de este dispositivo cuando sobre él incide una luz con estado de polarización (α, δ) .

13.- Una luz cuyo vector de Stokes es $S = (3, 1, 0, \sqrt{3})$ atraviesa un dispositivo formado por los siguientes elementos:

- i) Un desfasador lineal $U_{\pi/2, Y}$.
- ii) Un polarizador lineal a 60° , P_{60} .
- iii) Un desfasador lineal $U_{\pi/2, X}$.

- a) Calcular la intensidad a la salida y su estado de polarización.
- b) Probar que el conjunto de los tres elementos anteriores forma un polarizador.
- c) Supongamos que el primer desfasador es un desfasador lineal a 45° que introduce un desfase Δ . Calcular este desfase Δ para que la transmitancia de todo el conjunto sea $2/3$.

14.- Una luz parcialmente polarizada $V=2/3$ la queremos analizar con un polarizador lineal. Con el polarizador en la dirección X la transmitancia es $1/2$. Colocando el polarizador en la dirección Y obtenemos igualmente una transmitancia de $1/2$. Pero si colocamos el polarizador en la dirección a 45° obtenemos una transmitancia de $1/3$. Encontrar las características de la luz incidente.

15.- Un haz de luz aleatoria atraviesa en este orden 1º) un polarizador P_1 (orientado según el eje X), 2º) una lámina $\lambda/4$ con eje rápido 45° , 3º) una lámina desfasadora que introduce un desfase ϕ con eje rápido X, 4º) una lámina $\lambda/4$ orientada como la primera y 5º) un analizador P_2 paralelo a P_1 .

- a) Calcular el desfase ϕ para que la transmitancia del dispositivo sea $1/2$.
- b) Calcular la transmitancia del dispositivo para cualquier valor ϕ del desfase.



f(x)

16.- Una onda cuyo estado de polarización viene descrito por el vector de Stokes $S_1=(1 \ 0 \ 1 \ 0)$, atraviesa un desfasador circular dextrógiro y se superpone incoherentemente con otra onda cuyo estado de polarización viene dado por $S_2=(1 \ -1 \ 0 \ 0)$. Si la onda resultante tiene un grado de polarización $V=0.5$, calcular el desfase introducido por el desfasador circular.

17.- Una luz polarizada atraviesa en tres experimentos tres polarizadores distintos: Lineal X, lineal a 45° y circular dextro. En todos los casos la intensidad transmitida es la misma. Calcular el estado de polarización de la luz incidente.

18.- Disponemos de una luz parcialmente polarizada ($\psi=\pi/4, \chi=\pi/8$) y de tres dispositivos. El primero es un desfasador $\Delta=\pi$ de estado rápido L45. El segundo un desfasador $\Delta=\pi/2$ de estado rápido circular levo. El tercero un polarizador circular dextro. Si la transmitancia total del sistema es $\tau=1/4$. Calcular. a) El grado de polarización de la luz. b) La transmitancia si eliminamos el primer desfasador

19.- La luz parcialmente polarizada $S_1=(2/3, s_1, s_2, 0)$ atraviesa un polarizador circular levógiro y se superpone incoherentemente con una luz S_2 , lineal a -45° de intensidad I_2 .
a) Si el grado de polarización de la superposición es $V=1/\sqrt{2}$ calcula la intensidad de S_2 .
b) Ahora, en lugar del polarizador circular tenemos un polarizador lineal rotante. Cuando el polarizador está a 60° se obtiene la intensidad máxima de la superposición incoherente: $I_{max}=11/12$. Calcula el estado de polarización y el grado de polarización de S_1 .
c) En lugar del polarizador hemos colocado un desfasador circular. ¿Qué desfases debe generar para que la luz de la superposición tenga el máximo y el mínimo grado posible de polarización respectivamente? ¿Cuáles son los grados de polarización de las superposiciones en ambos casos?

20.- La luz $S=(2 \ 0 \ 2/3 \ 4/3)$ se obtiene de la superposición incoherente de dos luces totalmente polarizadas, una circular dextrógiro y la otra desconocida. Calcular la intensidad de ambas y el estado de la luz desconocida.

21.- Necesitamos montar un dispositivo que sobre una luz incidente circular dextro actúe en distintas etapas. En la primera se obtenga luz lineal a 45° de irradiación la mitad, en la segunda luz circular dextro de irradiación un cuarto de la incidente, en la tercera circular levo, en la cuarta lineal Y, y en la quinta lineal X de irradiación un cuarto de la incidente. a) Describir y obtener la matriz de Jones del o de los dispositivos que producen dicho efecto en cada etapa. ¿Qué sucedería si ahora la luz incidente sobre el dispositivo total fuera la definida por el vector de Stokes $(2, 1/2, \sqrt{3}/2, 0)$?

22.- Superponemos de forma incoherente una luz lineal Y de intensidad unidad y una luz lineal a 45° . La superposición atraviesa un polarizador lineal X con una transmitancia $\sqrt{3}/(2 + 2\sqrt{3})$.
A) Calcular la intensidad, estado de polarización y grado de polarización de la superposición.
b) Antes de incidir en el polarizador la luz superpuesta, colocamos un desfasador circular levógiro y la intensidad transmitida es la misma del apartado a). Calcular el desfase introducido.

23.- Para obtener luz natural disponemos de un desfasador y de dos luces parcialmente polarizadas. La primera es parcial lineal a 45° con grado de polarización 0,6 y la segunda de estas luces que es parcial circular dextro tiene una intensidad tres veces la de la primera. Procedemos superponiendo incoherentemente a la primera de las luces, la luz que sale del desfasador cuando entra la segunda de ellas. Obtener las características del desfasador, de la segunda luz y la intensidad de la luz aleatoria resultante

(Nota: en los hojos de soluciones se hace resuelto primero el [24] y luego el [23])

24.- Superponiendo incoherentemente luz lineal completamente polarizada y circular levógira parcialmente polarizada obtenemos una intensidad I_0 . Al atravesar esta luz un polarizador circular levo obtenemos una transmitancia $\tau_{CL}=7/12$. Utilizando un polarizador lineal rotante obtenemos una transmitancia máxima cuando el polarizador lineal se coloca a 30° y vale $\tau_{max}=\tau_{30}=2/3$. Por último cuando el polarizador rotante se coloca en la posición X obtenemos $\tau_X=7/12$. Calcular el grado y el estado de polarización de la luz que se obtienen de la superposición incoherente.

Si posteriormente colocamos una lámina desfasadora delante del polarizador rotante obtenemos que la transmitancia se invierte para las direcciones a 30° y X de tal forma que $\tau_{max}=\tau_X=2/3$ y $\tau_{30}=7/12$. Calcular las características del desfasador.

25.- Superponemos coherentemente dos haces linealmente polarizados de la misma intensidad (I_0), uno L_X y el otro $L(\psi)$. La intensidad del haz resultante es $3I_0$ y le hacemos pasar a través de un polarizador circular dextrógiro obteniéndose una transmitancia de $\tau=2/3$. Calcular el desfase de la superposición y el ángulo ψ de la luz lineal que superponemos.

26.- Una luz parcialmente polarizada S_1 con un grado de polarización $V = 0,5$ incide sobre un polarizador lineal rotante. La transmitancia máxima y mínima que se consigue es de $\tau_{max}=5/8$ y $\tau_{min}=3/8$ respectivamente para dos direcciones perpendiculares del polarizador lineal. Por otra parte cuando la luz resultante de la superposición incoherente de S_1 con otra luz $S_2 = (2 -1 0 \sqrt{3})$ atraviesa el polarizador rotante la intensidad transmitida permanece constante para cualquier orientación del polarizador. Calcular las características de la luz S_1 , su estado de polarización y su intensidad.

27.- La superposición incoherente de dos haces de luz con vectores de Jones $|E_1\rangle = \sqrt{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$ y $|E_2\rangle = a \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \end{bmatrix}$ tiene una transmitancia de $3/8$ a través de un polarizador lineal a 30° . a) Calcular el parámetro a. b) Calcular la transmitancia de la superposición incoherente si antes de pasar por el polarizador atraviesa una lámina $\lambda/4$ con eje rápido a 60° . c) Calcular la intensidad de la superposición coherente de $|E_1\rangle$ y $|E_2\rangle$ en función del desfase entre ambos.

28.- Un dispositivo está formado por cinco elementos en distintas fases. En la primera etapa incide una luz circular dextro de intensidad I_0 y sale luz lineal a 45° de intensidad $I_0/2$. En la segunda etapa se obtiene luz circular levo de intensidad $I_0/4$, en la tercera luz circular dextro, en la cuarta lineal Y, y en la quinta lineal X de intensidad $I_0/4$. a) Describir en cada etapa que dispositivo/s se deben situar. b) ¿Cómo deber se la luz incidente para que la intensidad a la salida sea máxima? c) Si la onda incidente es del tipo $(2, 1/2, -\sqrt{3}/2, 0)$ calcular en cada etapa el estado de polarización y la intensidad. d) Sin cambiar la intensidad de la luz anterior calcular qué valor tiene que tener la intensidad de la parte aleatoria y el grado de polarización para que la transmitancia del dispositivo completo sea $1/4$.

29.- Un haz de luz linealmente polarizada a 45° se superpone incoherentemente con otro haz linealmente polarizado Y. La transmitancia de la superposición a través de un polarizador lineal a 45° es $2/3$. Calcular la relación de intensidades entre las dos luces y el estado y grado de polarización de la superposición. Si antes de atravesar el polarizador colocamos una lámina $\lambda/4$ de eje lento X. Calcular la transmitancia total del sistema.

30.- Un haz colimado de luz parcialmente polarizada ($I = I_0, V = 0.9, \psi = -\pi/6, \chi = 0$) atraviesa un desfasador y se superpone incoherentemente con luz $S = (2 0 0 1/2)$. Si el haz resultante es luz aleatoria, calcule I_0 y describa las características del desfasador.

Handwritten notes on the right side of the page:

$$I = \frac{I_0}{2} + I_0 = \frac{3I_0}{2}$$

$$I = \frac{6-\sqrt{3}}{4} + 1 - \frac{1}{2} = \frac{6-\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{6-\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2} = \frac{6-\sqrt{3}+2}{4} = \frac{8-\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{8-\sqrt{3}}{4} = I_2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$I_N \left(\frac{1}{2} + \frac{2-\sqrt{3}}{2} (-1) \right) + 2-\sqrt{3} = 1$$

$$I_N \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow I_N = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Handwritten notes on the left side of the page:

EXAMEN UPV (14/01/2013)

HDP

EXAMEN UPV (14/06/2013)

EXAMEN UPV (10/07/2014)

EXAMEN
UPV
14/01/2016

31.- Una luz cuyo vector de Stokes viene dado por $S = I_0 (1, 1/3, \sqrt{3}/3, 0)$ atraviesa los siguientes dispositivos: un polarizador lineal X, una lámina $\lambda/4$ de eje rápido L-45° y polarizador lineal Y. a) Calcular la intensidad, el grado y el estado de polarización de la luz emergente. b) La luz inicial se superpone con otra aleatoria de intensidad I_a y la transmitancia resultante a través de todo el dispositivo es $\tau=3/10$; calcular I_a . c) Delante del primer polarizador se coloca un desfaseador circular dextro que introduce un desfase Δ . Calcular este desfase para que la intensidad transmitida sea $I_T = 5/12 I_0$, si la luz incidente es la del apartado a).

EXAMEN
UPV
21/06/2016

32.- Tenemos un dispositivo formado por los siguientes elementos: i) Un polarizador lineal X, ii) una lámina desfaseadora cuarto de onda con estado rápido lineal a 45, iii) una lámina desfaseadora con desfase ϕ y estado rápido lineal (sin definir), iv) una lámina desfaseadora de cuarto de onda con estado rápido lineal a -45 y v) un analizador lineal Y. a) Si incide una luz LX de intensidad I_0 el dispositivo entero es transparente, y si intercambiamos el orden del segundo y tercer desfaseador es opaco. Como es el segundo desfaseador (elemento iii) b) Volvemos al montaje inicial pero ahora, lo que incide es la superposición coherente de la onda LX del apartado anterior y una onda CD. Si el dispositivo es opaco para la superposición, calcular el desfase entre las dos ondas superpuestas y la intensidad de la luz circular.

33.- Una luz circular dextrógira parcialmente polarizada de intensidad I_1 y grado de polarización $V_1=0.5$, incide sobre un polarizador lineal a 22,5°. Después de atravesar el polarizador se superpone incoherentemente con otra onda parcialmente polarizada de las siguientes características: $V_2 = 0.8$, $\psi_2 = -\pi/8$, $\chi_2 = 0$, e intensidad I_2 . a) Calcular la relación entre las intensidades I_1 e I_2 para que la onda resultante sea parcialmente polarizada LX. Calcular, igualmente, su grado de polarización. b) Repetir el caso anterior pero suponiendo que en vez del polarizador lineal a 22.5° tenemos una lámina $\lambda/4$ de eje rápido lineal a -22.5°.

OPTICA ELECTROMAGNETICA

REFLEXION Y REFRACCION

+

34.- Obtener el grado de polarización de la luz reflejada y transmitida, si un haz de luz aleatoria incide sobre una superficie aire-vidrio ($n = 1.54$) bajo una incidencia de 30°.

+

35.- Un haz de luz cuyo estado está definido por el vector de Stokes $S = (1, 1/2, \sqrt{3}/2, 0)$ incide desde el aire en incidencia de Brewster sobre una lámina de vidrio de caras paralelas e índice 1.6. Calcular el estado de polarización y la intensidad de la luz transmitida por la lámina.

+

36.- Una onda plana linealmente polarizada incide desde el aire sobre una lámina de vidrio tal que $r_{\perp} = -\sqrt{0.13}$ y $r_{\parallel} = 0.2$. a) Calcular el ángulo de polarización incidente (ángulo acimutal) para que la onda reflejada esté polarizada a 45° con el plano de incidencia. b) Calcular el valor de la transmitancia y c) el estado de polarización de la luz transmitida si el cociente entre la tangente del ángulo de refracción y la tangente del ángulo de incidencia es 0.613.

f

37.- Determinar el estado de la luz reflejada en la reflexión total interna en la superficie vidrio-aire ($n_v = 1.5$) con un ángulo de incidencia 1.2 veces la del ángulo límite y una luz incidente polarizada a 45° con el plano de incidencia.

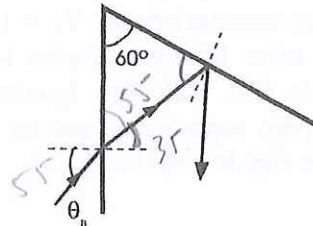
+

38.- Para obtener luz polarizada utilizamos n láminas de vidrio colocadas paralelamente de índice 1.8 y separadas entre ellas por una pequeña capa de aire. La incidencia en la primera lámina es de Brewster. Si la luz incidente es aleatoria, calcular el grado de polarización de haz de luz transmitido por un sistema de n=4 láminas. Calcular el número de láminas necesarias para que la polarización sea del 99%. ¿Cuál sería, aproximadamente, en este caso la intensidad transmitida respecto a la que incide en la primera lámina?

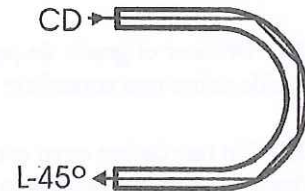
39.- a) Un haz colimado de luz parcialmente polarizada de intensidad I_0 y grado de polarización $V = 0.9$ con $\psi = \chi = 0$ atraviesa primero un polarizador lineal (PX) y luego una lámina $\lambda/4$ con el eje rápido a 45° con respecto al eje de transmisión del polarizador. Calcula la intensidad, el grado de polarización y el estado de polarización del haz a la salida del sistema. b) El haz obtenido se refleja sobre una lámina de un material desconocido y se analiza la luz reflejada usando un polarizador lineal giratorio. Para cierto ángulo de incidencia, la intensidad de la luz tras atravesar ese polarizador varía de acuerdo con la expresión $I = (I_0/10) \cos^2(\varphi)$, donde φ es el ángulo de giro del polarizador con respecto a la dirección perpendicular al plano de incidencia. ¿Cuál es el estado de polarización del haz reflejado? Calcula el índice de refracción del material.

40.- Un haz de luz polarizada linealmente y de intensidad I_0 incide desde el aire en la superficie de un vidrio y la intensidad reflejada es γI_0 . Si antes de llegar a la superficie colocamos una lámina de media onda con el eje rápido a 45° con respecto al plano de incidencia la intensidad del haz reflejado sube a $3\gamma I_0$. Finalmente, si en lugar del desfasador colocamos un polarizador lineal con la dirección de transmisión perpendicular al plano de incidencia la intensidad de la luz reflejada es de nuevo γI_0 . a) Calcular el estado de polarización de la luz incidente y las reflectancias perpendicular y paralela. b) Repetir el apartado anterior cuando la luz incidente está parcialmente polarizada. En este caso no se puede obtener una solución única pero sí los valores máximos y mínimos del grado de polarización y la polarización remanente.

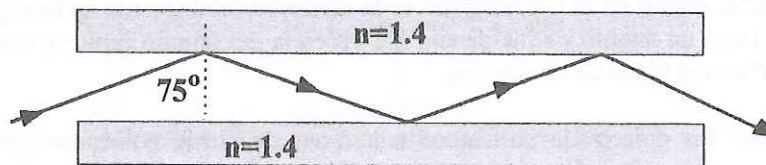
41.- Un haz de luz circular dextro incide bajo el ángulo de Brewster sobre una de las caras de un prisma como indica la figura. Si el índice del prisma es 1.428, calcular la intensidad y el estado de polarización de la luz reflejada en la segunda cara del prisma.



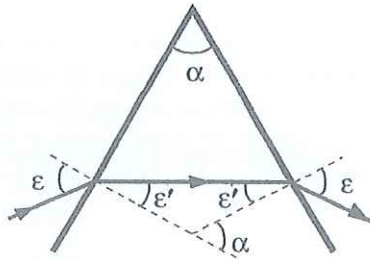
42.- Una sección de una fibra óptica esta doblada como se muestra en la figura. Si por el extremo superior incide una luz polarizada circular dextro, calcular el índice de refracción de la fibra para que la luz emergente por el otro extremo sea lineal a -45° .



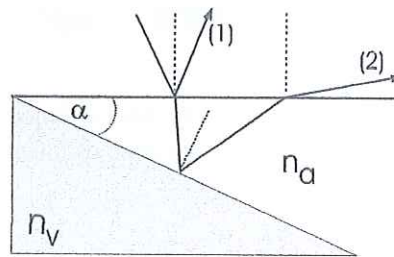
43.- Un haz de luz polarizada lineal a 50° entra en una guía de aire colocada entre dos láminas de vidrio de índice 1.4. El haz sufre tres reflexiones con un ángulo de incidencia de 75° . Calcular la intensidad del haz a la salida y su estado de polarización.



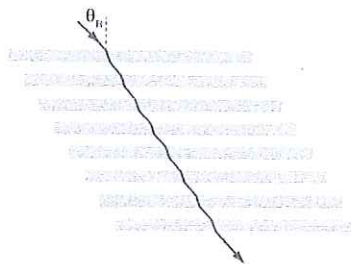
- 44.- Sobre un prisma de ángulo $\alpha=60^\circ$ e índice 1,52 incide un haz de luz colimado linealmente polarizado a 45° . Determinar la intensidad y el estado de polarización de la luz que emerge del prisma, si dentro del prisma su marcha es simétrica.



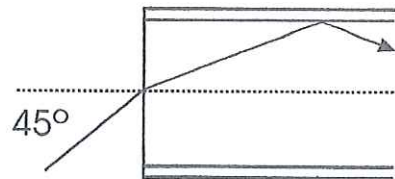
- 45.- Un haz de luz circular dextrógira incide desde el aire sobre una superficie de agua tranquila ($n_a = 4/3$) bajo un ángulo tal que la luz reflejada en la dirección del rayo 1 esta totalmente polarizada y perpendicular al plano de incidencia. Un bloque de vidrio de índice $n_v = 1.65$ está sumergido en el agua como indica la figura. La luz reflejada que emerge de la superficie del agua en la dirección del rayo 2, también está totalmente polarizada. Determinar el ángulo α , que forma el bloque de vidrio con la superficie del agua.



- 46.- Determinar el grado de polarización de la luz transmitida por un conjunto de N portas de microscopio (láminas delgadas de vidrio de índice $n=1.50$) si la luz incidente es aleatoria e incide en la primera lámina con ángulo de Brewster. Hacer la aplicación para $N=8$



- 47.- Una luz linealmente polarizada a 45° con el plano de incidencia entra en una fibra óptica de radio $10\mu\text{m}$ formando un ángulo de 45° como indica la figura. El índice del núcleo de la fibra es 1.6 y el del recubrimiento 1.42. Calcular el estado de polarización después de que el rayo haya recorrido 1m. Calcular la irradiación después de 1m, con respecto a la que tenía a la entrada, si las pérdidas en la fibra son de 10^{-6} por reflexión.



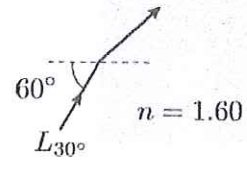
EXAMEN
UPV
9/1/2012

EXAMEN UPV 16/01/2014

48.- Una luz cuya intensidad y grado de polarización viene definido por el vector de Stokes $S = I_0 (1, 0, 1/2, 0)$ atraviesa un desfaseador circular dextrógiro y se refleja desde el aire en la superficie de un vidrio de índice $n=1.5$ bajo el ángulo de Brewster. Si la intensidad de la luz reflejada es $I_r = I_0/10$, calcular el desfase introducido por el desfaseador circular dextrógiro

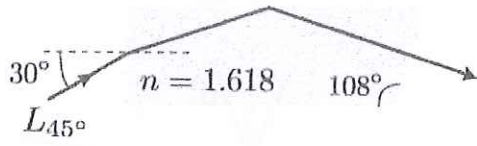
EXAMEN UPV 14/11/2013

49.- Un haz de luz incide desde el aire en un bloque de vidrio de índice 1.6 como indica la figura. Si la luz está linealmente polarizada a 30° con el plano de incidencia, calcular el estado de polarización y la intensidad (respecto a la intensidad incidente) de la luz que emerge por la cara opuesta del cubo.

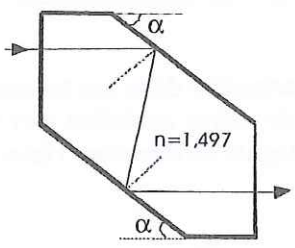


EXAMEN UPV 19/6/2013

50.- Una luz linealmente polarizada a 45° con el plano de incidencia entra en la cara de una varilla de vidrio de índice 1.618. El ángulo que forma con la normal es de 30° , como indica la figura. La otra cara de la varilla esta tallada formando un ángulo de 108° con el lado de la varilla. Calcular la intensidad y el grado de polarización de la luz que emerge de la varilla por su cara tallada.

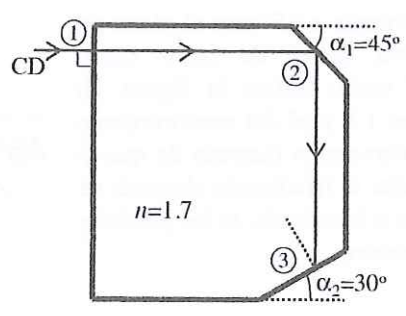


51.-. Calcular los posibles ángulos, α en la figura, para obtener luz circular a la salida, si el índice del bloque de vidrio es $n=1.497$ y: a) Si la luz incidente es lineal a 45° y b) elíptica ($\alpha=45^\circ, \delta=\pi/4$). c) En ambos casos, ¿qué ángulo le parece mejor?



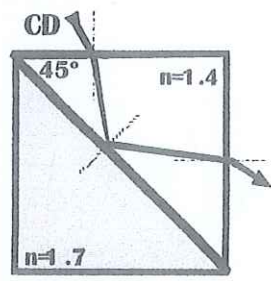
EXAMEN UPV 15/11/2013

52.- A un bloque de cristal que se utilizaba como pisapapeles se le han seccionado dos de sus vértices como consecuencia de una caída. Un haz de luz incide desde el aire por el extremo superior izquierdo del bloque; el haz se refleja en el borde superior derecho y sale del bloque al aire por el borde inferior, como indica la figura. Si la luz incidente está polarizada circularmente y el índice de refracción del vidrio es $n= 1.7$, calcular la intensidad del haz que emerge del bloque y su estado de polarización.



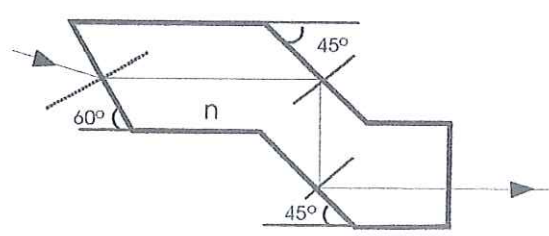
EXAMEN
UPV
14/01/2016

53.- Un haz de luz circular dextro incide desde el aire sobre la superficie de un bloque de vidrio que está formado por dos vidrios ópticos pegados, como indica la figura, y de índices 1.4 y 1.7. El haz que emerge por la parte derecha del bloque sale linealmente polarizado perpendicularmente al plano de incidencia. Si la intensidad incidente es I_0 , calcular la intensidad emergente.



54.- Disponemos de una fibra óptica de sección circular de abertura 0.575 y cuyo índice de refracción del núcleo es 1,7. El diámetro del núcleo de la fibra es $50\mu\text{m}$ y su longitud 1cm. Un rayo de luz polarizado circular dextro incide a la entrada de la fibra con el ángulo máximo permitido por la abertura de esta. a) Calcular el estado de polarización del rayo emergente por el otro extremo de la fibra. b) Calcular cual debiera ser el ángulo de incidencia del rayo a la entrada de la fibra para que la intensidad transmitida fuera máxima. En este caso calcular la intensidad del rayo transmitido y su estado de polarización.

55.- Un haz de luz polarizado linealmente de intensidad I_0 incide sobre un bloque de vidrio de índice n , como indica la figura. El haz sale por el otro extremo del bloque polarizado circularmente dextro. Calcular el índice del vidrio, el estado de polarización del haz lineal incidente y la intensidad a la salida.



3. i) a) Sean:
$$E_x = a_x e^{-i\delta_x} \cdot e^{-i\phi}$$

$$E_y = a_y e^{-i\delta_y} \cdot e^{-i\phi}$$

$$(\phi \equiv \omega t - kz)$$

\Rightarrow que el vector de Jones será:

$$|E\rangle = \underbrace{\sqrt{a_x^2 + a_y^2}}_{E_0} \cdot e^{-i\delta_x} |e\rangle = E_0 \cdot e^{-i\delta_x} \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix}}_{|e\rangle} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$(\delta \equiv \delta_y - \delta_x)$

Polinización remanente $\equiv \alpha = \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \approx 26.57^\circ$
 $\Rightarrow (\alpha, \delta) = (26.57^\circ, 0)$

Desfoc $\equiv \delta = 0$

Inclinación
 $\tan(2\psi) = \tan(2\alpha) \cos \delta \Rightarrow \psi = \alpha \approx 26.57^\circ$
 $\Rightarrow (\psi, \chi) = (26.57^\circ, 0)$

Elipticidad
 $\tan(2\chi) = \tan(2\alpha) \sin \delta \Rightarrow \chi = 0$

$J = \langle \vec{S} \rangle = \langle \vec{E} \wedge \vec{H} \rangle = \epsilon_0 \langle E^2 \rangle = \epsilon_0 \frac{E_0^2}{2} = \frac{\epsilon_0}{2} (2^2 + 1^2) = \frac{5}{2} \epsilon_0$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\chi & \cos 2\psi \\ \cos 2\chi & \sin 2\psi \\ \sin 2\chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 0 & \cos(2 \cdot 26.57^\circ) \\ \cos 0 & \sin(2 \cdot 26.57^\circ) \\ \sin 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.6 \\ 0.8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos(2 \cdot 26.57^\circ) \\ \sin(2 \cdot 26.57^\circ) \cos 0 \\ \sin(2 \cdot 26.57^\circ) \cdot \sin 0 \end{pmatrix}$$

VECTOR DE STOKES

ÓPTICA ELECTROMAGNÉTICA

ARIKETAK

A. ARIKETA

Describir el estado de polarización de la onda:

$$\vec{E} = E_0 (\hat{x} \cos(\omega t - kz) + \hat{y} \cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{4})).$$

Obtener la expresión de campo magnético y de la densidad de flujo.

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{1}\right) = 45^\circ$$

$$\delta = -\frac{\pi}{4}$$

$$\tan(2\zeta) = \tan(2\alpha) \cos\delta = 0 \Rightarrow 2\zeta = 90^\circ \Rightarrow \zeta = 45^\circ$$

$$\sin(2\chi) = \sin(2\alpha) \sin\delta \Rightarrow 2\chi = \delta \Rightarrow \chi = -\frac{\pi}{8} = -22,5^\circ$$

$$(\alpha, \delta) = (45^\circ, -\frac{\pi}{4}) \parallel ; (\zeta, \chi) = (45^\circ, -22,5^\circ) \parallel$$

Polarización elíptica levógira.

$$\vec{H} = (\hat{S} \times \vec{E}) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} = (\hat{k} \times \vec{E}) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} =$$

$$= \frac{\epsilon_0}{\mu_0} E_0 \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos(\omega t - kz) & \cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{4}) & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{-\epsilon_0}{\mu_0} E_0 \cdot (\cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{4}) \hat{x} - \cos(\omega t - kz) \hat{y}) \parallel$$

$$I = \langle S \rangle = \frac{1}{2} [\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^*] = -\frac{\epsilon_0^2}{2\mu_0^2} E_0^2 \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{k} \\ e^{i(\omega t - kz)} & e^{i(\omega t - kz - \frac{\pi}{4})} & 0 \\ e^{-i(\omega t - kz)} & e^{-i(\omega t - kz - \frac{\pi}{4})} & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= -\frac{\epsilon_0^2}{2\mu_0^2} E_0^2 (e^{i\frac{\pi}{4}} - e^{-i\frac{\pi}{4}}) = \frac{\epsilon_0^2}{\mu_0^2} E_0^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} i$$

2. ANÁLISIS

Obtener el vector de Jones del estado ortogonal al estado $\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ -i \end{bmatrix}$. Obtener los vectores de Stokes de los dos estados y situarlos en la esfera de Poincaré

$$|E\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ -i \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -i \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \cdot e^{-\frac{3\pi i}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) = 26,57^\circ \Rightarrow (\alpha, \delta) = (26,57, \frac{3\pi}{2})$$

$$\delta = \frac{3\pi}{2}$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,6 \\ 0 \\ -0,8 \end{pmatrix}$$

ORTOGONAL

$$(2, -i) \cdot (x, y) = 2x - iy = 0 \begin{cases} (-i) \\ 2 \\ (+1) \\ (-2i) \end{cases}$$

$$|E_{\perp}\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 1 \\ -2i \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{1}{5}} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 e^{-\frac{3\pi}{2}i} \end{bmatrix}$$

$$\alpha_{\perp} = \arctan\left(\frac{2}{1}\right) = 63,43^\circ \Rightarrow (\alpha_{\perp}, \delta_{\perp}) = (63,43^\circ, \frac{3\pi}{2})$$

$$\delta_{\perp} = \frac{3\pi}{2}$$

$$S_{\perp} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -0,6 \\ 0 \\ -0,8 \end{pmatrix}$$

3. ARICETA

- a) Determinar la irradiación y el estado de polarización, (α, δ) y (ξ, χ) , de las ondas representadas por los vectores de Jones siguientes.
- b) Obtener los vectores de Stokes correspondientes y representarlos en el esfera de Poincaré.

$$i) \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \sqrt{5} \begin{bmatrix} 2/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) = 26,57^\circ$$

$$\delta = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha, \delta) = (26,57^\circ, 0)$$

↳ LINEAL

$$S_i = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 1 & & & \\ \cos 2\alpha & & & \\ \sin 2\alpha \cos \delta & & & \\ \sin 2\alpha \sin \delta & & & \end{pmatrix} = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0,6 & & & \\ 0,8 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$$

$$0,6^2 + 0,8^2 = 1 \quad \checkmark$$

$$I_0 = S_0^2 = 5 \Rightarrow I = \frac{c\epsilon_0}{2} \cdot 5 //$$

$$ii) \begin{bmatrix} -1 \\ 2i \end{bmatrix} = \sqrt{5} \begin{bmatrix} -1/\sqrt{5} \\ 2i/\sqrt{5} \end{bmatrix} = \sqrt{5} \cdot \begin{bmatrix} -1/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} e^{i\pi/2} \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{2}{-1}\right) = -63,43^\circ$$

$$\Rightarrow (\alpha, \delta) = (-63,43^\circ, \frac{\pi}{2})$$

$$\delta = \frac{\pi}{2}$$

↳ ELÍPTICA DEXTRÓ

$$S_{ii} = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 1 & & & \\ \cos 2\alpha & & & \\ \sin 2\alpha \cos \delta & & & \\ \sin 2\alpha \sin \delta & & & \end{pmatrix} = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 1 & & & \\ 0,6 & & & \\ 0 & & & \\ -0,8 & & & \end{pmatrix}$$

$$iii) \begin{bmatrix} 1 \\ 2+3i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{13} e^{i56,31^\circ} \end{bmatrix}$$

$$|2+3i| = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{3}{2}\right) = 56,31^\circ$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{14}}\right) = 74,5^\circ \Rightarrow (\alpha, \delta) = (74,5^\circ, -56,31^\circ)$$

$$\delta = -56,31^\circ$$

↳ ELÍPTICA LEVO

$$\tan(2\chi) = \tan(2\alpha) \cos \delta = -0,333 \Rightarrow \chi = 170,78^\circ$$

$$\sin(2\chi) = \sin(2\alpha) \sin \delta = -0,4285 \Rightarrow \chi = 77,31^\circ$$

$$S_{in} = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 1 \\ -0,86 \\ -0,286 \\ 0,43 \end{pmatrix}$$

4. ARIZONA

a) Obtener la irradiación y el estado de polarización de las ondas representadas por los vectores de Stokes siguientes.

$$S_1 = 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1/3 \\ 2/3 \\ 0 \end{pmatrix} = 3 \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{5}/3 \\ 1/3 \\ 2/3 \\ 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} \frac{3-\sqrt{5}}{3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 1 \\ 1/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} \\ 0 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} \frac{3-\sqrt{5}}{3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \neq 1$$

$$I_T = 3, \quad I_P = \sqrt{5}, \quad I_N = 3 - \sqrt{5}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \alpha = 31,72^\circ \Rightarrow \text{LINEAL}$$

$$\sin 2\alpha \sin \delta = 0 \Rightarrow \delta = 0$$

$$S_2 = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 1/4 \\ 0 \\ 1/2 \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{5}}{4} \\ 1/4 \\ 0 \\ 1/2 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} \frac{4-\sqrt{5}}{4} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 1 \\ 1/\sqrt{5} \\ 0 \\ 2/\sqrt{5} \end{pmatrix} + (4-\sqrt{5}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16} \neq 1$$

$$I_T = 4, \quad I_P = \sqrt{5}, \quad I_N = 4 - \sqrt{5}$$

$$|E_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow E_0 = \sqrt{2}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45^\circ$$

$$\delta = 0$$

$$\tan(2\zeta) = \tan(2\alpha) \cos\delta = \infty \Rightarrow \zeta = \frac{\pi}{4}$$

$$\sin(2\chi) = \sin(2\alpha) \sin\delta = 0 \Rightarrow \chi = -\frac{\pi}{2}$$

$$S_1 = E_0^2 \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos\delta \\ \sin 2\alpha \sin\delta \end{pmatrix} = E_0^2 \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\chi \cos 2\zeta \\ \cos 2\chi \sin 2\zeta \\ \sin 2\chi \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|E_2\rangle = \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix} e^{i\varphi} = e^{i\frac{\pi}{4}} \sqrt{2} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = e^{i\frac{3\pi}{4}} \sqrt{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$\delta = \frac{3\pi}{2}$$

$$\tan(2\zeta) = \tan(2\alpha) \cos\delta = \infty \cdot 0 \rightarrow \text{IND}$$

$$\sin(2\chi) = \sin(2\alpha) \sin\delta = -1 \Rightarrow \chi = -\frac{\pi}{4}$$

$$\cos 2\chi \sin 2\zeta = \sin 2\alpha \cos\delta = 0 \Rightarrow \zeta = 0$$

$$S_2 = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$S_{\text{TOT}} = S_1 + S_2 = 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2-\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$1^2 + 1^2 \neq 2^2$

$$I_{\text{TOT}} = I_P + I_N = 2\sqrt{2} + 4 - 2\sqrt{2} = 4$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \alpha = 31,72^\circ$$

\Rightarrow ELÍPTICA

$$\sin(2\alpha) \cos \delta = 0 \Rightarrow \delta = \pi$$

5. ARIKETA

Queremos suponer coherentemente dos luces cuyo estado de polarización viene dado por los vectores de Jones $|E\rangle = |E_1\rangle + e^{i\varphi} |E_2\rangle$.

$$|E_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} ; |E_2\rangle = \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$$

Calcular φ para obtener la máxima intensidad.

Como la luz es coherente se suman las amplitudes.

$$|E\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + e^{i\varphi} \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - ie^{i\varphi} \\ 1 + e^{i\varphi} \end{pmatrix}$$

$$I_E = E^* E = (1 + ie^{-i\varphi}, 1 + e^{-i\varphi}) (1 - ie^{i\varphi}, 1 + e^{i\varphi}) =$$

$$= 1 + 1 + ie^{-i\varphi} - ie^{i\varphi} + 1 + e^{-i\varphi} + e^{i\varphi} + 1 =$$

$$= 4 + 2(\sin\varphi + \cos\varphi)$$

$$I_{\max} \Rightarrow \frac{dI}{d\varphi} = \cos\varphi - \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

$$\varphi_{\max} = \frac{\pi}{4}$$

Si la superposición fuera incoherente, calcular la intensidad resultante y su estado de polarización.

Como la superposición es incoherente no se pueden sumar las amplitudes y en este caso se suman las intensidades. Como los vectores de Jones expresan amplitudes debemos recurrir a los de Stokes que sí expresan la intensidad

$$S_{TOT}^P = 2I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = I \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix}$$

$$\cos 2\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\sin 2\alpha \cos \delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \delta = \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\sin 2\alpha \sin \delta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \delta = -\frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

$$\sin 2\alpha = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = \frac{7\pi}{8}$$

$$\cos 2\alpha \cos 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{4}$$

\Rightarrow Polarización elíptica levógiro

6. ARKETA

Obtener la irradiancia y el estado de polarización de la onda resultante de la superposición coherente de dos ondas de la misma irradiancia y frecuencia, una $L+45$ y la otra $L-45$, si las ondas están:

a) en fase

Superposición coherente \Rightarrow Sumamos vectores de Jones

$$|L_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad |L_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$|E_{TOT}\rangle = |L_+\rangle + |L_-\rangle e^{i\varphi}$$

$$\text{EN FASE} \Rightarrow \varphi = 0$$

$$|E_{TOT}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \sqrt{2} L_x \Rightarrow \text{POLARIZACIÓN LINEAL} \\ \text{— HORIZONTAL —}$$

$$I = 2I_0$$

b) en oposición

$$\text{EN OPPOSICIÓN} \Rightarrow \varphi = \pi$$

$$|E_{\text{tot}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \sqrt{2} L_y \rightarrow \text{POLARIZACIÓN LINEAL} \\ \text{- VERTICAL -}$$

$$(\alpha, \delta) = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) ; (\beta, \chi) = \left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$$

$$I = 2I_0$$

c) en cuadratura

$$\text{EN CUADRATURA } \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$|E_{\text{tot}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 + e^{-i\frac{\pi}{2}} \\ 1 - e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\pi}{4}} + e^{-i\frac{\pi}{4}} \\ e^{i\frac{\pi}{4}} - e^{-i\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{pmatrix} = \frac{2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} =$$

$$= e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\delta = -\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\tan(2\beta) = \tan(2\alpha) \cos\delta = 0 \Rightarrow \beta = 0$$

$$\sin(2\chi) = \sin(2\alpha) \sin\delta = -1 \Rightarrow \chi = \frac{-\pi}{4}$$

\Rightarrow Polarización circular levógiro //

$$I = \frac{1}{2} I_0 //$$

d) desfase de $\frac{\pi}{3}$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$$

$$|E_{\text{tot}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 + e^{-i\frac{\pi}{3}} \\ 1 - e^{-i\frac{\pi}{3}} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{6}} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\pi}{6}} + e^{-i\frac{\pi}{6}} \\ e^{i\frac{\pi}{6}} - e^{-i\frac{\pi}{6}} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{6}} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \\ i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \end{pmatrix} = \frac{2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{6}} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ e^{i\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{6}} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} =$$

$$\overset{\text{norm}}{1} = \frac{2}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/6} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ \frac{1}{2} e^{i\pi/2} \end{pmatrix}$$

$$\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6} = \alpha$$

$$\delta = -\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\tan(2\zeta) = \tan(2\alpha) \cos \delta = 0 \Rightarrow \zeta = 0$$

$$\sin(2\chi) = \sin(2\alpha) \sin \delta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \chi = 30^\circ$$

\Rightarrow Polarización elíptica levógira //

$$I = 2 I_0 //$$

7. ARIZONA.

Obtener la matriz de Jones del polarizador ($\zeta = \frac{\pi}{2}$, $\chi = \tan^{-1}(\frac{1}{2})$) y calcular la transmitancia de este filtro para una onda (...)

$$P = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & e^{i\delta} \sin \alpha \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix}$$

$$(\zeta, \chi) = \left(\frac{\pi}{2}, 26,57^\circ\right)$$

$$\cos(2\chi) \cos(2\zeta) = \cos(2\chi) = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha = 63,43^\circ$$

$$\cos(2\chi) \sin(2\zeta) = \sin(2\chi) \cos \delta = 0 \Rightarrow \delta = \frac{\pi}{2}$$

$$(\alpha, \delta) = \left(63,43^\circ, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$P = \begin{pmatrix} 0,2 & i \cdot 0,4 \\ -i \cdot 0,4 & 0,8 \end{pmatrix}$$

a) L_x

$$|L_x\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow |L_x'\rangle = \begin{pmatrix} 0,2 & i \cdot 0,4 \\ -i \cdot 0,4 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 \\ -i \cdot 0,4 \end{pmatrix}$$

$$I = I_0(0,2^2 + 0,4^2) = \frac{1}{5} I_0 // \Rightarrow \tau = \frac{1}{5} //$$

TRANSMITANCIA

b) L_y

$$|L_y\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |L_y^p\rangle = \begin{pmatrix} 0,2 & i0,4 \\ -i0,4 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i0,4 \\ 0,8 \end{pmatrix}$$

$$I = I_0(0,4^2 + 0,8^2) = \frac{4}{5} I_0 // \Rightarrow \tau = \frac{4}{5} //$$

c) $L_{\pm 45}$

$$|L_{\pm 45}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |L_{\pm 45}^p\rangle = \begin{pmatrix} 0,2 & i \cdot 0,4 \\ -i0,4 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,2 \pm 0,4i \\ -i0,4 \pm 0,8 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$I_+ = I_0 \cdot \left((0,2 + 0,4i)^2 + (-i0,4 + 0,8)^2 \right) \cdot \frac{1}{2} = I_0 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5} \right) = \frac{1}{2} I_0 //$$

$$I_- = I_0 \cdot \frac{1}{2} \left[(0,2 - 0,4i)^2 + (-i0,4 - 0,8)^2 \right] = I_0 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5} \right) = \frac{1}{2} I_0 //$$

d) CD

$$|CD\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \Rightarrow |CD^p\rangle = \begin{pmatrix} 0,2 & i0,4 \\ -i0,4 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0,2 + 0,4 \\ -0,4i - 0,8i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0,6 \\ -1,2i \end{pmatrix}$$

$$I = \frac{1}{2} I_0 \cdot (0,6^2 + 1,2^2) = \frac{9}{10} I_0 \rightarrow \tau = \frac{9}{10}$$

e) CL

$$|CL\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \Rightarrow |CL^p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0,2 & i0,4 \\ -i0,4 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0,2 - 0,4 \\ -i0,4 + 0,8i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -0,2 \\ 0,4i \end{pmatrix}$$

$$I = \frac{1}{2} I_0 (a_1^2 + a_2^2) = \frac{1}{10} I_0 \rightarrow \tau = \frac{1}{10}$$

No. Arizketa

Calcular la matriz de un polarizador elíptico general.

$$P = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & e^{i\delta} \sin \alpha \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix}$$

$$\bullet \cos(2X) \cos(2\mathcal{F}) = \cos(2\alpha) = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos^2 \alpha = (\cos(2X) \cos(2\mathcal{F}) + 1) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} (1 - \cos(2X) \cos(2\mathcal{F}))$$

$$\bullet \cos(2X) \sin(2\mathcal{F}) = \sin(2\alpha) \cos \delta$$

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha =$$

$$= \sqrt{(\cos(2X) \cos(2\mathcal{F}) + 1)(1 - \cos(2X) \cos(2\mathcal{F}))} =$$

$$= \sqrt{1 - \cos^2(2X) \cos^2(2\mathcal{F})}$$

$$\cos \delta = \frac{\cos(2X) \sin(2\mathcal{F})}{\sqrt{1 - \cos^2(2X) \cos^2(2\mathcal{F})}}$$

$$\sin \delta = \sqrt{1 - \cos^2 \delta} = \sqrt{1 - \frac{\cos^2(2X) \sin^2(2\mathcal{F})}{1 - \cos^2(2X) \cos^2(2\mathcal{F})}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1 - \cos^2(2X) \cdot (\cos^2(2\mathcal{F}) + \sin^2(2\mathcal{F}))}{1 - \cos^2(2X) \cos^2(2\mathcal{F})}} =$$

$$= \frac{\sin(2X)}{\sqrt{1 - \cos^2(2X) \cos^2(2\mathcal{F})}}$$

$$e^{\pm i\delta} = \cos \delta \pm i \sin \delta = g_{\pm}(X, \mathcal{F})$$

$$P = \begin{pmatrix} \frac{\cos(2X)\cos(2Z)+1}{2} & g_+(X,Z) \cdot \frac{\sqrt{1-\cos^2(2X)\cos(2Z)}}{2} \\ \frac{\sqrt{1-\cos^2(2X)\cos(2Z)}}{2} g_-(X,Z) & \frac{1-\cos(2X)\cos(2Z)}{2} \end{pmatrix}$$

13. ARICETA

Una luz cuyo vector de Stokes es $S = (3, 1, 0, \sqrt{3})$ atraviesa un dispositivo formado por los siguientes elementos. Calcular la intensidad a la salida y su estado de polarización.

Primero sacaremos el vector de Jones de la luz

$$S = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 0 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$1+3 \neq 9$$

Puede no ser

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 0 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \alpha = 30^\circ \\ \delta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ \end{matrix}$$

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ e^{-i\pi/2} \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -i/2 \end{pmatrix}$$

i) Deflector lineal $U_{\pi/2, Y}$

$$U_{\pi/2, Y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$$

$$|E'\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -1/2 \end{pmatrix} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

ii) Polarizador lineal a 60° , P_{60}

$$P_{60} = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & e^{-i\delta} \cos \alpha \sin \alpha \\ e^{i\delta} \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & \sqrt{3}/4 \\ \sqrt{3}/4 & 3/4 \end{pmatrix}$$

$$|E''\rangle = \begin{pmatrix} 1/4 & \sqrt{3}/4 \\ \sqrt{3}/4 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -1/2 \end{pmatrix} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{\sqrt{3}}{8} \\ \frac{3}{8} - \frac{3}{8} \end{pmatrix} = 0$$

\Rightarrow La parte polarizada de la luz no atraviesa el deflector.

Sin embargo la parte no-polarizada sí lo hace y como el deflector no tiene ningún efecto sobre ella, la luz resultante es, sencillamente, polarizada a 60°

$$|E_N\rangle = \begin{pmatrix} \cos 60 \\ \sin 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

iii) Un deflector lineal $U_{\pi/2, X}$

$$U_{\pi/2, X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$$

$$|E_N'\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\pi/2} \end{pmatrix}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\delta = -\frac{\pi}{2}$$

POLARIZACIÓN

ELÍPTICA

LEVÓGIRO

$$I = I_N = \frac{1}{3} I_0$$

b) Probar que el conjunto de los tres anteriores forme un polaredor.

Para que sea un polaredor, el conjunto debe:

- i) Transformar los aleatorios a polaredo \checkmark
- ii) Ser transparente a los dos ortogonales a los opaco.

En a) hemos visto que la $\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -i/2 \end{pmatrix}$ no es capaz de pasar. Su ortogonal será:

$$\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -i/2 \end{pmatrix}^* (x, y) = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{i}{2}y = 0 \Rightarrow \sqrt{3}x = -iy$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ +i\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Probemos ahora si será transparente para ello.

$$U_{\pi/2} \cdot P_{60} \cdot U_{\pi/2}^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & +i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/4 & \sqrt{3}/4 \\ \sqrt{3}/4 & 1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ +i\sqrt{3} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/4 & \sqrt{3}/4 \\ \sqrt{3}/4 & 1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ +\sqrt{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ +\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ i\sqrt{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i\sqrt{3} \end{pmatrix} \checkmark$$

c) Supongamos que el primer desfocador es un desfocador lineal a 45° que introduce un desfocamiento Δ . Calcular este desfocamiento Δ para que la transmitancia de todo el conjunto sea $\frac{2}{3}$.

$$\tau_{\text{TOT}} I_{\text{TOT}} = \tau_p I_p + \tau_N I_N \quad ; \quad I_p = 2; I_N = 1$$

Como a la luz natural los deflectores no le afectan la transmitancia no cambia, por lo que $\tau_N = \frac{1}{2}$ (?)

De modo que:

$$\frac{2}{3} \cdot 3 = \tau_p \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \Rightarrow \tau_p = \frac{3}{4}$$

Dado que los deflectores no afectan a la transmitancia, tan solo debemos considerar la orientación de la polarización respecto al polarizador, es decir:

$$\tau_p = \cos^2(60^\circ - \alpha) = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = 30^\circ, 90^\circ$$

Como antes hemos visto que la luz con $\alpha = 30^\circ$ y $\delta = \frac{\pi}{2}$ no pasa por el sistema, escogeremos $\alpha = 90^\circ$ es decir luz verticalmente polarizada para el cálculo, donde:

$$U_{A,45} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -i/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} e^{-iA} \cos^2 45 + \sin^2 45 & (e^{-iA} - 1) \sin 45 \cos 45 \\ (e^{-iA} - 1) \sin 45 \cos 45 & e^{-iA} \sin^2 45 + \cos^2 45 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -i/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{e^{-iA} + 1}{2} & \frac{e^{-iA} - 1}{2} \\ \frac{e^{-iA} - 1}{2} & \frac{e^{-iA} + 1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -i/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$e^{-i\frac{A}{2}} \begin{pmatrix} \frac{e^{i\frac{A}{2}} + e^{-i\frac{A}{2}}}{2} & \frac{e^{i\frac{A}{2}} - e^{-i\frac{A}{2}}}{2} \\ \frac{e^{i\frac{A}{2}} - e^{-i\frac{A}{2}}}{2} & \frac{e^{i\frac{A}{2}} + e^{-i\frac{A}{2}}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -i/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$e^{-i\frac{\Delta}{2}} \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta}{2}) & i \sin(\frac{\Delta}{2}) \\ i \sin(\frac{\Delta}{2}) & \cos(\frac{\Delta}{2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -i/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$2 e^{-i\frac{\Delta}{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \cos(\frac{\Delta}{2}) + \sin(\frac{\Delta}{2}) \\ i\sqrt{2} \sin(\frac{\Delta}{2}) - i \cos(\frac{\Delta}{2}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\sqrt{3} \cos(\frac{\Delta}{2}) + \sin(\frac{\Delta}{2}) = 0 \Rightarrow \cos(\frac{\Delta}{2}) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\frac{\Delta}{2})$$

$$\frac{\Delta}{2} = 60^\circ \Rightarrow \Delta = 120^\circ //$$

14. AZIKETA

Una luz parcialmente polarizada $V = \frac{2}{3}$ la queremos analizar con un polarizador lineal. Con el polarizador en la dirección X la transmitancia es $\frac{1}{2}$. Colocamos el polarizador en la dirección Y obtenemos igualmente una transmitancia de $\frac{1}{2}$. Pero si colocamos el polarizador en la dirección 45° obtenemos una transmitancia de $\frac{1}{3}$. Encontrar las características de la luz incidente.

$$V = \frac{I_p}{I_p + I_N} = \frac{2}{3} \Rightarrow I_p = 2I_N \Rightarrow I = I_p + I_N = 3I_N$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_N = \frac{I}{3} \\ I_p = \frac{2I}{3} \end{cases}$$

1) POLARIZADOR EN X

$$\tau_x = \frac{\tau_p I_p + \tau_N I_N}{I_p + I_N} = \frac{\tau_p \cdot 2 + \frac{1}{2}}{3} = \frac{2}{3} \tau_p + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \tau_p = \frac{1}{2}$$

Cogeremos un vector de Jones para nuestra parte polarizada

$$|e\rangle = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ e^{-i\delta} \sin\alpha \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{P}_x |e\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ e^{-i\delta} \sin\alpha \end{pmatrix} = \cos\alpha$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \pm 45^\circ$$

2) POLARIZADOR EN Y

$$\tau_y = \frac{1}{2} \Rightarrow \tau_p = \frac{1}{2}$$

$$\hat{P}_y |e\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ e^{-i\delta} \sin\alpha \end{pmatrix} = e^{-i\delta} \sin\alpha \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha \pm 45 = \dots$$

3) POLARIZADOR EN 45°

$$r_{45^\circ} = \frac{r_p I_p + r_N I_N}{I_p + I_N} = \frac{r_p \cdot 2 + \frac{1}{2}}{3} = \frac{2}{3} r_p + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow r_p = \frac{1}{4}$$

$$P_{45} |e\rangle = \begin{pmatrix} \cos^2 45 & \sin 45 \cos 45 \\ \sin 45 \cos 45 & \sin^2 45 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} (\cos \alpha + e^{-i\delta} \sin \alpha) \\ \frac{1}{2} (\cos \alpha + e^{-i\delta} \sin \alpha) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{\cos \alpha + e^{-i\delta} \sin \alpha}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\left(\frac{\cos \alpha + e^{-i\delta} \sin \alpha}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2e^{-i\delta} \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$2e^{-i\delta} \cos \alpha \sin \alpha = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha=45^\circ} 2e^{-i\delta} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$e^{-i\delta} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \delta = 120^\circ$$

El estado de polarización de la parte polarizada de la onda incidente es

$$(\alpha, \delta) = (45^\circ, 120^\circ)$$

15. ANILITA

Un haz de luz aleatoria atraviesa en el siguiente orden un sistema.

a) Calcular el desfase δ para que la transmisión del dispositivo sea $\frac{1}{2}$

1.º Polarizador P_1 en el eje x

Como la luz es aleatoria, tan solo nos preocuparemos de que al salir de este polarizador, emerge con polarización lineal en el eje x ; es decir:

$$|E\rangle = \sqrt{\frac{I_0}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2.º Una lámina $\frac{\lambda}{4}$ con eje rápido 45°

Es decir un desfaseador $\frac{\pi}{2}$ en la dirección a 45°

$$U_{\frac{\pi}{2}}(45^\circ, 0^\circ) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(e^{-i\frac{\pi}{2}} + 1) & \frac{1}{2}(e^{-i\frac{\pi}{2}} - 1) \\ \frac{1}{2}(e^{-i\frac{\pi}{2}} - 1) & \frac{1}{2}(e^{-i\frac{\pi}{2}} + 1) \end{pmatrix}$$

$$U|E\rangle = \sqrt{\frac{I_0}{2}} \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-i & -i-1 \\ -i-1 & 1-i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{I_0}{2}} \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-i \\ -i-1 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{I_0}{2}} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

3.º) Una lámina desfaseadora que introduce un desfase φ con eje rápido x .

$$U_{\varphi, (0,0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$$

$$U_{\varphi, (0,0)} |E\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix} \sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -e^{-i\varphi} \frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \cdot \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -\frac{i}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$$

4°. Une lumière $\frac{\lambda}{4}$ orientée de φ comme la première

$$U_{\frac{\pi}{2}, (45^\circ, 0)} = \begin{pmatrix} \frac{1-i}{2} & -\frac{i+1}{2} \\ -\frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} \end{pmatrix}$$

$$U_{\frac{\pi}{2}, (45^\circ, 0)} = \sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} \frac{1-i}{2} & -\frac{i+1}{2} \\ -\frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{i}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} \end{pmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-i + (1+i)e^{i\varphi} \\ -1-i - (1-i)e^{i\varphi} \end{pmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\pi}{4}} + e^{+i\frac{\pi}{4} + i\varphi} \\ -e^{+i\frac{\pi}{4}} - e^{-i\frac{\pi}{4} + i\varphi} \end{pmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{-i(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})} \begin{pmatrix} e^{-i(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})} + e^{i(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})} \\ -e^{-i(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})} - e^{-i(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})} \end{pmatrix} = (\dots)$$

$$= -\sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{i(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4})} \begin{pmatrix} \sin(\frac{\varphi}{2}) \\ \cos(\frac{\varphi}{2}) \end{pmatrix}$$

5°. Un analyseur P_2 parallèle à P_1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{-i(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4})} \begin{pmatrix} \sin(\frac{\varphi}{2}) \\ \cos(\frac{\varphi}{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{I_0}{2}} e^{-i(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4})} \begin{pmatrix} \sin(\frac{\varphi}{2}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\tau_p = \frac{I_f}{I_0} = \frac{1}{2} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 1$$

$$\frac{\varphi}{2} = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = 180^\circ$$

b) Calculer le transmittance pour quelque φ

$$\tau_p = \frac{1}{2} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

16. ARIKETA

Una onda cuyo estado de polarización viene descrito por el vector de Stokes $S_1 = (1 \ 0 \ 1 \ 0)$, a través un desfaseador circular dextrógiro y se superpone incoherentemente con otra onda cuyo estado de polarización viene descrito por $S_2 = (1 \ -1 \ 0 \ 0)$. Si la onda resultante tiene un grado de polarización $V = 0,5$, calcular el desfase introducido por el desfaseador circular.

Superposición incoherente \Rightarrow se suman las intensidades

$$S_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\chi \cos 2\zeta \\ \cos 2\chi \sin 2\zeta \\ \sin 2\chi \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \zeta = \frac{\pi}{4} \\ \chi = 0 \end{matrix}$$

Como se trata de un desfaseador circular dextrógiro añadiré un desfase de $-\frac{\Delta}{2}$ a ζ , depende χ incorrecto.

Por lo que:

$$S_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos(\frac{\pi}{2} - \Delta) \\ \sin(\frac{\pi}{2} - \Delta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$S_1 + S_2 = \begin{pmatrix} 1 + 1 \\ \sin \Delta - 1 \\ \cos \Delta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} = \frac{\sqrt{(\sin \Delta - 1)^2 + \cos^2 \Delta}}{2} = \frac{1 + 1 - 2 \sin \Delta}{2} = 1 - \sin \Delta = 0,5$$

$$\Rightarrow \sin \Delta = 0,5 \Rightarrow \Delta = 30^\circ, 150^\circ$$

17. ARIKETA

Vne luz polarizada atraviesa en tres experimentos tres polarizadores distintos: lineal x , lineal a 45° y circular dextro. En todos los casos la intensidad de transmitida es la misma. Calcular el estado de polarización de la luz incidente.

Tomaremos un vector general de Stokes:

$$|E\rangle = \sqrt{I_0} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix}$$

1) LINEAL x

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \sqrt{I_0} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} = \sqrt{I_0} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} = \sqrt{I_0} \cos \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \cos^2 \alpha$$

2) LINEAL 45°

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \sqrt{I_0} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} = \sqrt{I_0} \begin{pmatrix} \frac{\cos \alpha + e^{-i\delta} \sin \alpha}{2} \\ \frac{\cos \alpha + e^{-i\delta} \sin \alpha}{2} \end{pmatrix} =$$

$$= \sqrt{I_0} \cdot \frac{\cos \alpha + e^{-i\delta} \sin \alpha}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$I_2 = \frac{\cos \alpha + e^{-i\delta} \sin \alpha}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\cos \alpha + e^{i\delta} \sin \alpha}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{1}{2} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2 \cos \delta \cos \alpha \sin \alpha) =$$

$$= \frac{1}{2} (1 + 2 \cos \delta \cos \alpha \sin \alpha)$$

2) CIRCULAR DEXTRO

$$\frac{1}{2} \sqrt{5} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sqrt{5} \begin{pmatrix} \cos \alpha + e^{-i\delta} i \sin \alpha \\ -i \cos \alpha + e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} =$$

$$\tau_3 = \frac{1}{4} (\cos \alpha + e^{-i\delta} i \sin \alpha, -i \cos \alpha + e^{-i\delta} \sin \alpha).$$

$$(\cos \alpha - e^{i\delta} i \sin \alpha, i \cos \alpha + e^{i\delta} \sin \alpha) =$$

$$= \frac{1}{4} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - i e^{i\delta} \cos \alpha \sin \alpha + i e^{-i\delta} \cos \alpha \sin \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - i e^{i\delta} \sin \alpha \cos \alpha + i e^{-i\delta} \sin \alpha \cos \alpha) =$$

$$= \frac{1}{4} (1 + 2 \sin \delta \cos \alpha \sin \alpha + 1 + 2 \sin \delta \cos \alpha \sin \alpha) =$$

$$= \frac{1}{2} (1 + 2 \sin \delta \cos \alpha \sin \alpha)$$

$$\tau_2 = \tau_3 \Rightarrow \sin \delta = \cos \delta \Rightarrow \delta = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$

$$\bullet \delta = \frac{\pi}{4}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha \sin \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$(2 \cos^2 \alpha - 1)^2 = (\sqrt{2} \cos \alpha \sqrt{1 - \cos^2 \alpha})^2$$

$$4 \cos^4 \alpha - 4 \cos^2 \alpha + 1 = 2 \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)$$

$$4 \cos^4 \alpha - 4 \cos^2 \alpha + 1 = 2 \cos^2 \alpha - 2 \cos^4 \alpha$$

$$6 \cos^4 \alpha - 6 \cos^2 \alpha + 1 = 0$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{12} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{6} \Rightarrow \alpha = 27, 37^\circ //$$

$$(\alpha, \delta) = (27, 37^\circ, 45^\circ) //$$

18. ARIKETA

Disponemos de una luz parcialmente polarizada ($\beta = \frac{\pi}{4}$, $\alpha = \frac{\pi}{8}$) y de tres dispositivos.

El primero es un desfasador $\Delta = \pi$ de efecto rápido L_{45} .

El segundo un desfasador $\Delta = \frac{\pi}{2}$ de efecto rápido circular leve.

El tercero un polarizador circular dextro.

Si la transmitancia total del sistema es $\tau = \frac{1}{4}$ calcular:

a) Grado de polarización de la luz.

$$I_0 = I_{op} + I_N$$

A la luz natural, solo le afectará (a la intensidad) el polarizador, donde: $I_N = \frac{1}{2} I_{N0} \Rightarrow \tau_N = \frac{1}{2}$

Para la parte polarizada utilizaremos el vector de Jones.

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} \quad \text{donde } E_0 = \sqrt{I_{op}}$$

$$\tan(2\beta) = \tan(2\alpha) \cos \delta = \infty \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\sin(2\beta) = \sin(2\alpha) \sin \delta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \delta = \frac{\pi}{4}$$

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

1) DESFASADOR

$$\Delta = \pi$$

L_{45}

$$U_{\pi(45;0)} = \underbrace{e^{-i\pi}}_{-1} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

2) DESFASADOR $\Delta = \frac{\pi}{2}$ CIRCULAR LEVO

$$U_{\frac{\pi}{2}, L} = U_{\frac{\pi}{2}, (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta}{2}) & -\sin(\frac{\Delta}{2}) \\ \sin(\frac{\Delta}{2}) & \cos(\frac{\Delta}{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

3) POLARIZADOR CIRCULAR DEXTRO

$$P_{(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})} = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & e^{i\delta} \sin \alpha \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} i \\ -\frac{1}{2} i & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_{(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})} \cdot U_{\frac{\pi}{2}, L} \cdot U_{\pi, 45} \cdot |E\rangle =$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} E_0 =$$

$$= \frac{1}{2} E_0 \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} E_0 \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -e^{-i\frac{\pi}{4}} + 1 \\ -e^{-i\frac{\pi}{4}} - 1 \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} e^{-i\frac{\pi}{8}} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -e^{-i\frac{\pi}{4}} + e^{i\frac{\pi}{4}} \\ -e^{-i\frac{\pi}{4}} - e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{8}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin(\frac{\pi}{8}) \cdot i \\ -\cos(\frac{\pi}{8}) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{8}} \begin{pmatrix} i \sin(\frac{\pi}{8}) - i \cos(\frac{\pi}{8}) \\ \sin(\frac{\pi}{8}) - \cos(\frac{\pi}{8}) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{8}} (\sin(\frac{\pi}{8}) - \cos(\frac{\pi}{8})) \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{8}} \left(\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \right) \begin{pmatrix} i/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\hat{\tau}_P = \frac{\left(\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \right)^2}{2} = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) - 2\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)}{2}$$

$$= \frac{1 - \cancel{\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)} - 2\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cancel{\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)}}{2} =$$

$$= \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$$

$$\hat{\tau} = \frac{1}{4} = \frac{\hat{\tau}_P I_P + \hat{\tau}_N I_N}{I_P + I_N} = \frac{\frac{2-\sqrt{2}}{4} I_P + \frac{1}{2} I_N}{I_P + I_N}$$

$$\left(\frac{2-\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{4} \right) I_P = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) I_N$$

$$\frac{1-\sqrt{2}}{4} I_P = -\frac{1}{4} I_N \Rightarrow (1-\sqrt{2}) I_P = -I_N$$

$$V = \frac{I_P}{I_P + I_N} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}-1} I_N}{\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} + 1 \right) I_N} = \frac{1}{1 + \sqrt{2} - 1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

b) La transmitancia si eliminamos el primer deflector.

Esto no afectará a lo que es natural: $\hat{\tau}_N = \frac{1}{2}$

$$P\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cdot U_{\left(\frac{\pi}{2}, L\right)} |E\rangle = \frac{1}{2} E_0 \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} E_0 \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - e^{-i\frac{\pi}{4}} \\ 1 + e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} \cdot \frac{1}{2} e^{-i\frac{\pi}{8}} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\pi}{8}} - e^{-i\frac{\pi}{8}} \\ e^{i\frac{\pi}{8}} + e^{-i\frac{\pi}{8}} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{2} e^{-i\frac{\pi}{8}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \\ \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{2} e^{-i \frac{\pi}{8}} \begin{pmatrix} 1(\sin(\frac{\pi}{8}) + \cos(\frac{\pi}{8})) \\ \sin(\frac{\pi}{8}) + \cos(\frac{\pi}{8}) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{-i \frac{\pi}{8}} (\sin(\frac{\pi}{8}) + \cos(\frac{\pi}{8})) \begin{pmatrix} i/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\gamma_P = \frac{(\cos(\frac{\pi}{8}) + \sin(\frac{\pi}{8}))^2}{2} = \frac{\cos^2(\frac{\pi}{8}) + 2\cos(\frac{\pi}{8})\sin(\frac{\pi}{8}) + \sin^2(\frac{\pi}{8})}{2}$$

$$= \frac{1 + \sin(\frac{\pi}{4})}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

$$\gamma = \frac{\gamma_P I_P + \gamma_N I_N}{I_P + I_N} = \frac{\frac{2 + \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2} - 1} + 1} = \frac{2 + \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1}{2(1 + \sqrt{2} - 1)}$$

$$= \frac{1 + 2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} + 1 //$$

Otro método

$$V = \frac{I_P}{I_P + I_N} = \frac{I_P}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_P = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0; I_N = I_0 - I_P = (1 - \frac{1}{\sqrt{2}}) I_0$$

$$\gamma = \frac{(\frac{2 + \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})) I_0}{I_0} = \frac{2 + \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{2\sqrt{2}}$$

19. ANÁLISIS

Se luz parcialmente polarizada $S_1 = (\frac{2}{3} S_1, S_2, 0)$ atraviesa un polarizador circular levógiro y se superpone incoherentemente con una luz S_2 lineal a -45° de intensidad I_2 .

a) Si el grado de polarización de la superposición es $V = \frac{1}{\sqrt{2}}$ calcule la intensidad de S_2 .

$$S_1 = \begin{pmatrix} 2/3 \\ S_1 \\ S_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_0 \cos 2\alpha \\ S_0 \sin 2\alpha \cos \delta \\ S_0 \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix}$$

$$\sin \delta = 0 \Rightarrow \delta = 0, \uparrow$$

$$\cos 2\alpha = \frac{S_1}{S_0} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{S_2}{S_1}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{S_2}{S_0}$$

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$P_{(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{2})} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -i\frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2}i & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_{(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{2})}|E\rangle = E_0 \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos \alpha + i \sin \alpha \\ -i \cos \alpha + \sin \alpha \end{pmatrix} = E_0 \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \alpha + i \sin \alpha) \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} = E_0 \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ e^{-i\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \tau_{P_n} = \frac{1}{2} \quad ; \quad \tau_{I_1} = \frac{2}{3} \quad ; \quad \tau_{N_1} = \frac{1}{2}$$

$$\tau_f = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow S'_1 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$P_{(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{2})}$$

$$S_2 \text{ lined } -45^\circ \Rightarrow (\alpha, \delta) = (-45^\circ, 0^\circ)$$

$$S_2 = I_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$S_f = S'_1 + S_2 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + I_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 + I_2 \\ 0 \\ -I_2 \\ -1/3 \end{pmatrix}$$

$$V = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} = \frac{\sqrt{I_2^2 + (\frac{1}{3})^2}}{I_2 + \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{I_2^2 + \frac{1}{9}}}{I_2 + \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{9I_2^2 + 1}}{9I_2 + 3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$I_2 = \frac{1}{3} //$$

5) Ahora, en lugar del polarizador circular tenemos un polarizador lineal rotante. Cuando el polarizador está a 60° se obtiene la intensidad máxima de la superposición incoherente: $I_{\text{max}} = \frac{11}{12}$. Calcule el estado de polarización y el grado de polarización de S_1 .

Polarizador lineal $60^\circ \Rightarrow (\alpha, \delta) = (60^\circ, 0)$

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$$

$$P(60^\circ, 0) = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$

$$P(60^\circ, 0) \cdot |E\rangle = \frac{E_0}{4} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{4} \begin{pmatrix} \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha \\ \sqrt{3} (\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha) \end{pmatrix} = \frac{E_0}{4} (\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha) \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} =$$

$$1 + 3 = 4 \Rightarrow \frac{1}{2} \Rightarrow = \frac{E_0}{2} (\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha) \begin{pmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

$$\tau_p = \frac{(\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha)^2}{2} = \frac{\cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha + 6 \sin \alpha \cos \alpha}{2} =$$

$$= \frac{3 - 2 \cos^2 \alpha + 3 \sin 2\alpha}{2} \quad (\text{no es útil})$$

Como la parte polarizada de S_1 lo está linealmente, $\tau_p = \cos^2(\gamma - \gamma_1)$, con lo que:

$$S_1' = \frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} (1 - V_1) + \cos^2(\gamma - \gamma_1) V_1 \right] |L_{60^\circ}\rangle$$

$$S_1' + S_2 = I_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1/2 \\ \sqrt{3}/2 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow I_{\text{max}} = I_1 + \frac{1}{3} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} (1 - V_1) + \cos^2(\theta - \theta_1) V_1 \right] + \frac{1}{3} = \frac{11}{12}$$

$$\theta_1 = 60^\circ = \theta \Rightarrow \cos^2(\theta - \theta_1) = 1$$

$$\frac{1}{2} (1 - V_1) + V_1 = \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{1}{2} V_1 = \frac{3}{8} \Rightarrow V_1 = \frac{3}{4}$$

Su estado de polarización al atravesar el polarizador que será determinado por el mismo donde: $(\alpha, \delta) = (60^\circ, 0^\circ)$

c) En lugar del polarizador hemos colocado un desfaseador circular. ¿qué desfases debe generar para que la luz de la superposición tenga el máximo y el mínimo grado posible de polarización respectivamente? ¿Cuáles son los grados de polarización de las superposiciones en ambos casos?

Los desfaseadores circulares no cambian x y y su efecto en θ es $\theta' = \theta \pm \frac{\Delta}{2}$

↑ LEVO
↓ DEXTRO

Por otro lado, sabemos que no tienen efecto sobre la luz natural, de modo que:

$$S_1 = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\theta_1 \\ \sin 2\theta_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad S_2 = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$S_1 + S_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{2}{3} \cos 2\theta_1 \\ \frac{1}{3} (2\sin 2\theta_1 - 1) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{1} = \sqrt{\frac{1}{9} (4\cos^2(2\theta_1) + 4\sin^2(2\theta_1) - 4\sin(2\theta_1) + 1)} = \sqrt{\frac{1}{9} (5 - 4\sin(2\theta_1))}$$

$$\frac{dV^2}{d\beta'} = -\frac{1}{9} \cdot 4 \cdot 2 \cos(2\beta') = 0 \quad \begin{cases} \beta' = \frac{\pi}{4} \\ \beta' = \frac{3\pi}{4} \end{cases} \quad (\beta = 60^\circ)$$

$$V_{\min} = \sqrt{\frac{1}{9} (5 - 4 \sin(\frac{\pi}{2}))} = \frac{1}{3} \quad ; \quad A = \frac{\pi}{12}, \quad \Delta = \frac{27\pi}{12} //$$

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{1}{9} (5 - 4 \sin(\frac{3\pi}{4}))} = 1 \quad ; \quad \Delta = \frac{5\pi}{12} \quad ; \quad \Delta = \frac{17\pi}{12} //$$

20. ARIKETA

La luz $S = (2 \ 0 \ \frac{2}{3} \ \frac{4}{3})$ se obtiene de la superposición incoherente de dos luzes totalmente polarizadas, una circular dextrógira y la otra desconocida. Calcular la intensidad de ambas y el estado de polarización de la desconocida.

Circular dextrógira $\Rightarrow (\alpha, \delta) = (45^\circ, 90^\circ)$

$$S_1 = I_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad S_2 = I_2 \begin{pmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix}$$

$$S_1 + S_2 = \begin{pmatrix} I_1 + I_2 \\ I_2 s_1 \\ I_2 s_2 \\ I_1 + I_2 s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2/3 \\ 4/3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} S_1 = 0 \Rightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{4} \\ S_2 > 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$I_2 \cos \delta = \frac{2}{3}$$

$$I_2 \cos \delta = \frac{2}{3}$$

$$I_1 + I_2 = 2$$

$$I_1 + I_2 \sin \delta = \frac{4}{3} \quad \left. \vphantom{I_1 + I_2 = 2} \right\} I_2 (1 - \sin \delta) = \frac{2}{3}$$

$$1 - \sin \delta = \cos \delta \Rightarrow 1 - \sin \delta = \sqrt{1 - \sin^2 \delta} =$$

$$\sqrt{(1 - \sin \delta)(1 + \sin \delta)} = 1 - \sin \delta \Rightarrow 1 + \sin \delta = 1 - \sin \delta$$

$$2 \sin \delta = 0 \Rightarrow \delta = 0, \pi \xrightarrow{+} \delta = 0$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{4}{3} // \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3} // \quad (\alpha_2, \delta_2) = (\frac{\pi}{4}, 0^\circ) //_{15}$$

22. ARKETA

Superponemos de forma incoherente una luz lineal γ de intensidad unidad y una luz lineal a 45° .
 La superposición atraviesa un polarizador lineal x con una transmitancia $\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.

a) Calcular la intensidad, estado de polarización y grado de polarización de la superposición.

$$\text{lineal } \gamma \Rightarrow (\alpha, \delta) = (90^\circ, 0^\circ)$$

$$\text{lineal } 45^\circ \Rightarrow (\alpha, \delta) = (45^\circ, 0^\circ)$$

$$S_\gamma = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \wedge \quad S_{45^\circ} = I_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P_{(0,0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; |E_1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; |E_2\rangle = \sqrt{I_2} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

El polarizador no dejará pasar nada de la luz polarizada en γ y solo dejará pasar la mitad de la luz a 45° , por lo

$$\text{que: } I_f = \frac{I_{45}}{2}$$

$$\tau = \frac{I_f}{I_{45} + I_\gamma} = \frac{\frac{I_{45}}{2}}{I_{45} + 1} = \frac{I_{45}}{2I_{45} + 2} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 2} \Rightarrow I_{45} = \sqrt{3}$$

$$S_{\text{TOT}} = S_\gamma + S_{45} = \begin{pmatrix} 1 + \sqrt{3} \\ -1 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{3} - 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$1 + 3 \neq (1 + \sqrt{3})^2$$

$$= 2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1/2 \\ \sqrt{3}/2 \\ 0 \end{pmatrix} + (\sqrt{3}-1) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\cos 2\alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$\cos \delta = 1 \Rightarrow \delta = 0^\circ \Rightarrow (\alpha, \delta) = (60^\circ, 0^\circ)$$

Lineal a 60°

$$I = 2 + \sqrt{3} - 1 = 1 + \sqrt{3}$$

$$V = \frac{I_p}{I_p + I_s} = \frac{2}{1 + \sqrt{3}}$$

b) Antes de incidir en el polarizador la luz superpuesta, colocamos un deflector circular levógiro y la intensidad transmitida es la misma del apartado a), calcular el deflexe introducido.

$$P_x \cdot U_\Delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta}{2}) & -\sin(\frac{\Delta}{2}) \\ \sin(\frac{\Delta}{2}) & \cos(\frac{\Delta}{2}) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta}{2}) & -\sin(\frac{\Delta}{2}) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_x U_\Delta |L_v\rangle = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta}{2}) & -\sin(\frac{\Delta}{2}) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\frac{\Delta}{2}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P_x U_\Delta |L_{45}\rangle = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Delta}{2}) & -\sin(\frac{\Delta}{2}) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \cdot \sqrt{3} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{3} (\cos(\frac{\Delta}{2}) - \sin(\frac{\Delta}{2})) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_{1,f} = \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$

$$I_{2,f} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\cos\left(\frac{\Delta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\Delta}{2}\right) \right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} (1 - \sin \Delta)$$

$$\eta = \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} (1 - \sin \Delta)}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2 + 2\sqrt{3}}$$

$$2 \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) + \sqrt{3} - \sqrt{3} \sin(\Delta) = \sqrt{3}$$

$$2 \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) - \sqrt{3} \sin(\Delta) = 0$$

$$\sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\Delta) \Rightarrow \Delta = 120^\circ //$$

23. ARIZKETA

Para obtener la luz natural disponemos de un difusor y de dos luces parcialmente polarizadas. La primera es parcial lineal 45° con grado de polarización 0,6 y la segunda es parcial circular dextro y tiene una intensidad tres veces la primera.

Procedemos superponiendo incoherentemente a la primera de las luces la luz que sale del difusor cuando entra la segunda de ellas. Obtener las características del difusor, de la segunda luz y la intensidad de la luz aleatoria restante.

Como solo queremos luz natural, el difusor deberá transformar la segunda luz en L_{-45° para que pueda anularse con la primera L_{45° .

el polarizador lineal se coloca a 30° y vale $\tau_{\text{max}} = \tau_{30} = \frac{2}{3}$. Por último, cuando el polarizador rotante se coloca en posición x obtenemos $\tau_x = \frac{7}{12}$. Calcular el grado de polarización de la luz que se obtiene de la superposición incoherente.

$$\vec{S}_1 = I_1 \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{S}_2 = I_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -V_2 \end{pmatrix}$$

La parte polarizada de la segunda luz no sufrirá ningún cambio en la intensidad, por tener la misma orientación que el polarizador.

Por otro lado, la parte aleatoria verá su intensidad reducida a la mitad.

En el caso de la primera luz

$$P_{\left(\frac{\pi}{4} | \frac{\pi}{2}\right)} |E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{i}{2} \\ -\frac{i}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} = E_0 \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos \alpha + i \sin \alpha \\ -i \cos \alpha + \sin \alpha \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \alpha + i \sin \alpha) \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} = E_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\alpha} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\tau = \frac{1}{2}$$

De modo que la intensidad final será:

$$I_f = \frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{2} I_2 (1 - V_2) + V_2 I_2 = \frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{2} I_2 (1 + V_2)$$

$$\tau_{\text{ob}} = \frac{\frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{2} I_2 (1 + V_2)}{I_1 + I_2} = \frac{\frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{2} I_2 V_2}{I_0} = \frac{7}{12}$$

$$|e\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2}e^{-i\pi/2} \end{pmatrix}$$

$$U_{A,(\alpha,\delta)} \cdot |e\rangle = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2}e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$U_{\pi/2,(\pi/2,0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} \Rightarrow U|e\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2}e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2}e^{-i\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$S_{2p} = 3I_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ v_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{U_{\pi/2,(\pi/2,0)}} S_{2p}' = 3I_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -v_2 \end{pmatrix}$$

$$S_{1p} = I_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ v_1 \\ 0 \end{pmatrix} = I_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0,6 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$S_{1p} + S_{2p} = I_1 \begin{pmatrix} 1+3 \\ 0 \\ 0,6-v_2 \cdot 3 \\ 0 \end{pmatrix} = I_1 \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow 0,6 - v_2 \cdot 3 = 0$$

$$v_2 = 0,2 //$$

$$\hookrightarrow I_p = 4 I_1 //$$

24. ARIZKETA

Superponiendo incoherentemente luz lineal completamente polarizada y circular levógira parcialmente polarizada obtenemos una intensidad de I_0 . Al atravesar este luz un polarizador leve, obtenemos una transmitancia $T_{cu} = \frac{7}{12}$. Utilizando un polarizador lineal rotante obtenemos una transmitancia máxima cuando

Como nos dicen que si pasara por un polarizador lineal rotante obtendríamos el máximo de transmisión en 30° , se luz linealmente polarizada debe estarlo a 30° (la primera)
De modo que la intensidad resultante será:

$$P_{(30^\circ, 0)} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$$

$$P_{(30^\circ, 0)} \cdot |E\rangle = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/2} \\ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{3} - e^{-i\pi/2} \\ 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} =$$

$$(\sqrt{3} - e^{-i\pi/2}, 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-i\pi/2}) (\sqrt{3} - e^{i\pi/2}, 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} e^{i\pi/2}) =$$

$$= 3 - \sqrt{3}(e^{-i\pi/2} + e^{i\pi/2}) + 1 + 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}(e^{-i\pi/2} + e^{i\pi/2}) + \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{16}{3} - \sqrt{3} 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{\sqrt{3}} 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{4} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} \left((\sqrt{3} - e^{-i\pi/2}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \right. \\ \left. (1 - \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-i\pi/2}) \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

$$\mathcal{N}_{30^\circ} = \frac{1}{2}$$

$$I_f = I_1 + I_2 \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} + I_2 (1 - \sqrt{2}) \cdot \frac{1}{2} = I_1 + I_2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\mathcal{N}_{30} = \frac{I_1 + I_2 \cdot \frac{1}{2}}{I_1 + I_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow I_1 \frac{1}{3} = I_2 \cdot \frac{1}{6}$$

$$I_1 = I_2 \cdot \frac{1}{2}$$

Por último, si consideramos el polarizador lineal en X.

Como se trata de un polarizador lineal:

$$I_1' = I_1 \cos^2(\theta - \theta') = I_1 \cdot \frac{3}{4}$$

y la luz circularmente polarizada ve reducida su intensidad a la mitad por lo que tenemos:

$$I_f = I_1 \cdot \frac{3}{4} + I_2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\tau_x = \frac{I_1 \cdot \frac{3}{4} + I_2 \cdot \frac{1}{2}}{I_1 + I_2} = \frac{7}{12} \Rightarrow I_1 = \frac{I_2}{2}$$

$$I_1 + I_2 = I_0 \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{1}{3} I_0 \\ I_2 = \frac{2}{3} I_0 \end{cases}$$

$$\tau_{cu} = \frac{\frac{1}{2} I_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} I_0 \cdot V_2}{I_0} = \frac{7}{12} \Rightarrow \frac{1}{3} V_1 = \frac{1}{12} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{4} //$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1}{3} I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{4} \end{pmatrix} =$$

$$= I_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3} \cos 2\alpha \\ \frac{1}{3} \sin 2\alpha \\ -\frac{1}{6} \end{pmatrix} \Big|_{\alpha=30^\circ} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{6} \end{pmatrix} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1/6 \\ \sqrt{3}/6 \\ -1/6 \end{pmatrix}$$

$$V = \frac{\sqrt{(\frac{1}{6})^2 + (\frac{1}{6})^2 + \frac{3}{6^2}}}{1} = \frac{\sqrt{5}}{6} //$$

$$S = I_0 \cdot \begin{pmatrix} \sqrt{5}/6 \\ 1/6 \\ \sqrt{3}/6 \\ -1/6 \end{pmatrix} + I_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 - \frac{\sqrt{5}}{6} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = I_0 \frac{\sqrt{5}}{6} \begin{pmatrix} 1 \\ 1/\sqrt{5} \\ \sqrt{3}/\sqrt{5} \\ -1/\sqrt{5} \end{pmatrix} + (1 - \frac{\sqrt{5}}{6}) I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \alpha = 31,72^\circ$$

$$\sin 2\alpha \cos \delta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \Rightarrow \delta = \pm 30^\circ \stackrel{\sin \delta < 0}{\Rightarrow} \delta = -30^\circ$$

$$\Rightarrow (\alpha, \delta) = (31,72^\circ, -30^\circ) //$$

Si posteriormente colocamos una lámina defasadora delante del polarizador rotante, obtenemos que la transmitancia se invierte pero las direcciones a 30° y X de tal forma que $\tau_{\text{ex}} = \frac{2}{3}$ y $\tau_{30} = \frac{7}{12}$.

Calcular las características del defasador

Como en este caso τ_x pasa a ser τ_{30} y viceversa, el defasador deberá pasar de uno a otro:

$$\begin{array}{l} L_x \longrightarrow L_{30} \\ L_{30} \longrightarrow L_x \end{array} \Rightarrow \frac{\Delta}{2} = 30^\circ \Rightarrow \Delta = 60^\circ$$

Por lo que deberá quitar 30° de desfase a la luz inicialmente polarizada en X

ÓPTICA ELECTROMAGNÉTICA

34. AIZIKETA

Obtener el grado de polarización de la luz reflejada y transmitida, si un haz de luz aleatoria incide sobre una superficie aire-vidrio ($n=1,54$) bajo una incidencia de 30° .

$$V_R = \frac{R_\perp - R_\parallel}{R_\perp + R_\parallel}$$

$$R_\perp = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$R_\parallel = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

Snell:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \Rightarrow \sin \theta_t = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i$$

$$\theta_t = \arcsin \left[\frac{1}{1,54} \sin 30^\circ \right] = 18,95^\circ$$

$$R_\perp = 0,064, \quad R_\parallel = 0,029 \Rightarrow V_R = 0,38$$

$$V_T = \frac{T_\parallel - T_\perp}{T_\perp + T_\parallel}$$

$$T_\perp = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,935 \quad T_\parallel = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = 0,971$$

$$V_T = 0,019$$

35. AIZIKETA

Un haz de luz cuyo estado este definido por el vector de Stokes $S = (1 \ 1/2 \ \sqrt{3}/2 \ 0)$ incide desde el aire en incidencia de Brewster sobre una lámina de vidrio de caras paralelas e índice 1,6. Calcular el estado de polarización y la intensidad de la luz transmitida por la lámina.

Obtenemos primero el estado de polarización de la onda incidente

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \alpha &= 30^\circ \\ \delta &= 0^\circ \end{aligned}$$

Sabemos que el estado de polarización de la onda transmitida está definido por:

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i}$$

Como el ángulo de incidencia es el Brewster:

$$\tan \theta_i = \frac{n_2}{n_1} = 1,6 \Rightarrow \theta_i = 58^\circ$$

y utilizando la ley de Snell

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \Rightarrow \theta_t = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right) = 32,01^\circ$$

De modo que sustituyendo esta información

$$\alpha_t = \arctan\left(\frac{\tan 30^\circ}{\cos(58 - 32,01)} e^0\right) = 32,71^\circ$$

Puesto que la luz incidente está polarizada linealmente ($\delta_i = 0$) la luz transmitida también lo estará, de modo que $(\alpha_t, \delta_t) = (32,71^\circ, 0^\circ)$

Por otro lado, para el cálculo de la intensidad

sabemos que $\phi_t = \mathcal{T} \cdot \phi_i$

$$\mathcal{T} = \mathcal{T}_\perp \cdot \cos^2 \alpha_i + \mathcal{T}_\parallel \cdot \sin^2 \alpha_i = 0,8 \cdot \frac{3}{4} + 1 \cdot \frac{1}{4} = 0,8575$$

$$\mathcal{T}_\parallel = \frac{\sin(2\theta_i) \sin(2\theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cdot \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = 1$$

$$\mathcal{T}_\perp = \frac{\sin(2\theta_i) \sin(2\theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,81$$

$$\Rightarrow \phi_t = 0,8575 \phi_i \text{ W/m}^2$$

36. ARIZKETA

Una onda plana linealmente polarizada incide desde el aire sobre una lámina de vidrio tal que $r_{\perp} = \sqrt{0,13}$ y $r_{\parallel} = 0,2$.

a) Calcular el ángulo de polarización incidente (ocinutal) para que la onda reflejada esté polarizada a 45° con el plano de incidencia.

$$\tan \alpha_r e^{-i\delta_r} = \frac{R_{\parallel}}{R_{\perp}} = \frac{A_{\parallel} r_{\parallel}}{A_{\perp} r_{\perp}} = \frac{r_{\parallel}}{r_{\perp}} \tan \alpha_i e^{-i\delta_i} = 1$$

$$1 = \frac{0,2}{\sqrt{0,13}} \tan \alpha_i \Rightarrow \alpha_i = 61^{\circ}$$

$$(\alpha_i, \delta_i) = (61^{\circ}, 0^{\circ}) ; (\alpha_r, \delta_r) = (45^{\circ}, 0^{\circ})$$

b) Calcular el valor de la transmitancia

$$R_{\perp} + T_{\perp} = 1 \Rightarrow T_{\perp} = 1 - R_{\perp} = 1 - (r_{\perp})^2 = 0,87$$

$$R_{\parallel} + T_{\parallel} = 1 \Rightarrow T_{\parallel} = 1 - R_{\parallel} = 1 - (r_{\parallel})^2 = 0,96$$

$$T = T_{\perp} \cos^2 \alpha_i + T_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,9388$$

c) Calcular el efecto de polarización de la luz transmitida si el cociente entre la tangente del ángulo de refracción y la tangente del ángulo de incidencia es 0,613.

$$\frac{\tan \theta_t}{\tan \theta_i} = 0,613$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{t_{\parallel}}{t_{\perp}} \tan \alpha_i e^{-i\delta_i} = \sqrt{\frac{\tau_{\parallel}}{\tau_{\perp}}} \tan \alpha_i$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{\tan \theta_i}{\tan \theta_t} t_{\parallel}^2 \Rightarrow t_{\parallel} = \sqrt{\tau_{\parallel} \frac{\tan \theta_t}{\tan \theta_i}}$$

$$\alpha_t = 62,18^{\circ}$$

$$\tau_{\perp} = \frac{\tan \theta_i}{\tan \theta_t} t_{\perp}^2 \Rightarrow t_{\perp} = \sqrt{\tau_{\perp} \frac{\tan \theta_t}{\tan \theta_i}}$$

$$\delta_t = 0^{\circ}$$

37. AZIKETA

Determinar el estado de polarización de la luz reflejada en la reflexión total interna en la superficie vidrio-aire ($n=1,51$) con un ángulo de incidencia 1,2 veces el del ángulo límite y una luz incidente polarizada a 45° con el plano de incidencia.

Ángulo límite

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \rightarrow \theta_2 = 90^\circ$$

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \theta_c = 41,81^\circ$$

$$\theta_i = 1,2 \theta_c \Rightarrow \theta_i = 50,172^\circ$$

$$(\alpha_i, \delta_i) = (45^\circ, 0^\circ)$$

$$\tan \frac{\delta}{2} = \frac{\cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\sin^2 \theta_i} = 0,414 \Rightarrow \delta = 45^\circ$$

$$\alpha_r = \alpha_i = 45^\circ$$

38. AZIKETA

Para obtener luz polarizada utilizamos n láminas de vidrio colocadas paralelamente de índice 1,8 y separadas entre ellas por una pequeña capa de aire. La incidencia en la primera lámina es de Brewster. Si la luz incidente es aleatoria, calcular el grado de polarización del haz de luz cuando $n=4$.

$$V = \frac{1 - \tau_{\perp}^{2N}}{1 + \tau_{\perp}^{2N}} ; \tau_{\perp} = \frac{\sin(2\theta_i) \sin(2\theta_c)}{\sin^2(\theta_i + \theta_c)}$$

$$\theta_i = \theta_B = \arctan\left(\frac{1,8}{1}\right) = 60,95^\circ \Rightarrow \theta_c = 29,05^\circ$$

$$\tau_{\perp} = 0,9208 = 1 \quad V(N=4) = 0,8641 //$$

Calcular el número de láminas necesarias para que la polarización sea del 99%.

$$V = 0,99 \Rightarrow 0,99 + 0,99 \tau_{\perp}^{2N} = 1 - \tau_{\perp}^{2N} \Rightarrow \tau_{\perp}^{2N} = \frac{0,01}{1,99}$$

$$N = \frac{1}{2} \frac{\log\left(\frac{0,01}{1,99}\right)}{\log \tau_{\perp}} \Rightarrow 8,08 \approx 8 \Rightarrow N = 9 //$$

¿Cuál será la intensidad de la onda transmitida

$$\Phi_t = \tau \Phi_e = \tau_{\perp} \cos^2 \alpha_i + \tau_{\parallel} \sin^2 \alpha_i =$$

41. ARKETA

Un haz de luz circular dextro incide bajo el ángulo de Brewster sobre una de las caras de un prisma como indica la figura. Si el índice del prisma es 1,428, calcular la intensidad y el estado de polarización de la luz reflejada en la segunda cara del prisma.

$$(\alpha_i, \delta_i) = (45^\circ, 90^\circ)$$

$$\theta_i = \theta_B = \arctan\left(\frac{1,428}{1}\right) = 55^\circ$$

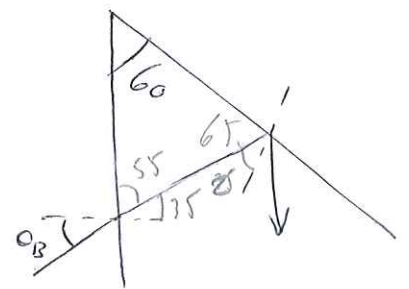
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad / \quad \theta_t = 90 - 55^\circ$$

$$\theta_e = \arcsin\left(\frac{n_i}{n_e} \sin \theta_i\right) = 35^\circ$$

$$\tau_{\perp} = \frac{\sin(2\theta_i) \sin(2\theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,8830$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{\sin(2\theta_i) \sin(2\theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = 1$$

$$\tan \alpha_e = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha_e = 46,78^\circ, \delta_e = 90^\circ$$



$$\theta_i' = 35^\circ$$

$$\tau = 0,8830 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$$

$$= 0,9415$$

$$\tan \alpha_r e^{-i\delta_r} = - \frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \tan \alpha_i e^{-i\delta_i} = -0,8444 e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_t = \arcsin \left(\frac{n_i}{n_t} \sin \theta_i \right)$$

$$\theta_t = 37,12^\circ$$

$$\alpha_r = 40,18^\circ$$

$$\delta_r = 90^\circ + 180^\circ = 270^\circ$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,056$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,046$$

$$R = R_{\perp} \cos^2 \alpha_i + R_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,051$$

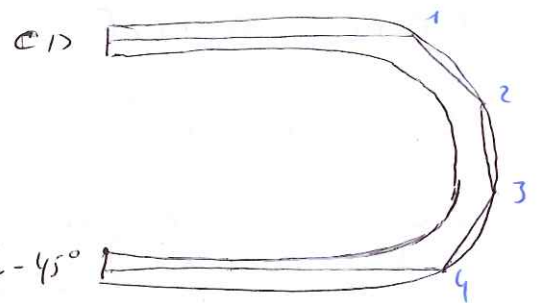
$$\phi_f = R T \phi_0 = 0,051 \cdot 0,9415 \cdot \phi_0 = 0,048 \phi_0$$

42. АРИКЕТА

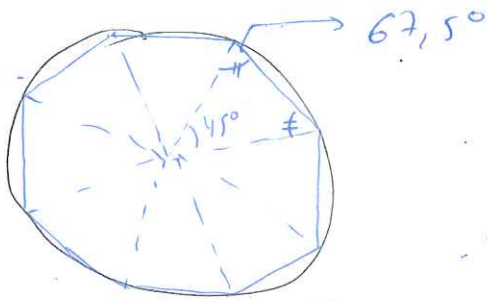
Una sección de una fibra óptica está doblada de como se muestra en la figura. Si por el extremo superior incide una luz polarizada circular dextro, calcular el índice de refracción de la fibra para que la luz emergente por el extremo sea lineal a -45° .

Como la reflexión es total α no cambiará en ningún momento y el desfase añadido en cada una de las reflexiones

$$\text{será } \tan \frac{\delta}{2} = \frac{\cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\sin^2 \theta_i}$$



lo que nos piden es: $(45^\circ, 90^\circ) \rightarrow (45^\circ, 180^\circ)$
 Por lo tanto debemos determinar n para ello.



Geométricamente se deduce que $\theta_i = 67,5^\circ$ para todas las reflexiones

$$\delta = 2 \arctan \left[\frac{\cos 67,5 \cdot \sqrt{\sin^2 67,5 - n^2}}{\sin^2 67,5} \right]$$

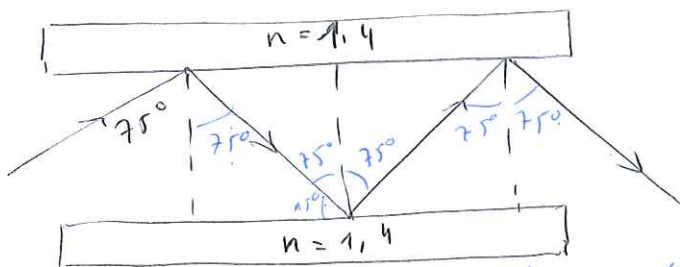
$$\delta_{\text{rot}} = 4 \delta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$-\left(\tan\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \frac{\sin^2 67,5}{\cos 67,5} \right)^2 + \sin^2 67,5 = n^2 = 0,8533$$

$$n = 0,9237 = \frac{n_c}{n_v} = \frac{1}{n_v} \Rightarrow n_v = 1,08 //$$

43. ARRICETA

Un haz de luz polarizado lineal a 50° entra en una guía de aire colocada entre dos lentes de vidrio de índice 1.4. El haz sufre tres reflexiones con un ángulo de incidencia 75° . Calcular la intensidad del haz a la salida y su estado de polarización.



Por geometría se sabe que el ángulo incidente siempre va a ser $\theta_i = 75^\circ$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Utilizaremos la ley de Snell

$$\theta_t = \arcsin\left(\frac{n_i}{n_e} \sin \theta_i\right) = 43,63^\circ$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,3517$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,1108$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{i\delta_i} = 1,06 \Rightarrow \alpha_{t1} = 46,68^\circ$$

$$\delta_{t1} = 0^\circ$$

$$\tau_{\perp}^1 = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,8852 = \tau_{\perp}^2$$

$$\tau_{\parallel}^1 = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = 0,9957 = \tau_{\parallel}^2$$

$$\tau_1 = \tau_{\perp}^1 \cos^2 \alpha_i + \tau_{\parallel}^1 \sin^2 \alpha_i = 0,9405$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{i\delta_i} = 1,125 \Rightarrow \alpha_{t2} = 48,36^\circ$$

$$\delta_{t2} = 0$$

$$\tau_2 = \tau_{\perp}^2 \cos^2 \alpha_{t1} + \tau_{\parallel}^2 \sin^2 \alpha_{t1} = 0,9437$$

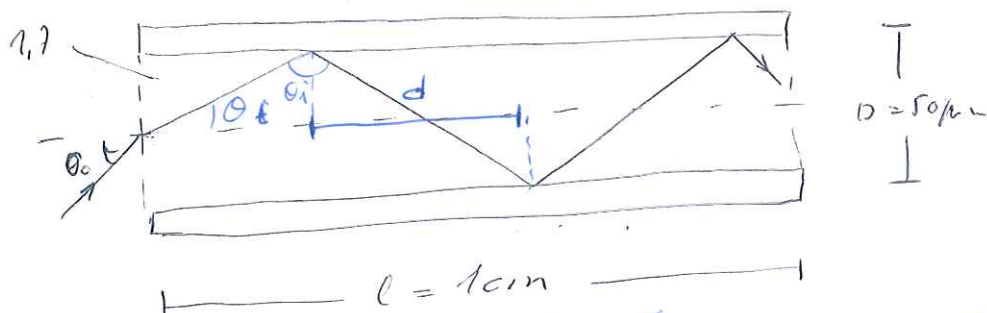
$$\phi_t = \tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \phi_0 = 0,8875 \phi_0$$

59. ARIKETA

Dizunemos de una fibra óptica de sección circular de abertura 0,175 y cuyo índice de refracción del núcleo es 1,7. El diámetro del núcleo de la fibra es 10 μm y su longitud 1 cm. Un rayo de luz polarizado

CP incide en la entrada con el ángulo máximo.

a) Calcular el estado de polarización del rayo emergente.



Sabemos por la teoría que, siendo θ_0 el ángulo límite debe cumplir lo siguiente:

$$n_0 \sin \theta_0 = \sqrt{n^2 - (n')^2} = \text{Apertura}$$

$$1 \cdot \sin \theta_0 = 0,572 \Rightarrow \theta_0 = 34,89^\circ$$

Utilizaremos la ley de Snell para conseguir θ_t

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_t = 19,66^\circ ; \theta_i = 70,34^\circ$$

Por otro lado, necesitamos saber la cantidad de reflexiones que habrá.

$$d = \frac{D}{\tan \theta_t} = 139,1 \mu\text{m} \Rightarrow \frac{l}{d} = 71,89 \approx 71$$

1. ENTRADA:

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} = 1,036 \cdot i \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_t = 46,02^\circ \\ \delta_t = 90^\circ \end{array} \right.$$

2. EN LA FIBRA

En el caso de la reflexión total α no sufre ningún cambio y cuando se trate de incidencia con ángulo límite δ también se mantiene invariable.

3. SALIDA:

↳ la última reflexión es impar

$$\text{En este caso } \theta_i = 19,77^\circ$$

y calculamos θ_t con la ley de Snell

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_t = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i\right)$$

$$\theta_t = 35,1^\circ$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} = 1,074 \cdot i \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_t = 47,06^\circ \\ \delta_t = 90^\circ \end{array} \right.$$

b) Calcular cuál debiera ser el ángulo de incidencia del rayo a la entrada de la fibra para que la intensidad transmitida fuera máxima.

La intensidad transmitida es máxima cuando la incidencia es normal donde

$$\tau_N = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = 0,9328$$

En este caso no habría reflexión y como $\theta_i = \theta_t = 0 \Rightarrow$ la polarización se mantendría invariable con lo que $(\alpha_t, \delta_t) = (45^\circ, 90^\circ)$ y la intensidad transmitida vendría dada

por:

$$\phi_t = \tau_N \cdot \overset{\text{salida}}{\tau_N} \cdot \phi_0 = 0,87 \phi_0$$

|
entrada

ÓPTICA ELECTROMAGNÉTICA EUSKETZA

A. ARIZETA

Al atravesar un desfocador circular y un polarizador P_{30} luz linealmente polarizada ($V=0,6$ $I=I_0$) pierde la mitad de intensidad. Si invertimos el orden de los dispositivos, la intensidad final es $0,35I_0$. Calcule el estado de polarización de la luz inicial y las características del desfocador.

1. PUNTASE $U_{\Delta, c} \rightarrow P_{30}$

Para la parte de luz aleatoria el desfocador no tiene ningún efecto en la intensidad y solo el polarizador la reducirá a la mitad.

$$I_f = \tau_N I_N + \tau_p I_p = \left[\frac{1}{2} (1-V) + \tau_p V \right] I_0 = \frac{1}{2} I_0$$

$$\tau_p = \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} (1-0,6) \right] \cdot \frac{1}{0,6} = \frac{1}{2}$$

Para la parte polarizada tenemos, por un lado, que al atravesar el desfocador circular $\beta' = \beta \pm \frac{\Delta}{2}$.

Al transferir de luz linealmente polarizada $\delta=0$ y $\beta = \alpha$, por lo que tras atravesar el desfocador seguirá estando linealmente polarizada.

Por otro lado, como tanto la luz incidente como el polarizador son lineales sabemos que la transmisión vendrá dada por $\tau = \cos^2(\beta' - 30^\circ)$

De modo que:

$$\tau = \frac{1}{2} = \cos^2\left(\beta \pm \frac{\Delta}{2} - 30^\circ\right) \Rightarrow$$

$$\beta \pm \frac{\Delta}{2} - 30^\circ = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\pi n \Rightarrow \beta \pm \frac{\Delta}{2} = \frac{5}{12}\pi + \frac{1}{2}\pi n$$

$$\beta \pm \frac{\Delta}{2} = 75^\circ, 165^\circ, 255^\circ, 345^\circ$$

Q. PONTASE $P_{30} \rightarrow U_{\Delta, C}$

En este caso también la luz natural sufrirá el mismo descenso en la intensidad, de modo que

$$T_p = \left[0,35 - \frac{1}{2}(1-0,6) \right] \cdot \frac{1}{0,6} = \frac{1}{4}$$

La luz polarizada, por el contrario, al atravesar el difusador no sufrirá ningún cambio en su intensidad, puesto que es circular y al pasar por el polarizador utilizaremos la misma expresión para la transmitancia $T = \cos^2(\zeta - 30)$

$$T = \frac{1}{4} = \cos^2(\zeta - 30) \Rightarrow$$

$$\zeta - 30 = 60^\circ + 60^\circ \cdot n \Rightarrow \zeta = 90^\circ + 60^\circ \cdot n = 90^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 270^\circ$$

y si lo comparamos con el resultado anterior:

$$\zeta = 90^\circ \rightarrow \Delta = -30^\circ, -210^\circ, 330^\circ, -210^\circ$$

$$\zeta = 150^\circ \rightarrow \Delta = -150^\circ, 30^\circ, 210^\circ, -330^\circ$$

ÓPTICA ELECTROMAGNÉTICA EXÁMENES

29-04-2015 D.1

Un haz de luz parcialmente polarizada ($V_0, \gamma=0, \chi=30^\circ$) se hace pasar a través de los siguientes tres dispositivos: una lámina $\frac{\lambda}{4} L_x$, una lámina $\frac{\lambda}{2} CD$, un polarizador P_{-60° , siendo la transmitancia total $\tau = \frac{5}{6}$.

a) Obtener el grado de polarización, V_0 , que presenta el haz al entrar en el sistema.

$$(\gamma, \chi) = (0, 30^\circ) \Rightarrow (\alpha, \delta) = (30^\circ, 90^\circ)$$

Haremos pasar el haz polarizado por todo el sistema

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ \frac{1}{2} e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix}$$

$$U_{\pi/2, X} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\pi}{2}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$U_{\pi, CD} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -2i \\ +2i & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_{-60^\circ} = \begin{pmatrix} 1/4 & -\sqrt{3}/4 \\ -\sqrt{3}/4 & 3/4 \end{pmatrix}$$

$$P_{-60^\circ} U_{\pi, CD} U_{\pi/2, X} |E\rangle = E_0 \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -i \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 \cdot \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i\sqrt{3} \\ -i \end{pmatrix} = E_0 \cdot \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 \cdot \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -1 - 3 \\ -\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \end{pmatrix} = E_0 \cdot \frac{-1}{8} \begin{pmatrix} 4 \\ -4\sqrt{3} \end{pmatrix} = E_0 \cdot \begin{pmatrix} 1/2 \\ -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \xrightarrow{L_{-60}}$$

$$(\alpha, \delta) = (-60^\circ, 0^\circ)$$

Es decir, finalmente la intensidad ^{no} se ha visto reducida ~~al $\frac{1}{8}$~~ para la parte polarizada.

Para la parte natural sabemos que los dispositivos no le afectarán, por lo que solo el polarizador tendrá efecto en la intensidad y lo hará reduciéndola

a) la mitad.

$$I_N' = \frac{1}{2} I_N \quad \wedge \quad I_P' = -I_P$$

$$I_N' = \frac{1}{2} I_0 (1 - V_0) \quad I_P' = I_0 V_0$$

$$\eta = \frac{I_N' + I_P'}{I_0} = \frac{\frac{1}{2} I_0 (1 - V_0) + I_0 V_0}{I_0} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} V_0 = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} V_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow V_0 = \frac{2}{3} //$$

b) Calcular la transmitancia si se intercambian las posiciones de los dos primeros dispositivos

$$P_{-60} U_{\pi/2, \times} U_{\pi, \text{KD}} (E) = E_0 \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -i \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ i\sqrt{3} \end{pmatrix} = E_0 \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 - \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ i\sqrt{3} \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 i \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 - 3 \\ -\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \end{pmatrix} = E_0 i \frac{1}{8} \begin{pmatrix} -2 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix} = E_0 \cdot \frac{i}{2} \begin{pmatrix} -1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

$$(\alpha, \delta) = (-60^\circ, 0^\circ)$$

La intensidad de la parte polarizada se verá reducida en un cuarto y la de la parte natural en una mitad; de modo que:

$$\eta = \frac{(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}) I_0}{I_0} = \frac{1}{3} //$$

ENERGÍA 2019 D.2

Un haz de luz linealmente polarizado a 30° atraviesa una lámina $\lambda/4$ con eje rápido a 60° . A continuación pasa por un polarizador lineal con eje de transmisión a 90° seguido por una lámina $\lambda/2$ con eje rápido 30°

a) Calcular el vector de Jones normalizado correspondiente al estado de polarización del luz a la salida del sistema.

$$|E\rangle = E_0 \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$U_{\pi/2, 60^\circ} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3-i & -\sqrt{3}(1+i) \\ -\sqrt{3}(1+i) & 1-3i \end{pmatrix} \quad P_{90^\circ} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$U_{\pi, 30^\circ} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$$

$$U_{\pi, 30^\circ} P_{90^\circ} U_{\pi/2, 60^\circ} |E\rangle = E_0 \frac{1}{16} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3-i & -\sqrt{3}(1+i) \\ -\sqrt{3}(1+i) & 1-3i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 \frac{1}{16} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3\sqrt{3}-i\sqrt{3}-\sqrt{3}-i\sqrt{3} \\ -3-3i+1-3i \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 \frac{1}{16} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -6i-2 \end{pmatrix} = E_0 \frac{1}{16} \begin{pmatrix} +6\sqrt{3}i+2\sqrt{3} \\ -6i-2 \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 3\sqrt{3}i+\sqrt{3} \\ -3i-1 \end{pmatrix} = E_0 \frac{3i+1}{8} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \end{pmatrix}$$

Como solo nos piden el normalizado podemos ignorar el primer denominador y considerar que por el último paso la polarización linealmente en Y directamente:

$$U_{\pi, 30^\circ} |e\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{-1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \end{pmatrix}$$

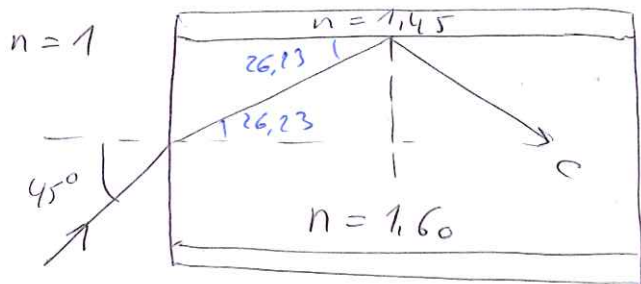
El de un $(\alpha, \delta) = (30^\circ, 180^\circ)$

b) ¿Y si fuera luz aleatoria?

El resultado sería el mismo, la única diferencia sería la intensidad. $I_N' = \frac{1}{2} I_N$ $I_P' = \frac{1}{4} I_P$

28-06-2012 D.1

Una onda L_{ys} entra en una fibra óptica en la dirección dada por el dibujo. Calcular la intensidad del rayo c y su estado de polarización.



1. TRANSICIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45^\circ, 0^\circ) \quad \theta_i = 45^\circ \quad \theta_t = 26,23^\circ$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha = 46,56^\circ \\ \delta = 0^\circ$$

$$r_{\perp} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,8845$$

$$r_{\parallel} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = 0,9867$$

$$r = r_{\perp} \cos^2 \alpha_i + r_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,9356$$

2. REFRACCIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (46,56^\circ, 0^\circ) \quad \theta_i = 83,77^\circ \quad \theta_t = 81,82^\circ$$

$$\tan \alpha_r e^{-i\delta_r} = -\frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \tan \alpha_i e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha = 42,5^\circ \\ \delta = 0^\circ$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,3006$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,2264$$

$$R = R_{\perp} \cos^2 \alpha_i + R_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,2615$$

La onda C tendrá
 $(\alpha, \delta) = (42,5^\circ, 0^\circ) //$

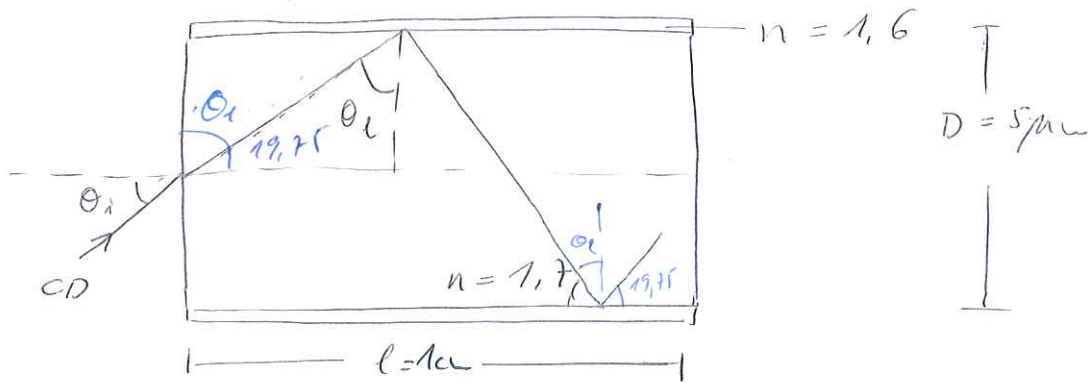
$$I = \mathcal{R} \cdot \mathcal{R} I_0 \Rightarrow I = 0,2447 I_0 //$$

21.-06-2016 D.2

tenemos una fibra óptica de 1cm de longitud y $5\mu\text{m}$ de diámetro. El índice de refracción del material es $n=1,7$ y el de la cubierta exterior $n=1,6$. Desde el eje entra luz CD , de tal forma que una vez en la cubierta la luz se refleja justo con el ángulo límite.

a) Calcule el ángulo de incidencia, cuántas reflexiones se van a dar en el interior de la fibra y el estado de polarización e intensidad de la luz de salida.

b) Si la luz entra desde el eje a la fibra en ángulo de Brewster, calcule de nuevo la intensidad y estado de polarización de la luz de salida.



Como θ_c es el ángulo límite $\theta_c = 90^\circ$ en ese punto, luego $\theta_i = \arcsin\left(\frac{1,6}{1,7} \sin 90^\circ\right) = 70,25^\circ$
 De modo que el ángulo de incidencia cuando entra a la fibra es $\theta_i = 35,06^\circ //$



$$\Rightarrow \tan \theta_c = \frac{r}{D} \Rightarrow r = 137,26 \mu\text{m} \Rightarrow \frac{l}{r} = 71,8 \approx 71 \text{ref} //$$

1. TRANSMISIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45^\circ, 90^\circ) \quad \theta_i = 35,06^\circ \quad \theta_t = 19,75^\circ$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha = 46,03^\circ \\ \delta = 90^\circ$$

$$T_{\perp} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,8956$$

$$T_{\parallel} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = 0,9627$$

$$T = \frac{T_{\perp} + T_{\parallel}}{2} = 0,9292$$

2. REFLEXIÓN (x75)

Al tratarse de una fibra óptica con incidencia en ángulo límite no habrá cambios en la intensidad ni en el estado de polarización

3. TRANSMISIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (46,03^\circ, 90^\circ) \quad \theta_i = 19,75^\circ \quad \theta_t = 35,06^\circ$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha = 47,06^\circ \\ \delta = 90^\circ$$

$$T_{\perp} = 0,8956$$

$$T_{\parallel} = 0,9627$$

$$T = T_{\perp} \cos^2 \alpha_i + T_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,9304$$

Finalmente

$$(\alpha, \delta)_t = (47,06^\circ, 90^\circ) //$$

$$I_t = T_1 \cdot R_2 \cdot T_3 I_0 \Rightarrow I_t = 0,8645 I_0 //$$

b) Si el ángulo de incidencia es el de Brewster
 $\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \theta_B = \theta_i = 59,53^\circ \quad \theta_t = 30,47^\circ$

1. TRANSMISIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45^\circ, 90^\circ) \quad \theta_i = 59,53^\circ \quad \theta_t = 30,47^\circ$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha = 48,84^\circ$$

$$\delta = 90^\circ$$

$$\tau_{\perp} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,7641$$

$$\tau_{\parallel} = 0$$

$$\tau = \tau_{\perp} \cos^2 \alpha_i = 0,3821$$

2. REFLEXIONES (x71)

$$(\alpha, \delta)_i = (48,84^\circ, 90^\circ) \quad \theta_i = 59,53^\circ \quad \theta_t = 66,71^\circ$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0212$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0074$$

$$R = R_{\perp} \cos^2 \alpha_i + R_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,0134$$

$R^{\perp} = 0 \Rightarrow$ No se transmitirá nada

ENERO 2019 D.3

Se ilumina un vidrio óptico ($n=1,44$) con luz parcialmente polarizada lineal a 60° con respecto a la normal al plano de incidencia y con un grado de polarización $V_0 = 0,85$. Calcular la reflectancia y el estado de polarización de la luz reflejada cuando $\theta_i = 40^\circ$.

Snell: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$

$$\theta_t = \arcsin\left(\frac{1}{1,44} \sin 40\right) \Rightarrow \theta_t = 26,51^\circ$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0647$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0109$$

Para la luz electriz tenemos

$$R_N = \frac{R_{\perp} + R_{\parallel}}{2} = 0,0378$$

Para la luz polarizada tenemos

$$R_p = R_{\perp} \cos^2 \alpha_i + R_{\parallel} \sin^2 \alpha_i \stackrel{\alpha=60^\circ}{=} 0,0244$$

$$\tan \alpha_r e^{-i\delta_r} = -\frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \tan \alpha_i e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha_r = 35,37^\circ$$

$$\delta_r = 180^\circ$$

Por lo que la luz reflejada vendrá dada por:

$$S_r = (1 - V_0) I_0 \begin{pmatrix} R_N \\ \frac{1}{2}(R_{\perp} - R_{\parallel}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + V_0 I_0 R_p \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha_r \\ -\sin 2\alpha_r \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= I_0 \begin{pmatrix} 0,00567 \\ 0,004035 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0,02074 I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0,3299 \\ -0,9440 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

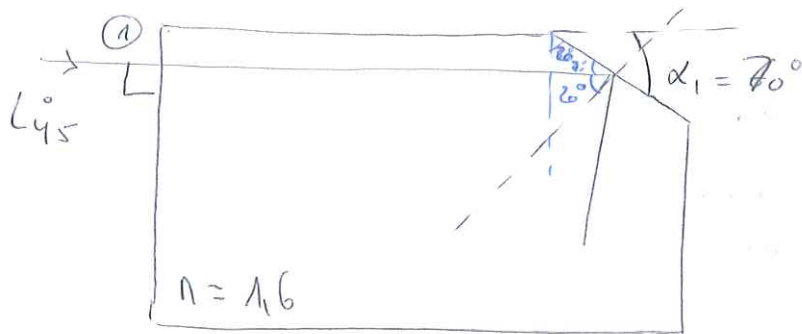
$$= I_0 \begin{pmatrix} 0,02641 \\ 0,01088 \\ -0,01957 \\ 0 \end{pmatrix} = I_0 \cdot 0,02239 \begin{pmatrix} 1 \\ 0,4859 \\ -0,8741 \\ 0 \end{pmatrix} + I_0 \cdot 0,004 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} = 0,848 // \quad \overset{so}{R} = 0,02641 // \quad (\alpha, \delta) = (30,45^\circ, 180^\circ) //$$

29-4-2015

D.4

Un haz de luz parcialmente polarizada (I_{45°, V_0) entra en un vidrio por el punto (A) en incidencia perpendicular; tras reflejarse en el punto (B) su grado de polarización es $V = \frac{1}{2}$. Calcular V_0



1. TRANSMISIÓN

Puesto que la incidencia es perpendicular para la parte polarizada $\alpha_t = \alpha_i$ y $\delta_t = \delta_i$ y la parte aleatoria sigue siendo aleatoria.

$$R_p = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = 0,9467$$

2. REFLEXIÓN

$$\text{SNELL: } \theta_t = \arcsin(1,6 \sin 20^\circ) = 33,18^\circ$$

$$(\alpha, \delta)_i = (45^\circ, 0^\circ) \quad \theta_i = 20^\circ \quad \theta_t = 33,18^\circ$$

$$R_\perp = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0811$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0307$$

Parte polarizada:

$$\tan \alpha_r e^{-i\delta_r} = -\frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \tan \alpha_i e^{-i\delta_i} \Rightarrow \begin{aligned} \alpha &= 31,61^\circ \\ \delta &= 110^\circ \end{aligned}$$

$$R_p = R_\perp \cos^2 \alpha + R_{\parallel} \sin^2 \alpha = 0,0559$$

Parte real

$$R_N = \frac{R_{\perp} + R_{\parallel}}{2} = 0,0559$$

$$V' = \frac{R_{\perp} - R_{\parallel}}{R_{\perp} + R_{\parallel}} = 0,45$$

$$S = I_0 \cdot (1 - V_0) \cdot T R_N \begin{pmatrix} 1 \\ V' \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + I_0 \cdot V_0 \cdot T R_r \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha_r \\ -\sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix} =$$

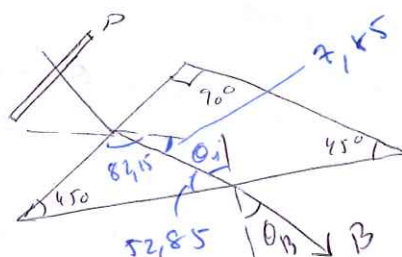
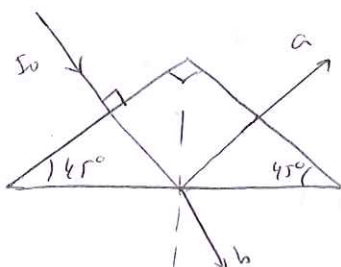
$$= I_0 \cdot T R \begin{pmatrix} 1 - V_0 + V_0 \\ (1 - V_0)0,45 + V_0 \cdot 0,45 \\ -0,89V_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V = \frac{\sqrt{0,45^2 + 0,89^2 V_0^2}}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_0 = 0,24$$

JUNIO 2019 D.S

Como se muestra en la figura de la izquierda, un haz de luz incide perpendicularmente sobre la cara lateral de un prisma triangular de vidrio. En la base del prisma, una parte se refleja y sale por la otra cara (rayo a) y otra parte se refracta (rayo b)

a) Si colocamos un polarizador lineal en el camino de la luz incidente (P) y giramos el prisma desde la posición de incidencia normal en el sentido contrario a las agujas del reloj, el haz a desaparece cuando el ángulo de salida del rayo b es $\theta_b = 52,85^\circ$.
¿Cómo está orientado el eje del polarizador? ¿Cuánto vale el índice de refracción del prisma?



Para que no se refleje nada de luz el ángulo de incidencia en la segunda cara debe ser el de Brewster y la polarización del luz al llegar ahí paralela al plano de incidencia, puesto que en incidencia de Brewster la reflexión sufre una polarización perpendicular al plano de incidencia.

$$\text{De modo que: } \theta_i = 90 - \theta_B = 37,15^\circ$$

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 = \frac{n_2}{\tan \theta_B} = 1,32 //$$

$$\text{y como } \begin{pmatrix} A \cos \alpha_i \\ A \sin \alpha_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{||} \\ A_{\perp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_t = 0$$

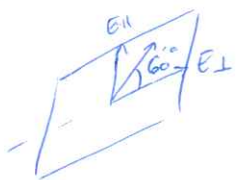
Con estos datos podemos conseguir la información de la primera transmisión

$$\text{Geométricamente } \Rightarrow \theta_t = 7,85^\circ \rightarrow \theta_i = 10,32^\circ$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha_i = 0$$

El polarizador debe ser lineal en x y estar desplazado $10,32^\circ$ respecto a la normal de la prisma.

b) Sin el polarizador, la luz que entra en la prisma tiene una intensidad I_0 y está parcialmente polarizada $V_0 = 0,5$, y el vector de polarización de la parte polarizada forma un ángulo $\Psi = 60^\circ$ con el plano de la figura. Calcular la intensidad, el estado de polarización y el grado de polarización del rayo a) cuando la luz entra en incidencia perpendicular.



$$\begin{pmatrix} \cos \alpha_i \\ \sin \alpha_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{||} \\ A_{\perp} \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_i = 60^\circ$$

1. TRANSMISIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (60^\circ, 0^\circ) \quad \theta_i = 90^\circ \rightarrow \text{incidencia normal}$$

PARTE POL.

$$\alpha_t = \alpha_i \quad \wedge \quad \delta_t = \delta_i$$

PARTE ALE.

Continúa aleatoria

$$\tau_N = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = 0,9810$$

2. REFLEXIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (60^\circ, 0^\circ) \quad \theta_i = 45^\circ \quad \theta_t = 68,97^\circ$$

PARTE POL:

$$\tan \alpha_r e^{-i\delta_r} = - \frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \tan \alpha_i e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha_r = 37,60^\circ \\ \delta_r = 0^\circ$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,1977$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0391$$

$$R_p = R_{\perp} \cos^2 \alpha_i + R_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,0788$$

PARTE ALE:

$$R_N = \frac{R_{\perp} + R_{\parallel}}{2} = 0,1184$$

$$V' = \frac{R_{\perp} - R_{\parallel}}{R_{\perp} + R_{\parallel}} = 0,6698$$

3. TRANSMISIÓN

Es igual a la primera transmisión por lo que $\tau = 0,9810$.

De modo que la luz final quedará como:

$$\vec{S} = I_0 \tau^2 \left[R_N (1-V) \begin{pmatrix} 1 \\ V' \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + R_p V \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$\underline{S} = I_0 \tau^2 \begin{pmatrix} 0,0592 + 0,0394 \\ 0,0396 + 0,0101 \\ 0 + 0,0381 \\ 0 + 0 \end{pmatrix} = I_0 \tau^2 \begin{pmatrix} 0,0986 \\ 0,0497 \\ 0,0381 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_a = \tau^2 \cdot 0,0986 I_0 \Rightarrow I_c = 0,0949 //$$

$$V = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \Rightarrow V = 0,635 //$$

$$\cos 2\alpha = \frac{0,0497}{0,0986} \Rightarrow (\alpha, \delta) = (29,87^\circ, 0^\circ) //$$

28-06-2012 D.8

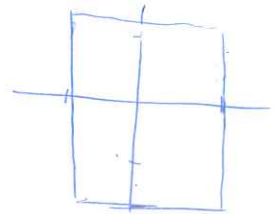
a) Calcular la intensidad y el estado de polarización de los tres siguientes ondas:

$$|E_1\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ e^{-i\delta} \sin \alpha \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} \cos(2\alpha) \cos(2\gamma) = \cos 2\alpha \\ \cos(2\alpha) \sin(2\gamma) = \sin 2\alpha \cos \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} I &= 5 I_0 & \gamma &= 26,57^\circ \\ \alpha &= 26,57^\circ & \chi &= 0^\circ \\ \delta &= 0^\circ \end{aligned}$$

$$|E_2\rangle = \begin{pmatrix} a \\ -2a \end{pmatrix} = a\sqrt{5} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{5} \\ -2/\sqrt{5} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} I &= 5a^2 I_0 & \gamma &= -63,43^\circ \\ \alpha &= 63,43^\circ & \chi &= 0^\circ \\ \delta &= \pi = 180^\circ \end{aligned}$$



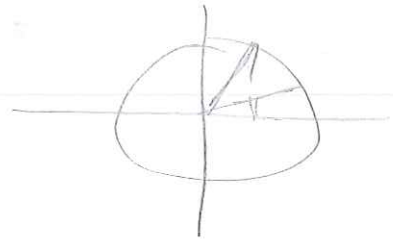
$$\begin{aligned} |E_3\rangle &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} - i\sqrt{2} \\ e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \\ e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 2 \\ e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} = \\ &= \frac{\sqrt{5}}{2} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{5}{4} I_0 & \gamma &= 0 \\ \alpha &= 26,57^\circ & \chi &= -26,57^\circ \\ \delta &= \frac{3\pi}{4} \end{aligned}$$

b) Al superponer incoherentemente $|E_1\rangle$ y $|E_2\rangle$, la resultante tiene un grado de polarización $V = \frac{1}{2}$. Calcular el parámetro a .

$$\vec{S} = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} \quad \vec{S}_1 = 5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0,6 \\ 0,8 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{S}_2 = 5a^2 \begin{pmatrix} 1 \\ -0,6 \\ -0,8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{S}_1 + \vec{S}_2 = S_0 \begin{pmatrix} 1+a^2 \\ 0,6(1-a^2) \\ 0,8(1-a^2) \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$V = \frac{I_P}{I_P + I_N} = \frac{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}{S_0} = \frac{0,6^2(1-a^2)^2 + 0,8^2(1-a^2)^2}{1-a^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{(1-a^2)^2(0,6^2 + 0,8^2)}}{1+a^2} = \frac{|1-a^2|}{1+a^2} = \frac{1}{2}$$

$$1-a^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{2}a^2 \Rightarrow a = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$1-a^2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow a = \pm \sqrt{3}$$

c) Calcular la orientación que debe tener un polarizador lineal para que las ondas $|E_1\rangle$ y $|E_2\rangle$ tengan la misma transmitancia.

En el caso de los polarizadores lineales

$$T_0 = \cos^2(\varphi - \varphi_0)$$

$$\text{De modo que } \cos^2(\varphi - 26,57) = \cos^2(\varphi + 63,43) =$$

$$= \cos^2(\varphi + 90 - 26,57) = \sin^2(26,57 - \varphi) = \sin^2(\varphi - 26,57)$$

$$\tan^2(\varphi - 26,57) = 1 \Rightarrow \varphi - 26,57 = \pm 45$$

$$\Rightarrow \varphi = 71,57^\circ, \varphi = -18,43^\circ$$

d) La luz $|E_1\rangle$ pasa un desfaseador con eje rápido x y la onda resultante tiene el mismo estado de polarización que $|E_2\rangle$. Calcular el desfase

$$U_{\Delta, x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Delta} \end{pmatrix}$$

$$\Delta = \frac{\pi}{2}$$

$$U_{\Delta, x} |E_1\rangle = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} \end{pmatrix} = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} e^{i\Delta} \end{pmatrix} = \sqrt{5} \begin{pmatrix} 2/\sqrt{5} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix}$$

16-01-2014 p. 9

Calcular la intensidad y el efecto de polarización de la superposición incoherente de dos haces de luz con vectores de Jones: $|E_1\rangle = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix}$; $|E_2\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{3} e^{-i\frac{\pi}{2}} \\ 1 \end{pmatrix}$

$$|E_1\rangle = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 1/2 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} \quad I = 16 \quad \beta = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ \quad \chi = -60^\circ$$

$$\delta = \frac{\pi}{2}$$

$$|E_2\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{3} e^{-i\frac{\pi}{2}} \\ 1 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} \quad I = 4 \quad \beta = 0$$

$$\alpha = 30^\circ \quad \chi = 30^\circ$$

$$\delta = \frac{3\pi}{2}$$

$$\vec{S} = I \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} \quad \vec{S}_1 = 16 \begin{pmatrix} 1 \\ -0,5 \\ 0 \\ \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \quad \vec{S}_2 = 4 \begin{pmatrix} 1 \\ 0,5 \\ 0 \\ -\sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{S}_1 + \vec{S}_2 = \begin{pmatrix} 20 \\ -12 \cdot 0,5 \\ 0 \\ 12 \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} = 20 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3/10 \\ 0 \\ 3\sqrt{3}/10 \end{pmatrix} \quad I = 20 //$$

$$V = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} = \frac{\sqrt{\left(-\frac{3}{10}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{10}\right)^2}}{1} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$S_1 = V \cos 2\alpha \Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ //$$

$$S_2 = V \sin 2\alpha \cos \delta \Rightarrow \cos \delta = 0 \Rightarrow \delta = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$S_3 = V \sin 2\alpha \sin \delta \Rightarrow \sin \delta = 1 \Rightarrow \delta = \frac{\pi}{2} //$$

14-01-2013 p. 27

La superposición incoherente de dos haces de luz con vectores de Jones $|E_1\rangle = r_2 \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$ y $|E_2\rangle = a \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \end{bmatrix}$ tiene una transmitancia $\frac{3}{8}$ a través de un polarizador lineal a 3° . a) calcular el parámetro a .

$$|E_1\rangle = r_2 \begin{bmatrix} 1 \\ r_3 \end{bmatrix} = 2r_2 \begin{bmatrix} 1/2 \\ r_3/2 \end{bmatrix} \quad I = 8 \quad \begin{matrix} \gamma = 60^\circ \\ \delta = 0^\circ \end{matrix} \quad \begin{matrix} \gamma = 60^\circ \\ \chi = 0^\circ \end{matrix}$$

$$|E_2\rangle = a \begin{bmatrix} r_3 \\ -1 \end{bmatrix} = 2a \begin{bmatrix} r_3/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} \quad I = 4a^2 \quad \begin{matrix} \alpha = 30^\circ \\ \delta = \pi = 180^\circ \end{matrix} \quad \begin{matrix} \gamma = -30^\circ \\ \chi = 0^\circ \end{matrix}$$

Puesto que el polarizador es lineal $\tau = \cos(\gamma_1 - \gamma_2)$
 y como la superposición es incoherente podemos
 tomar cada intensidad por separado

• Intensidad incidente: $I_i = 8 + 4a^2$

• Intensidad transmitida: $I_t = \tau_1 I_1 + \tau_2 I_2 =$
 $= \cos^2(30 - 60) \cdot 8 + \cos^2(30 + 30) 4a^2 = 6 + a^2$

$$\gamma = \frac{I_t}{I_i} = \frac{6 + a^2}{8 + 4a^2} = \frac{3}{8} \Rightarrow 6 + a^2 = 3 + \frac{3}{2}a^2 \Rightarrow$$

$$3 = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow a^2 = 6 \Rightarrow a = \pm \sqrt{6} e^{i\phi}$$

b) Calcular la transmitancia de la superposición incoherente
 si antes de pasar por el polarizador atraviesa una lámina
 $\frac{\lambda}{4}$ con eje rápido a 60° .

$$\frac{\lambda}{4} \Rightarrow \Delta = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$U_{\frac{\pi}{2}, (60^\circ, 0^\circ)} = e^{-i\frac{\pi}{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} \\ \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{\sqrt{3}}{4} \\ -\frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3-i & -\sqrt{3}(1+i) \\ \sqrt{3}(1+i) & 1-3i \end{pmatrix}$$

c) Calcular la intensidad de la superposición coherente de $|E_1\rangle$ y $|E_2\rangle$ en función del desfase entre ambos.

$$|E_1\rangle + |E_2\rangle = 2\sqrt{2} \begin{bmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} + 2\sqrt{2} e^{i\phi} \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} = |E_1\rangle + e^{i\phi} |E_2\rangle$$

$$I = \langle E | E \rangle = \langle E_1 | E_1 \rangle + e^{i\phi} \langle E_1 | E_2 \rangle + e^{-i\phi} \langle E_2 | E_1 \rangle + \langle E_2 | E_2 \rangle$$

Porque son ortogonales

$$= I_1 + I_2 = 8 + 4a^2 = 8 + 24 = 32 //$$

19-06-2013 D. 28

Un dispositivo está formado por cinco elementos en distintas fases. En la primera etapa incide una luz circular dextro de intensidad I_0 y sale luz lineal a 45° de intensidad $I_0/2$.

$$|CD\rangle \rightarrow |L_{45^\circ}\rangle \Rightarrow |CD\rangle = E_0 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix}; |L_{45^\circ}\rangle = E \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Problemas con un polarizador $P_{45^\circ} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} //$

$$E_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{2\sqrt{2}}(1-i) \\ \frac{1}{2\sqrt{2}}(1-i) \end{pmatrix} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} e^{-i\pi/4} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-i\pi/4} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/4} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/4} |L_{45^\circ}\rangle \quad I' = \frac{1}{2} I_0$$

En la segunda etapa se obtiene luz circular levo de intensidad $\frac{I_0}{4}$.

$$|L_{45^\circ}\rangle \rightarrow |CL\rangle \Rightarrow \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \rightarrow \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Problemas con un polarizador circular levo $P_{(45^\circ; \pi/2)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -i\frac{1}{2} \\ i\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} //$

$$P_{(45^\circ, 90^\circ)} |L_{45}\rangle = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -i/\sqrt{2} \\ +i/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1-i) \\ \frac{1}{2}(i+1) \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/4} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi/4} \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi/2} \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} |CL\rangle$$

En la tercera luz circular dextro $\frac{I_0}{4}$

$$|CL\rangle \xrightarrow{45^\circ, 90^\circ} |CD\rangle \Rightarrow E_0 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \Rightarrow E_0 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

En este caso probaremos con un desfocador lineal, por ejemplo en $x \Rightarrow \delta' = \delta - \Delta$ y como queremos que $\delta' = 90^\circ$ y $\delta = 270^\circ \Rightarrow \Delta = 180^\circ$

$$U_{\pi, x} = \begin{pmatrix} e^{-i\pi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} //$$

$$I = \frac{I_0}{4}$$

$$\frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} e^{-i\pi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi/2} \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi/2} \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} e^{-i\pi} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/2} \end{pmatrix}$$

En la cuarta luz $\frac{I_0}{4}$

$$|CD\rangle \xrightarrow{(45^\circ, 90^\circ)} |L_y\rangle, E_0 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \rightarrow E_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Utilizaremos un desfocador elíptico $U_{45^\circ, \pi/2} //$

$$U_{\pi/2, 45^\circ} |CD\rangle_{\frac{I_0}{4}} = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} e^{-i\pi/2} \frac{1-i}{2} + \frac{1}{2} & e^{-i\pi/2} \frac{1-i}{2} - \frac{1}{2} \\ e^{-i\pi/2} \frac{1-i}{2} - \frac{1}{2} & e^{-i\pi/2} \frac{1-i}{2} + \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{E_0}{4\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1-i+i-1 \\ -1-i-i-1 \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1+i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} e^{-i\pi/4} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \propto |L_y\rangle$$

La quiralidad lineal χ de intensidad $I_0/4$

$$|L_x\rangle \rightarrow |L_y\rangle \Rightarrow \frac{\epsilon_0}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{\epsilon_0}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$(90^\circ, 0^\circ) \rightarrow (0^\circ, 0^\circ)$

Utilizaremos un desfaseador elíptico $U_{\pi, 45^\circ}$

$$U_{\pi, 45^\circ} |L_y\rangle = \frac{\epsilon_0}{2} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{\epsilon_0}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{\epsilon_0}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \propto |L_x\rangle$$

b) Cómo debe ser la luz incidente para que la intensidad a la salida sea máxima.

Como a partir de la segunda etapa la intensidad se mantiene constante y la reducción de intensidad de la segunda es inevitable (por la luz ya está polarizada) la luz incidente deberá estar polarizada linealmente a 45° , de este modo la intensidad final será $\frac{I_0}{2}$.

c) Si la onda incidente es del tipo $(2, 1/2, -\sqrt{3}/2, 0)$ calcular en cada etapa el efecto de polarización y la intensidad.

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1/2 \\ -\sqrt{3}/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \\ -\sqrt{3}/2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\alpha = 30^\circ$
 $\delta = 180^\circ$
 $\chi = 0^\circ$
 $\zeta = -30^\circ$

La parte polarizada es $|L_{-30^\circ}\rangle$

1. ETAPA

$$I_N = \frac{1}{2}$$

$$P_{45} |L_{-30}\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) \\ \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \frac{1}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{3-2\sqrt{3}+1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{2-\sqrt{3}}{4} = \frac{4-\sqrt{3}}{4}$$

2. ETAPA

$$\sqrt{\frac{4-\sqrt{3}}{4}} \begin{pmatrix} 1/2 & -i/2 \\ i/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{4-\sqrt{3}}{4}} \begin{pmatrix} \frac{1}{2\sqrt{2}}(1-i) \\ \frac{1}{2\sqrt{2}}(i+1) \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{4-\sqrt{3}}{4}} \begin{pmatrix} e^{-i\pi/4} \\ e^{i\pi/4} \end{pmatrix} \frac{1}{2} =$$

$$= \sqrt{\frac{4-\sqrt{3}}{4}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ e^{i\pi/2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \frac{1}{2} \Rightarrow I_2 = \frac{4-\sqrt{3}}{8}$$

En el resto de etapas la intensidad se mantendrá constante puesto que la polarización es la misma ya que en el caso anterior.

$$I_f = \frac{4-\sqrt{3}}{8} //$$

De modo que la onda final será

$\sqrt{I_f} |L_x\rangle //$; es decir, polarizada linealmente en X.

Si sin cambiar la intensidad de la luz anterior calcular qué valor tiene que tener la intensidad de la parte de entrada y el grado de polarización para que la transmitancia del dispositivo completo sea $\frac{1}{8}$

$$I_p = \frac{I_1}{2} = \frac{\frac{1}{2} I_N + \frac{2-\sqrt{3}}{4} I_p}{2}$$

$$I_f = \tau I_0 = \tau \cdot 2 \quad \Rightarrow \tau = \frac{\frac{1}{2} I_N + \frac{2-\sqrt{3}}{4} I_p}{4} = \frac{1}{8}$$

$$I_N + \frac{2-\sqrt{3} I_p}{2} = 1 \Rightarrow I_N = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$I_N \cdot \left(1 + 2 - 1 - \sqrt{3} + \frac{1}{2} I_N \right) \quad V = \frac{I_p}{I_p + I_N} = \frac{2 - 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{2} = \frac{3+\sqrt{3}}{6} //$$

10-07-2014 D.29

Un haz de luz linealmente polarizado a 45° se superpone incoherentemente con otro haz linealmente polarizado en Y. La transmitancia de la superposición a través de un polarizador lineal a 45° es $\frac{2}{3}$. Calcular la relación de intensidades entre los dos haces y el estado y grado de polarización de la superposición.

Como la superposición es incoherente tomaremos cada intensidad por su lado y como el polarizador es lineal $\tau = \cos^2(\theta_p - \theta)$

$$I_1' = \cos^2(\theta_p - \theta) I_1 = \cos^2(45^\circ - 45^\circ) I_1 = I_1$$

$$I_2' = \cos^2(45 - 90) I_2 = \cos^2(-45^\circ) I_2 = \frac{1}{2} I_2$$

$$\tau = \frac{I_1' + I_2'}{I_1 + I_2} = \frac{I_1 + \frac{1}{2} I_2}{I_1 + I_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow I_2 = 2 I_1 //$$

$$\vec{S}_1 = I_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{S}_2 = 2 I_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{S}_1 + \vec{S}_2 = I_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = I_1 \begin{pmatrix} \sqrt{5} \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + I_1 \begin{pmatrix} 3 - \sqrt{5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} = \frac{\sqrt{4+1}}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{I_p}{I_{TOT}}$$

$$S_p = \sqrt{5} I_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -2/\sqrt{5} \\ 1/\sqrt{5} \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha = 76,7^\circ //$$
$$\delta = 0 //$$

Si antes de atravesar el polarizador colocamos una lámina $\frac{\lambda}{4}$ de eje lento x . Calcular la transmitancia de todo el sistema.

De nuevo, al ser la superposición incoherente podemos tratar cada vez independientemente.

$$P_{45^\circ} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$U_{\frac{\pi}{2}, Y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix}$$

$$U_{\frac{\pi}{2}, Y} P_{45^\circ} |L_{45}\rangle = \frac{1}{2} \sqrt{I_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{I_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sqrt{I_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1-i \\ 1-i \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{I_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \sqrt{I_1} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$T_1 = \frac{1}{2}$$

$$U_{\frac{\pi}{2}, Y} P_{45^\circ} |L_x\rangle = \frac{1}{2} \sqrt{I_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{I_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sqrt{I_2} \begin{pmatrix} -i \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sqrt{I_2} e^{-i\frac{\pi}{2}} \cdot \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$T_2 = \frac{1}{2}$$

$$T = \frac{T_1 \cdot I_1 + T_2 \cdot I_2}{I_1 + I_2} = \frac{I_1 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 2)}{I_1 (1+2)} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}$$

Una luz cuyo vector de Stokes viene dado por $S = I_0(1, 1/3, \sqrt{3}/3, 0)$ atraviesa los siguientes dispositivos: un polarizador lineal X, una lámina $\lambda/4$ de eje rápido L_{-45° y polarizador lineal Y.
 a) Calcular la intensidad, el grado de polarización y el estado de la luz emergente.

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1/3 \\ \sqrt{3}/3 \\ 0 \end{pmatrix} = I_0 \begin{pmatrix} 2/3 \\ 1/3 \\ \sqrt{3}/3 \\ 0 \end{pmatrix} + I_0 \begin{pmatrix} 1/3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{2I_0}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{I_0}{3} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Tomemos la parte polarizada

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha \\ \sin 2\alpha \cos \delta \\ \sin 2\alpha \sin \delta \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \alpha = 30^\circ \\ \delta = 0 \end{matrix} \Rightarrow |E\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} E_0 \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

POLARIZADOR LINEAL X

$$I_{N_1} = \frac{1}{2} I_{N_0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} I_0 = \frac{1}{6} I_0$$

$$P_x |E\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} E_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_{P_1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} I_0 = \frac{1}{2} I_0$$

$$I_1 = I_{N_1} + I_{P_1} = \frac{2}{3} I_0$$

Toda esta luz pasa a estar linealmente polarizada en X por lo que podemos tratarla parte.

LÁMINA $\lambda/4$ ESE RÁPIDO L_{-45°

$$U_{\frac{\pi}{2}, -45^\circ} |E\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} E_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1-i) & \frac{1}{2}(i+1) \\ \frac{1}{2}(i+i) & \frac{1}{2}(1-i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2} E_0 \begin{pmatrix} 1-i \\ 1+i \end{pmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} E_0 \begin{pmatrix} e^{-i\pi/4} \\ e^{i\pi/4} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{3}} E_0 e^{-i\pi/4} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\pi/2} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} E_0 e^{-i\pi/4} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi} \end{pmatrix}$$

POLARIZADOR LINEAL Y

$$P_y |E\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} E_0 e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} E_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$I = \frac{1}{3} I_0 \quad V = 1 \quad (\alpha, \delta) = (90^\circ, 0^\circ) = L_y$$

b) La luz inicial se superpone con otra aleatoria de intensidad I_a y la transmitancia resultante a través de todo el dispositivo es $\tau = \frac{3}{10}$; calcular I_a .

La luz aleatoria pasará a tener la mitad de intensidad después del polarizador. La línea no cambiará su intensidad y el segundo polarizador volverá a reducir a la mitad su intensidad, de modo que, al final $I_a' = \frac{1}{4} I_a$

$$\tau = \frac{\frac{1}{3} I_0 + \frac{1}{4} I_a}{I_0 + I_a} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{1}{3} I_0 + \frac{1}{4} I_a = \frac{3}{10} I_0 + \frac{3}{10} I_a$$

$$\frac{1}{30} I_0 = \frac{1}{20} I_a \Rightarrow I_a = \frac{2}{3} I_0$$

c) Delante del primer polarizador se coloca un deflector circular dextro que introduce un desfase Δ . Calcular este desfase para que la intensidad transmitida sea $I_T = \frac{5}{12} I_0$, si la luz incidente es la del apartado a).

La luz aleatoria no sufrirá ningún cambio de intensidad ya que los deflectores no la afectan.

Por otro lado, para la parte polarizada tenemos:

$$U_{A,CD} |E\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{-i\Delta} + 1 & i(e^{-i\Delta} - 1) \\ -i(e^{-i\Delta} - 1) & e^{-i\Delta} + 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} E_0 =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{4} E_0 \begin{pmatrix} \sqrt{3}(e^{-i\Delta} + 1) + i(e^{-i\Delta} - 1) \\ -\sqrt{3}i(e^{-i\Delta} - 1) + e^{-i\Delta} + 1 \end{pmatrix}$$

Al pasar por el polarizador lineal en x la luz quedará:

$$|E\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{4} E_0 \cdot (\sqrt{3}(e^{-iA} + 1) + i(e^{-iA} - 1)) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Como nos dicen que $I_T = \frac{5}{12} I_0$ y sabemos que la luz aleatoria va a tener un cambio de intensidad $I_{TV} = \frac{1}{12} I_0$ la luz polarizada deberá tener un cambio $I_{TP} = \frac{1}{3} I_0$. Como hemos visto, en los dos últimos etapas la intensidad se reduce a la mitad y al comienzo $I_P = \frac{2}{3} I_0$, de modo que el desfaseador junto con el primer polarizador deberán dejar la luz con la mitad de intensidad que al comienzo.

$$|E\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{4} E_0 (\sqrt{3} \cdot 2 \cos \frac{A}{2} - 2i \sin \frac{A}{2}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{2} E_0 (\sqrt{3} \cos \frac{A}{2} - i \sin \frac{A}{2}) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot (\sqrt{3} \cos \frac{A}{2} - i \sin \frac{A}{2})^2 = \frac{2}{3}$$

$$3 \cos^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{A}{2} = 4 = 3 - 4 \sin^2 \frac{A}{2} \Rightarrow 4 \sin^2 \frac{A}{2} = -1$$

$$\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \frac{A}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta = 60^\circ$$

21-06-2016 D.32.

Tenemos un dispositivo formado por los siguientes elementos:
 i) un polarizador lineal x , ii) una lámina desfaseadora $\frac{\lambda}{4}$ con estado rápido 45° , iii) una lámina desfaseadora con desfase φ y estado rápido lineal sin definir, iv) una lámina desfaseadora de $\frac{\lambda}{4}$ con estado rápido -45° y un v) analizador lineal y .

a) Si incide una luz L_x de intensidad I_0 el dispositivo entero es transparente, y si intercambias el orden del segundo y tercer deflectores es opaco. Como es el segundo deflectores (ii)?

La luz incidente tiene un vector de Jones como sigue:

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ahora lo haremos paso por cada etapa del sistema.

i) POLARIZADOR L_x

No le afecta porque coincide con su polarización

ii) LÁMINA $\frac{\lambda}{4}$ L_{45}

$$L_{\frac{\pi}{2}, 45^\circ} |E\rangle = E_0 \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-i & -i-1 \\ -1-i & 1-i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= E_0 \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-i \\ -1-i \end{pmatrix} = E_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \begin{pmatrix} e^{-i\pi/4} \\ e^{i5\pi/4} \end{pmatrix} = E_0 \cdot e^{i\pi/4} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{3\pi}{2}} \end{pmatrix}$$

Desde aquí la intensidad se mantiene constante. Además, sabemos que el último polarizador tampoco afectará a la intensidad por lo que deberá llegar luz linealmente polarizada en x ; de modo que al último deflectores deberá llegar luz:

$$U_{\pi/2, -45} |E\rangle = E_0 \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(1-i)x + (1+i)y = 0 \Rightarrow e^{-i\pi/4} x + e^{i\pi/4} y = 0 \Rightarrow y = -e^{i\pi/2} x = -ix$$

$$(1+i)x + (1-i)y = 2$$

$$(1+i)x + (i+1)x = 2 \Rightarrow 2\sqrt{2} e^{-i\pi/4} x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi/4}$$

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{+i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} e^{-i\frac{\pi}{4}} \Rightarrow \begin{matrix} \alpha = 45^\circ \\ \delta = -90^\circ \end{matrix}$$

De modo que el segundo desfaseador tiene que convertir luz CD en CL; es decir $(45^\circ, 90^\circ) \rightarrow (45^\circ, -90^\circ)$

Por lo que deberá ser un desfaseador lineal con desfase π .

Aplicaremos ahora la siguiente condición. Si cambiamos de orden x y y la luz que saldrá del desfaseador será:

• Al polarizador debe llegar luz polarizada en x

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

• Que habrá llegado desde la lámina $\frac{\lambda}{4}$ en -45°

$$U_{\pi/2, -45} |E\rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-i & 1+i \\ 1+i & 1-i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(1-i)x + (1-i)y = 2$$

$$(1+i)x + (1-i)y = e^{i\frac{\pi}{4}}x + e^{-i\frac{\pi}{4}}y = 0 \Rightarrow y = -e^{i\frac{\pi}{2}}x = e^{-i\frac{\pi}{2}}x = -ix$$

$$(1-i)x + (-i-1)x = 2 \Rightarrow -ix = 1 = e^{-i\frac{\pi}{2}}x \Rightarrow x = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$|e\rangle = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\pi}{2}} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \alpha = 45^\circ \\ \delta = 90^\circ \end{matrix}$$

• y así a su vez deberá llegar del desfaseador $\frac{\lambda}{4}$ en 45°

$$U_{\pi/2, 45} |e\rangle = \begin{pmatrix} 1-i & -i-1 \\ -1-i & 1-i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

$$(1-i)x - (1+i)y = 1 \quad e^{-i\frac{\pi}{4}}x - e^{i\frac{\pi}{4}}y = \sqrt{2}$$

$$-(1+i)x + (1-i)y = -i \Rightarrow -e^{i\frac{\pi}{4}}x + e^{-i\frac{\pi}{4}}y = -\sqrt{2}i$$

$$\left. \begin{aligned} x - e^{i\frac{\pi}{2}} y &= r_2 e^{i\frac{\pi}{4}} \\ x - e^{-i\frac{\pi}{2}} y &= r_2 e^{i\frac{\pi}{4}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x - e^{i\frac{\pi}{2}} y &= x - e^{-i\frac{\pi}{2}} y \\ y &= 0 \end{aligned}$$

Luego del desfocador deberá salir luz linealmente polarizada en x , que coincide con la luz que sale del primer polarizador, luego el desfocador debe tener el eje rápido en x o y .

Es decir: $U_{\pi, x} / U_{\pi, y}$

b) Volvemos al montaje inicial pero ahora lo que incide es la superposición coherente de la onda L_x del apartado anterior con una onda CD.

Si el desfocador es opaco para la superposición, calcular el desfocador entre las dos ondas y la intensidad de la circular

$$\begin{aligned} |L_x\rangle &= \sqrt{I_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & |CD\rangle &= \sqrt{I_2} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} \\ & \equiv \underline{E}_1 & & \equiv \underline{E}_2 \\ |E\rangle &= |L_x\rangle + |CD\rangle = \begin{pmatrix} E_1 + \frac{E_2}{\sqrt{2}} e^{i\phi} \\ \frac{E_2}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{2}} e^{i\phi} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Puesto que el sistema es transparente para cualquier luz a partir del primer polarizador, necesitamos que la luz no pase por éste. De modo que su polarización debe ser lineal y

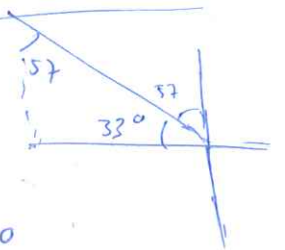
$$\text{Por lo que } E_1 + \frac{E_2}{\sqrt{2}} e^{i\phi} = 0$$

$$\phi = \pi \implies E_1 - \frac{E_2}{\sqrt{2}} = 0 \implies E_2 = \sqrt{2} E_1 \implies I_2 = 2I_1 //$$

$$\tan\left(\frac{1}{2}\delta_3\right) = \frac{\cos\theta_i \sqrt{n^2 \sin^2\theta_i - 1}}{\sin^2\theta_i} = \frac{\cos 57 \sqrt{n^2 \sin^2 57 - (1,6)^2}}{\sin^2 57} \Rightarrow \delta_3 = 46,8^\circ$$

3. $(\alpha_i, \delta_i) = (33^\circ, 46,8^\circ)$ $\theta_i = 57^\circ$

Snell: $\theta_t = \arcsin\left(\frac{1,6}{1} \sin 57\right) = 60^\circ$



Como α es igual que al principio y θ_i y θ_t están cambiados, dedar las fórmulas los resultados de $\gamma_{1,2}$ serán los mismos

$$\gamma = 0,8522$$

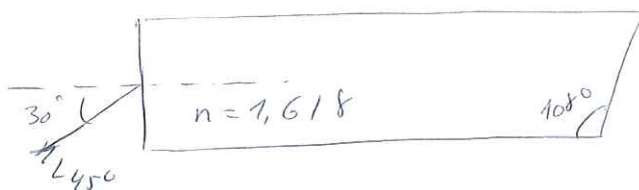
$$e^{-i\delta} \tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \Rightarrow (\alpha, \delta)_t = (36,14^\circ, 46,8^\circ) //$$

$$I_t = \gamma_1 \cdot R \cdot \gamma_3 I_0 = 0,8522 \cdot 0,8424 \cdot 1 I_0$$

$$I_t = 0,7179 I_0 //$$

19-06-2013 D.50

Una luz linealmente polarizada a 45° con el plano de incidencia entra en la cara de una varilla de vidrio de índice 1,618. El ángulo que forma con la normal es de 30° . La otra cara de la varilla está tallada formando un ángulo de 108° con el lado de la varilla. Calcular la intensidad y el grado de polarización de la luz que emerge de la varilla por su cara tallada.



$$\text{Snell: } \theta_t = \arcsin\left(\frac{1}{1,618} \sin 30\right) \Rightarrow \theta_t = 18^\circ$$

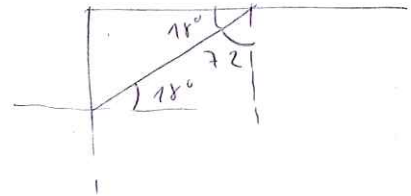
1. TRANSICIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45^\circ, 0) \quad \theta_i = 30^\circ \quad \theta_t = 18^\circ$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \Rightarrow (\alpha, \delta)_t = (45,63^\circ, 0^\circ)$$

$$\tilde{T}_\perp = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,9217$$

$$\tilde{T}_\parallel = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = 0,9634$$



$$\tilde{T}_i = \tilde{T}_\perp \cos^2 \alpha_i + \tilde{T}_\parallel \sin^2 \alpha_i = 0,9426$$

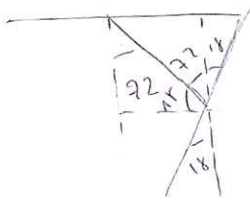
$$\text{SNEEL: } \theta_t = \arcsin\left(\frac{1,618}{1} \sin 72\right) = \cancel{72} \Rightarrow \text{Reflexión total}$$

2. REFLEXIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45,63^\circ, 0^\circ) \quad \theta_i = 72^\circ$$

$R = 1$ y α no cambiará, pero por δ :

$$\tan\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{\cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\sin^2 \theta_i} \quad n = \frac{1}{1,618} \Rightarrow \delta = 27,74^\circ$$



$$\Rightarrow \theta_i = 90^\circ$$

3. TRANSICIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45,63^\circ, 27,74^\circ) \quad \theta_i = 90^\circ$$

Incidencia perpendicular: $\delta_t = \delta_i$ y $\alpha_t = \alpha_i$

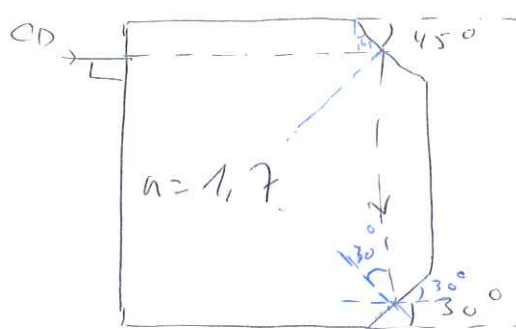
$$\tilde{T}_N = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = 0,9443$$

$$I_t = \tilde{T}_N \cdot R_T \cdot R_i = I_0 \Rightarrow I_t = 0,8901 I_0 //$$

$$(\alpha, \delta)_t = (45,63^\circ, 27,74^\circ) //$$

15-1-2015 P.52

A. un bloque de cristal que se utilizaba como pise-papeles se le han reaccionado dos de sus vértices como consecuencia de una caída. Un haz de luz incide desde el aire por el extremo superior izquierdo, como indica la figura. Si de luz incidente está polarizada circularmente y el índice de refracción del vidrio es $n=1,7$, calcular la intensidad del haz que emerge del bloque y su estado de polarización.



1. TRANSICIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45^\circ, 90^\circ) \quad \theta_i = 0^\circ$$

En incidencia normal:

$$\alpha_i = \alpha_t \quad \delta_t = \delta_i$$

$$r = \frac{4n_1n_2}{(n_1+n_2)^2} = 0,9328$$

SNELL: $\theta_t = \arcsin(1,7 \sin(45^\circ)) = \cancel{7} \rightarrow$ Reflexión total

2. REFLEXIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45^\circ, 90^\circ) \quad \theta_i = 45^\circ$$

Como la reflexión es total $\alpha_r = \alpha_i$ y $R=1$

$$\tan\left(\frac{\delta}{2}\right) = \frac{\cos \theta_i \sqrt{\sin^2 \theta_i - n^2}}{\sin^2 \theta_i} \stackrel{n=\frac{1}{1,7}}{=} \Rightarrow \delta = 58,06^\circ$$

$$\delta_t = \delta_i + \delta = 90 + 58,06 = 148,06^\circ$$

SNELL: $\theta_t = \arcsin(1,7 \sin 30^\circ) = 58,21^\circ$

3. TRANSICIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45^\circ, 148,06^\circ) \quad \theta_i = 30^\circ, \quad \theta_t = 58,21^\circ$$

$$r_{\perp} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,7763$$

$$T_{||} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = 0,9997$$

$$T = T_{\perp} \cos^2 \alpha_i + T_{||} \sin^2 \alpha_i = 0,811$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha = 44,61, \delta = 144,06$$

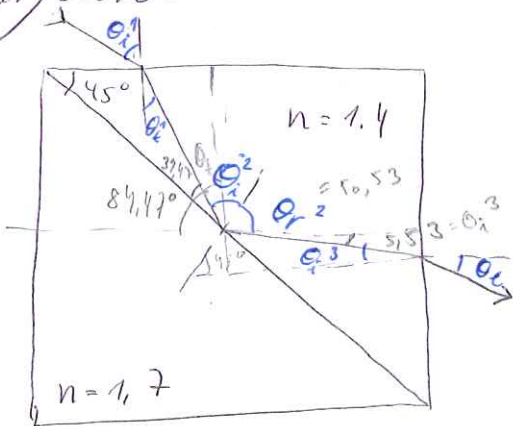
TOTAL:

$$I_t = T_1 \cdot R_2 \cdot T_3 I_0 \Rightarrow I_t = 0,1283 I_0 //$$

$$(\alpha, \delta)_t = (44,61^\circ, 144,06^\circ) //$$

14-01-2016 D.53

Un haz de luz circular dextro incide desde el aire sobre la superficie de un bloque de vidrio que está formado por dos vidrios ópticos pegados, como indica la figura, y de índices 1,4 y 1,7. El haz que emerge por la parte derecha del bloque sale linealmente polarizado perpendicularmente al plano de incidencia. Si la intensidad incidente es I_0 , calcular la intensidad emergente.



Por definición el ángulo de Brewster es aquel con el que si la luz incide en una superficie, la luz reflejada sale linealmente polarizada

al plano de incidencia, por lo que $\theta_i^2 = \theta_B$

$$\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,7}{1,4} \Rightarrow \theta_B = \theta_i^2 = 50,53^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_e^1 = 5,53^\circ \Rightarrow \theta_i^1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin \theta_e^1\right) = 7,75$$

1. TRANSMISIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45^\circ, 90^\circ) \quad \theta_i = 7,75^\circ \quad \theta_t = 5,53^\circ$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \quad \Rightarrow \quad \alpha_t = 45,02^\circ$$

$$\delta = 90^\circ$$

$$\tau_{\perp} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,9716$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{\sin 2\theta_i \sin 2\theta_t}{\sin^2(\theta_i + \theta_t) \cos^2(\theta_i - \theta_t)} = 0,9730$$

$$\tau = \tau_{\perp} \cos^2 \alpha_i + \tau_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,9723$$

2. REFLEXIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (45,02^\circ, 90^\circ) \quad \theta_i = 50,53^\circ = \theta_R \quad \theta_t = \overset{90-\theta_i}{=} 39,47^\circ$$

$$\tan \alpha_r e^{-i\delta_r} = -\frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \quad \alpha_r = 0$$

$$\delta_r = 90^\circ$$

$$r_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0368$$

$$r_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = 0$$

$$R = r_{\perp} \cos^2 \alpha_i + r_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,0184$$

3. TRANSMISIÓN

$$(\alpha, \delta)_i = (0, 90^\circ) \quad \theta_i = 5,53^\circ \quad \theta_t = \overset{\text{SWELL}}{=} 7,75^\circ$$

$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{\tan \alpha_i}{\cos(\theta_i - \theta_t)} e^{-i\delta_i} \quad \Rightarrow \quad \alpha_t = 0^\circ$$

en la primera transmisión

$$\delta_t = 90^\circ$$

$$\tau = \tau_{\perp} \cos^2 \alpha_i + \tau_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,9716$$

$$I_t = \tau_1 \cdot R_2 \cdot \tau_3 \cdot I_0 = 0,0174 I_0 //$$

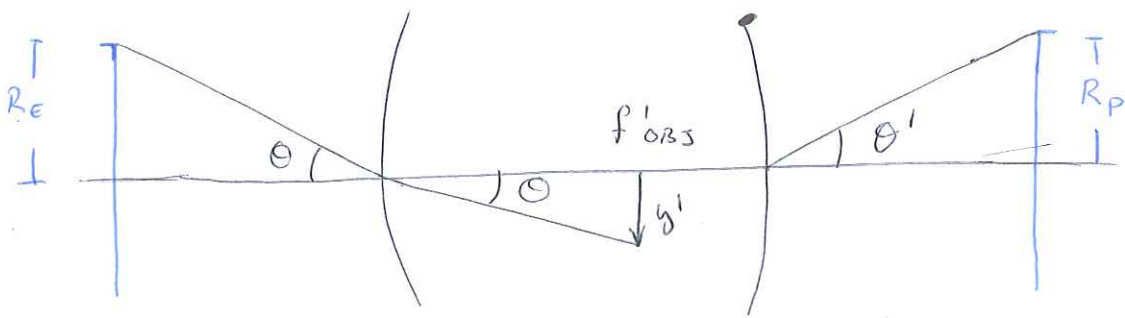
2019-01-09 Antarketa Oros

A. ARILETA -D.8-

Perkurieren igarotzea egutli-dinokoa zehar behatu nahi duzu 75-ko handipena duen teleskopio astronomiko baten konfigurazioa aldatuz. Behaketa denak batera egin daitezkeen okulerra objektibotik urrundu behar da puntuile baten 15cm-ko diametroa duen egutliaren irudia fokatuz arte.

a) Gutxi gorabehera, egutliaren diametroa 100 da, eta egutliaren diametroaren arteko erlazioa 100 da, eta okulerraren distantzia fokatua 2cm da. Zentratu behar duzu okulerra infinitura fokatuz zuzen posizioarekin, eta non duzu kokatu behar puntuile handieran, teleskopioa infinitura enfokatu duzu.

$$\Gamma' = -\frac{f'_{OBS}}{f'_{OKU}} \Rightarrow f'_{OBS} = -\Gamma' \cdot f'_{OKU} = -75 \cdot 0,02 = +1,5m$$



$$\tan \theta = \frac{R_E}{D} = \frac{y'}{f'_{OBS}} = \frac{1}{2 \cdot 100} = \frac{y'}{1,5} \Rightarrow y' = 0,75cm$$

Ese da el tamaño de la imagen formada por el objetivo que el ocular funcionará como objeto. Como sabemos que la imagen final no ha de tener un diámetro superior a 15cm

$$|\beta'_{OKU}| = \frac{|y'|}{|y|} = \frac{15}{2 \cdot 0,75} = 10 \Rightarrow \beta'_{OKU} = -10$$

Behar, puntuile

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{a'_{oku}} - \frac{1}{a_{oku}} = \frac{1}{f'_{oku}} \rightarrow \frac{a - a'}{a'a} = \frac{1}{f'} = \frac{a - a\beta}{a\beta a} = \frac{1}{f'}$$

$$\beta'_{oku} = \frac{a'_{oku}}{a_{oku}} \rightarrow a\beta = a'$$

$$a(1-\beta) = a^2 \frac{\beta}{f'} \rightarrow a \cdot [a\beta - f'(1-\beta)] = 0$$

$$a = 0 ; a_{oku} = -2,2 \text{ cm}$$

$$a'_{oku} = 22 \text{ cm}$$

Panttille okulometrik 22cm-rc eyongo da //
Eta okulerra eta objektiboren arteko distantzia:

$$f'_{OBS} = e + a_{oku} \Rightarrow e = 152,2 \text{ cm}$$

Lehen

$$f'_{OBS} = e + f'_{oku} \Rightarrow e = 152 \text{ cm}$$

Beraz, objektiboa 0,2cm lur bildu duyu okulerra.

b) Aurreko ataletko konfigurazioan jarraituz, objektiboren fokuen eremu - diafragma kokatu duyu. Kalkulatu zer diametro eremu behar duyu eremu-diafragman partitlen lekerrak 1cm-ko eguzki retik boti iluntzeko. Zentzeko da agintepen oinoko eremua?

Eremu diafragma objektiboren fokuen jami duyu, suerretko leheoa infinituen -objektibaren lekera-eyongo da eta bere tamainak myatuko du objektibaren tamaina. Halaber, irteerako leheoa partitlen eyongo da eta bere tamainak irudieren tamaina myatuko du.

$$\phi_{IIL} = \phi_{ED} \cdot |\beta'_{OKU}| = 1 \Rightarrow \phi_{ED} = 0,145 \text{ cm} \quad // \quad *$$

c) Objektivocren diametroa locm bada, kalkulatu okulocren diametro minimoa aurreko atzelako irekidura eta eremu-diafragmek berdin jarri direten

* ARGITAPEN OSOKO ERENUA

$$\tan \theta = \frac{r_{IIL}}{f'} = \frac{0,5}{1500} \Rightarrow \theta = 3,33 \cdot 10^{-3} \text{ rad} //$$

$$f' = - \frac{f_1' f_2'}{e - f_1' + f_2'} = - \frac{150 \cdot 2}{152,2 - 150 \cdot 2} = -1500 \text{ cm}$$

Telentopioaren irekidura diafragma objektiboc da eta leku honetan sarrera minia ere. Okulocren tamaina kalkulatu objektu espazioa eremu behar du:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a = \left(\frac{1}{a'} - \frac{1}{f_{OBJ}'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{152,2} - \frac{1}{150} \right)^{-1} = -10377,27 \text{ cm}$$

$$\beta' = \frac{s'}{s} = - \frac{150}{10377,27} = -0,0145$$

$$\phi_{OKU} = \frac{\phi_{OKU}}{|\beta'|}$$



Al estar el objeto en el infinito la pupila de entrada es aquel elemento con el diametro más pequeño por lo que

$$\phi_{OKU} \geq 10 \text{ cm} \Rightarrow \phi_{OKU} \geq 0,145 \text{ cm}$$

Por otro lado, debemos asegurarnos de que no afecte al diafragma de campo, para ello utilizaremos el campo imagen de iluminación de iluminación plena donde

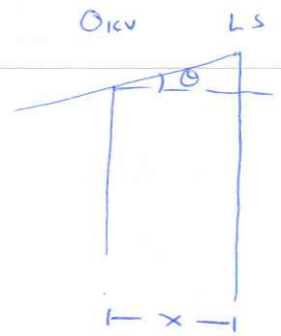
$$\tan \theta'_p = \frac{r_{LS} - r_{PS}}{L'P'}$$

La pupila de salida es la imagen del objetivo a través del ocular:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{f'_2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-152,2} + \frac{1}{2} \right)^{-1} = 2,027 \text{ cm}$$

$$\beta' = \frac{s'}{s} = \frac{2,027}{-152,2} = 0,0133 \Rightarrow \phi_{PS} = |\beta'| \cdot \phi_{PA} = 0,133 \text{ cm}$$

$$\tan \theta'_p = \frac{\phi_{LS} - \phi_{PS}}{2 \cdot L'P'} = \frac{1 - 0,133}{2 \cdot (22 - 2,027)} = 0,0217$$



$$\tan \theta'_p = \frac{\phi_{LS} - \phi_{OKU}}{2 \cdot x}$$

$$\phi_{OKU} = \phi_{LS} - 2 \cdot x \cdot \tan \theta'_p = 1 - 2 \cdot 22 \cdot 0,0217 = 0,045 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \phi_{OKU} \geq 0,045 \text{ cm}$$

De modo que si tomamos la condición más restrictiva: $\phi_{OKU} \geq 0,145 \text{ cm}$

NOTA: Utilizando el campo objeto de iluminación

$$\frac{\phi_{OKU}}{a'} > \tan \theta \Rightarrow \phi_{OKU} \geq 0,107 \text{ cm}$$

(No influye pero se hace así)

di Perkkuriolle bi ohtan gommien avulla distantia soitten da. Perkkuriolle iton seker de objektiveeren diametro minimoa bick beren ahel itello? Guve objektiveek beritiko al ditu? Hondipen berizgamiar deplikonar zeir iruditen zaitu jatorrako teleskopioaren disaine? $d_{NL} \approx 70 \cdot 10^6 \text{ km}$

Objektiva bereiten den turka

$$\varepsilon = 1,22 \frac{\lambda}{D} \approx \tan \varepsilon$$

$$\varepsilon > 1,22 \frac{\lambda}{D} \Rightarrow D > \frac{1,22 \lambda}{\tan \varepsilon} = \frac{1,22 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{500 \cdot 10^{-3}} \cdot 70 \cdot 10^9$$

$$D \approx 0,094 \text{ m} = 9,4 \text{ cm} < \phi_{\text{obj}} = 10 \text{ cm}$$

Bi objektiva bereituko dira duzun objektiborekin

bejieren kendipen bereizpena:

$$\Gamma_n = 9R = 45 < 75 = \Gamma'$$

eta bejiek ere ongi bereizuko da irudia.

Beraz, duzun teleskopioa oner itzaro da.

2. ARIKETA

$0,2 \mu\text{m}$ -ko zabalera duen N zirkuluko difrakzio-sare bat osatzen dute (A). Difrakzioaren intentsitatea aztertuko sarearen bat koloretan duzu leier konbergente baten irudi-fokoa. Zentroxarret, sarearen lentearen ardatz optikoa duzu eta eraso perpendikularrekin argiak zero, $m=0$ ordeneren intentsitatea jertzen da, $I_{m=0}$.

a) Informazio-espeltroko kopikoa lortzeko arnatz, argiaren eraso eragilea aldetu behar zara duzu, bihurtzen ordene sarearen positioan eraman duzu $\Gamma_A = 0,9 \Gamma_{m=0}$ izan da neurritako intentsitatea. Zentroxarret de sarearen periodoa? Nota: $D \ll d \rightarrow \sin x = x - \frac{x^3}{6}$

Difrakzio sarea duzue:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left(\frac{\sin N \alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

$$v = \frac{\pi a}{\lambda} p \quad \rightarrow \text{altuera}$$

$$\alpha = \frac{\pi d}{\lambda} p \quad \rightarrow \text{periodoa}$$

$$a = 0,2 \mu\text{m}$$

$$d = ?$$

$$p = \sin \theta - \sin \theta_0$$

Matrican sentoran ardet optikoon etc ajitopena perpendikulena lentesa kiko $\Rightarrow p=0$

$$I_{(m=0)} = C^2 S^2 N^2$$

Ordenekk $\alpha = n\pi$ beketen denean sorten dira, beraz, bigarren ordene $\frac{\pi d}{\lambda} p = 2\pi$

$$p = \frac{2\lambda}{d} \Rightarrow v = \frac{\pi a}{\lambda} p = \frac{\pi c}{\lambda} \cdot \frac{2\lambda}{d} = \frac{2\pi c}{d}$$

$$I = \frac{I_{m=0}}{N^2} \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{I_{m=0}}{N^2} N^2 \left(\frac{\sin \frac{2\pi c}{d}}{\frac{2\pi c}{d}} \right)^2 = 0,9 I_0$$

$$\sin^2 \left(\frac{2\pi c}{d} \right) = \left(\frac{2\pi c}{d} \right)^2 0,9 \rightarrow \sin \left(\frac{2\pi c}{d} \right) = \frac{2\pi c}{d} \cdot \sqrt{0,9}$$

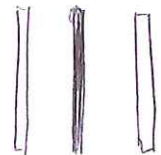
$$\frac{2\pi a}{d} - \frac{\left(\frac{2\pi a}{d} \right)^3}{6} = \frac{2\pi a}{d} \sqrt{0,9} \Rightarrow 6 - \left(\frac{2\pi a}{d} \right)^2 = 6 \sqrt{0,9}$$

$$\frac{2\pi a}{d} = \sqrt{6 - 6\sqrt{0,9}} \Rightarrow d = \frac{2\pi a}{\sqrt{6 - 6\sqrt{0,9}}} \Rightarrow d = 2,26 \mu\text{m}$$

b) Avreko eratu argelua aldeku gabe, B sarea erabiliz duzu, non zirkulazioa hurren beki $\frac{\pi}{3}$ -ko atzerapena emen diogu. Zerbaita inbertituta neurtuko genuke I_A -ren funtzioan.

$$u = u_1 \cdot (e^{ikp d} + e^{i\phi} + e^{-ikp d}) =$$

$$= u_1 \cdot (2 \cos(kp \frac{d}{2}) + e^{i\frac{\pi}{3}})$$



$$I_p = |u_1|^2 \cdot \left[4 \cos^2(kp \frac{d}{2}) + 1 + 4 \cos(kp \frac{d}{2}) \cos(\frac{\pi}{3}) \right] =$$

$$= C^2 S^2 \cdot \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot \left(4 \cos^2(kp \frac{d}{2}) + 2 \cos(kp \frac{d}{2}) + 1 \right)$$

$$I_{\text{TOT}} = \frac{I_0}{N^2} \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot \left(4 \cos^2(kp \frac{d}{2}) + 2 \cos(kp \frac{d}{2}) + 1 \right) \left(\frac{\sin \frac{N\alpha}{3}}{\sin \alpha} \right)^2$$

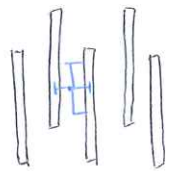
$$p = \frac{2\lambda}{d} \text{ punktun:}$$

$$I = \frac{I_0}{N^2} \cdot N^2 \cdot \frac{\sin(\frac{2\pi a}{d})}{\frac{2\pi a}{d}} \cdot \frac{1}{9} \cdot \left(4 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \cdot \frac{2x}{d}\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda} \cdot \frac{2x}{d}\right) + 1 \right) =$$

$$= \frac{I_A}{9} \cdot (4 + 2 + 1) = \frac{7}{9} I_A //$$

c) Orain C serec erabiliko duzu non zirkulatu bitartek $\Delta y = \frac{d}{8}$ distantzia desplazatu diren berditak. Zerbaitko intentsitate neurtuko gertuko I_A -ren funtzioa?

$$U_p = U_1 \cdot \left(e^{-ik \cdot \frac{\Delta y}{2} z} e^{ik_p \frac{d}{2}} + e^{ik \cdot \frac{\Delta y}{2} z} e^{-ik_p \frac{d}{2}} \right) =$$



$$= U_1 \cdot 2 \cos \left[k \left(\frac{\Delta y}{2} z - \frac{d}{2} p \right) \right] =$$

$$= C S \left(\frac{\sin v}{v} \right) \cdot 2 \cos \left[k \left(\frac{\Delta y}{2} z - \frac{d}{2} p \right) \right]$$

$$I_p = C^2 S^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot 4 \cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} (\Delta y z - d p) \right]$$

$$I_{TOT} = \frac{I_0}{N^2} \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot 4 \cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} (\Delta y z - d p) \right] \left(\frac{\sin(\frac{N}{2} \alpha)}{\sin \alpha} \right)^2$$

$$p = \frac{2\lambda}{d} \wedge z = 0 \text{ punktun:}$$

$$I_{TOT} = \frac{I_0}{N^2} \frac{N^2}{4} \cdot \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \cdot 4 \cos^2 \left(-\frac{\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \frac{2x}{d} \right) = I_A //$$

d) Ete D serec inoher gero? D difrakzio-serean zirkulatu bitartek horizontalak desplazatu dira $\Delta x = \frac{d}{8}$ distantzia.

$$U_p = U_1 \left(e^{-ik_p \frac{7d}{16}} + e^{ik_p \frac{7d}{16}} \right) = 2 U_1 \cos \left(k_p \frac{7d}{16} \right)$$



$$I_p = C^2 S^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 4 \cos^2 \left(k_p \frac{7d}{16} \right)$$

$$I_{TOT} = \frac{I_0}{N^2} \left(\frac{\sin V}{V} \right)^2 4 \cos^2 \left(k_p \frac{7d}{16} \right) \left(\frac{\sin \frac{N}{2} \alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

$$p = \frac{2A}{d} \text{ punten:}$$

$$I_{TOT} = \frac{I_A}{4} \cdot 4 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{2\lambda}{d} \cdot \frac{7d}{16} \right) = I_A \cos^2 \left(\frac{7\pi}{4} \right) = \frac{I_A}{2}$$

3. ARIKETA

Argi-sorta beteak, linealki polarizatuak 30° -an, $\frac{\lambda}{4}$ -ko xefla bet zeharkatu du, beren ardatz bertarre 60° -an depolarizat. Ondoren, transmisio-ardatz bertarre 90° -an duen polarizatuak beteak igaro da, eta beraren $\frac{\lambda}{2}$ -ko xefla beteak, ardatz bertarre 30° -an depolarizat.

a) Kalkulatu sisteman irteeran argi-sortak duen polarizazio egoeraren normalizatuak Jones-en biltzean

$$A_{\frac{\pi}{2}, (60^\circ, 0^\circ)} = \begin{pmatrix} -i \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{4} & (-i-1) \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \\ (-i-1) \frac{\sqrt{3}}{4} & -i \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} i-3 & (1+i)\sqrt{3} \\ (1+i)\sqrt{3} & 3i-1 \end{pmatrix}$$

$$P_{(90^\circ, 0^\circ)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{\pi, (30^\circ, 0^\circ)} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{4} + \frac{1}{4} & (-1-1) \frac{\sqrt{3}}{4} \\ (-1-1) \frac{\sqrt{3}}{4} & -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$$

Sarrerako argi sorta $\Rightarrow |e\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$ Kanp. de beharke

$$A_{\pi, 30^\circ} P_{90^\circ} A_{\pi/2, 60^\circ} |e\rangle = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i-3 & (1+i)\sqrt{3} \\ (1+i)\sqrt{3} & 3i-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}(i-3) + \frac{1}{2}(1+i)\sqrt{3} \\ (1+i)\frac{3}{2} + (3i-1)\frac{1}{2} \end{pmatrix} =$$

$$\frac{1}{2} [3 + 3i + 3i - 1] = 6i - 2$$

$$= \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3i-1 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} (3i-1)\sqrt{3} \\ -1(3i-1) \end{pmatrix} = \frac{3i-1}{4} \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

Interallo selltere normalizattu $\Rightarrow |e\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 \\ \frac{1}{2} e^{-i\pi} \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow (\alpha, \delta) = (30^\circ, 180^\circ)$$

4. ARIIKETA

Beira bot ($n=1,44$) ercio plenocren perpendikulara rekillo 60° -on partjalli polarizattuta argi line-
alca argittaken de, $v_0 = 0,85$ polarizatio-meila dieterik.
Kalkulatu isleparittansa eta argi islekeren polarizatio-
epocra ercio-anglia 40° bade.

$$(\alpha, \delta)_i = (60^\circ, 0^\circ) \quad v_0 = 0,85 \quad \theta_i = 40^\circ$$

SNELL : $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_t = \arcsin\left(\frac{1}{1,44} \sin 40^\circ\right)$
 $\theta_t = 26,51$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0647$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0109$$

Argi polarizatturenthet

$$R_p = R_{\perp} \cos^2 \alpha_i + R_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,0244$$

Argi neturalarenthet

$$R_N = \frac{R_{\perp} + R_{\parallel}}{2} = 0,0378$$

$$\tan \alpha_r e^{-i\delta_r} = - \frac{\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \tan \alpha_i e^{-i\delta_i} \Rightarrow \alpha = 35,37^\circ$$

$$\delta = 180^\circ$$

$$S = I_0 (1 - V_0) R_N \begin{pmatrix} 1 \\ V^1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + I_0 V_0 R_P \begin{pmatrix} 1 \\ 0,3299 \\ -0,944 \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$V^1 = \left| \frac{R_{\perp} - R_{\parallel}}{R_{\perp} + R_{\parallel}} \right| = 0,7116$$

$$= I_0 \cdot \begin{pmatrix} 0,00567 + 0,0205 \\ 0,0040 + 0,00676 \\ 0 - 0,01935 \\ 0 \end{pmatrix} = I_0 \cdot \begin{pmatrix} 0,02617 \\ 0,01076 \\ -0,01935 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$R_{TOT} = 0,02617 /$$

$$(\alpha, \delta) = (44,69^\circ, 110^\circ) //$$

$$V = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} = 0,846 //$$

2019-06-18 Arterleke oioe

1. ARIKETA

Mikroskopio bekk 40x objektiva eta x20 okulerra erabilten ditu, eta ferk optikoa 200cm da.

a) Zerbaita da len distantzia beharrene emetropo beken kauen?

$$\Gamma'_{OBS} = \frac{-\Delta}{f_1'} \Rightarrow f_{OBS}' = \frac{0,2}{40} = 0,005m = 5mm$$

$$\Gamma'_{OKU} = \frac{d_{PH}}{f_2'} \Rightarrow f_{OKU}' = \frac{0,25}{20} = 0,0125m = 12,5mm$$

$$a'_{OBS} = f_{OBS}' + \Delta = 205mm$$

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow a_{OBS} = \left(\frac{1}{a'_{OBS}} - \frac{1}{f_{OBS}'} \right)^{-1} = -5,125mm$$

$$a_{OBS} = -5,125mm //$$

b) Orcin -4 dioptriako beturrekoak erabilien dituen miope bat mikroskopioan zehar begira dego bere puntu urrunera fokatur. Zenbetekoa da len distantzia?

$$f' = \frac{1}{\varphi} = \frac{1}{-4} = -0,25 \text{ m}$$

Begi miopeko 25cm-ra du puntu urruna, beraz len 10cm behera du irudie okulerrek

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{a_2'} - \frac{1}{f_{okul}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{-250} - \frac{1}{12,5} \right)^{-1} = -11,90 \text{ cm}$$

$$e = f_{obj}' + \Delta + f_{okul}' = 5 + 200 + 12,5 = 217,5 \text{ cm}$$

$$a_1 = \left(\frac{1}{a_1'} - \frac{1}{f_{obj}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{209,6} - \frac{1}{5} \right)^{-1} = -5,12463 \text{ cm}$$

$$a_{obj} = -5,12463 \text{ cm}$$

c) Kalkulatu mikroskopioaren fokaren letituden hurbilketa-tenik egin gabe eta alderatu hurbilketen bidez egindako betorekin.

Hurbilketerik egin gabe egindako fakte zuzen bakoare puntu hurbilen fokateko objektuaren perizioa lotzee da, baina puntu hurbile 4 dioptriadun miope baten puntu urruna da eta b1 atalean kalkulatu dugu:

$$D = |O_{PR}| - |O_{PP}| = 5,125 - 5,12463$$

$$D = 0,00037 \text{ Dpt}$$

Hurbilketa eginda:

$$f' = - \frac{f_1' f_2'}{e - f_1' + f_2'} = - \frac{f_1' f_2'}{\Delta} = -0,3125 \text{ cm}$$

$$D \sim - \frac{A}{f' f'} \Rightarrow D \sim 0,39 \mu\text{m}$$

d) Objektieven eta okuleraren diametroak 3 cm eta 9 cm berriz hurrenez hurren, kalkulatu argiaren erdiko eremu behar den ematzearen kovan.

$$f'_{\text{OBJ}} = 5\text{ cm} \quad f'_{\text{OKU}} = 12,5\text{ cm} \quad e = 217,5\text{ cm} \quad a_{\text{OBJ}} = -5,125\text{ cm}$$

Behar den irudiera diafragma laster behar du:

$$\overleftarrow{L}_{\text{OBJ}} = L_{\text{OBJ}}$$

$\overleftarrow{L}_{\text{OKU}}$:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{217,5} - \frac{1}{5} \right)^{-1} = -5,1176$$

$$\beta' = \frac{s'}{s} = \frac{217,5}{-5,1176} = -42,5 = \frac{y'}{y}$$

$$\phi_{\overleftarrow{L}_{\text{OKU}}} = \frac{\phi_{\text{OKU}}}{|\beta'|} = \frac{9}{42,5} = 0,213\text{ cm}$$

$$\tan \alpha_{\overleftarrow{L}_{\text{OBJ}}} = \frac{3}{5,125 \cdot 2} \Rightarrow \alpha_{\overleftarrow{L}_{\text{OBJ}}} = 16,32^\circ$$

$$\tan \alpha_{\overleftarrow{L}_{\text{OKU}}} = \frac{0,213}{(5,125 - 5,1176) \cdot 2} \Rightarrow \alpha_{\overleftarrow{L}_{\text{OKU}}} = 86,025^\circ$$

Argi txikiare objektiborene denez, bere de irudiera diafragma eta laster aparatua denez, sarrera minie de ere. $\phi_{\text{SP}} = 3\text{ cm}$ $O_{\text{SP}} = +5,125\text{ cm}$

Ondoren, eremu diafragma laster behar du. Horretarako okuleraren objektu eremuak irudiaran puntetik sarrera miniare erdiera argi laster argi laster du.

$$\tan \alpha = \frac{0,213}{2 \cdot 5,1176} \Rightarrow \alpha = 1,19^\circ$$

$\alpha < 90^\circ$ denez, okularrak de eremu diafragma eta objektiborene argi laster

sarrerako leihoa bere india objektu erpozioan
 itzartu da. $\phi_{sl} = 0,213 \mu$ $\theta_{sl} = + 0,0074 \mu$
 Argitapen erditiko erama kalkulatu dezakegu
 orain:

$$r_e = \frac{O_{sl} \cdot r_{sl}}{O_{sl} - O_{sl}} = \frac{5,125 \cdot \frac{0,213}{2}}{5,125 - 0,0074} = 0,1067 \mu //$$

e) Zentzuzko irakidura 0,21 deko kontuan hartuta,
 ezartze objektu airean degela.

$$z \cdot \Delta = n \sin \alpha_{max} \Rightarrow n = \frac{z \Delta}{\sin \alpha_{max}} = 0,996 \approx 1 \rightarrow \text{Airra } \checkmark$$

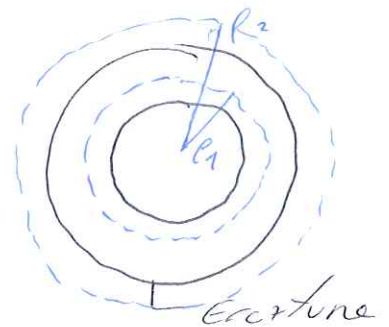
↳ Objektu eta sarrerako nirearen artean

2. ARIKETA

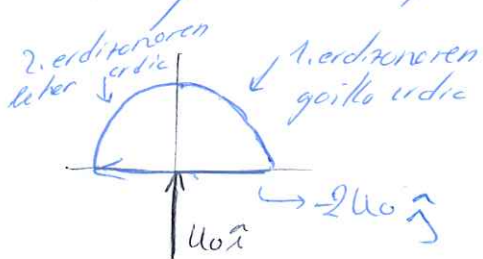
Laserr batz ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) erartun opaku bat argitatu
 dugu eta intentsitatea erartunetik 62cm-ra jaso dugu.
 Erartunaren berraketa eta konpaktu erartunetik $r_1 = 450 \mu\text{m}$
 eta $r_2 = 780 \mu\text{m}$ bedira,

a) Alderatu ardatzean jokatzen duen intentsitatea eta n aldatze
 emango lukeen erartunetik.

$$P^2 = j \lambda S_0 \begin{cases} \frac{r_1^2}{\lambda S_0} \approx 0,5 \\ \frac{r_2^2}{\lambda S_0} = 1,5 \end{cases}$$



Beraz, erartunetik behinengo erditzoreko
 goitiko erditz eta bigarren erditzoreko
 beheko erditz estaltzen da. Funtzioak erditzileko
 ditugu ze amplitude estaltzen duten jalkitako



$$u_{TOT} = u_0 \hat{i} - 2u_0 \hat{j}$$

$$I \propto |u|^2 \Rightarrow I = 5 I_0 //$$

b) ete erastunoon oisymie erohitten beauty?

$$U_{TOT} = -2U_0 \hat{z}$$

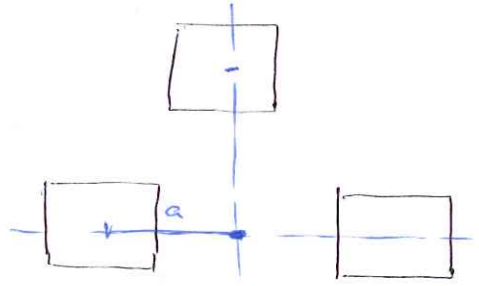
$$I \propto |U|^2 \Rightarrow I = 4I_0 //$$

3. ARIIKETA

a) aldetle hiru zulo kometuon I irudillo objektu difraktatzailea sortu duzu. Ekarizpen prozesu lotetu ete zero kometuko irudi arko $4c$ perimetroekin errepikatzea lotu duzu II irudillo sarea sortu arte.

a) Idetzi sareak ematen duen intentsitatearen ekoizpena norabide horizontaleko maximo nagurietan.

$$U_p = U_1 \cdot [e^{-ik_p a} + e^{-ik_q 2a} + e^{ik_p a}] = \frac{I}{3c} \cdot \left[\begin{array}{c} \square \\ | \\ \square \end{array} \right]$$

$$= C a^2 \left[2 \cos(k_p a) + e^{-ik_q 2a} \right] \left(\frac{\sin v}{v} \right) \left(\frac{\sin w}{w} \right)$$


$$I_p = C^2 S^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left[4 \cos^2(k_p a) + 1 + 4 \cos(k_p a) \cos(k_q 2a) \right] \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2$$

$$I_{TOT} = C^2 S^2 \left(\frac{\sin w}{w} \right)^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left[4 \cos^2(k_p a) + 1 + 4 \cos(k_p a) \cos(k_q 2a) \right] \left(\frac{\sin N \alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

$$s^2 = a^4; \quad w = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \delta; \quad v = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta; \quad \alpha = \frac{\pi 4a}{\lambda} \sin \theta; \quad p = \sin \theta; \quad q = \sin \delta$$

Horizontalean $\Rightarrow q = 0$

$$I_{TOT} = C^2 S^2 \left(\frac{\sin v}{v} \right)^2 \left[4 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} a \right) + 4 \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} a \right) + 1 \right] \left(\frac{\sin N \alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

Maximo naguriek:

$$\sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = m\pi = \frac{\pi 4a}{\lambda} p \Rightarrow p = \frac{m\lambda}{4a}$$

$$v = \frac{\pi a}{\lambda} p = \frac{\pi a}{\lambda} \cdot \frac{m\lambda}{4a} = \frac{m\pi}{4} \quad k_p a = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{m\lambda}{4a} \cdot a = \frac{\pi m}{2}$$

$$I_{TOT} = c^2 s^2 \cdot N^2 \cdot \frac{16}{m^2 \pi^2} \sin^2\left(\frac{m\pi}{4}\right) \cdot \left[4 \cos^2\left(\frac{\pi m}{2}\right) + 4 \cos\left(\frac{\pi m}{2}\right) + 1\right]$$

$$I_{TOT}^{max} = \frac{16c^2 s^2 N^2}{m^2 \pi^2} \sin^2\left(\frac{m\pi}{4}\right) \left[4 \cos^2\left(\frac{\pi m}{2}\right) + 4 \cos\left(\frac{\pi m}{2}\right) + 1\right]$$

b) Ordene gelduik al dajo?

Bai $\frac{m\pi}{4} = n\pi \Rightarrow m = 4n$ non $n \in \mathbb{N}$

beteken den gurtoten maximeea gelduko da.

c) Orain beirako xafle bete bet jarri duzu gortko kernetan gainean. Bigarren ordenaren intehitateke hirv aldit handiagoa bada, zenbatetako da beirako xaflek sortzen duen aberapena.

$$u_p = u_i \left[e^{-ik_p x} + e^{-ik_g z} \cdot e^{i\phi} + e^{-ik_p z} \right]$$

$$I_{TOT} = c^2 s^2 \left(\frac{\sin w}{w}\right)^2 \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \left[4 \cos^2(k_p z) + 1 + 4 \cos(k_p z) \cos(k_g z - \phi)\right] \left(\frac{\sin N x}{\sin x}\right)^2$$

Horizontalean $\Rightarrow \eta = 0$

$$I_{TOT} = c^2 s^2 \left(\frac{\sin v}{v}\right)^2 \left[4 \cos^2(k_p z) + 1 + 4 \cos(k_p z) \cos \phi\right] \left(\frac{\sin N x}{\sin x}\right)^2$$

Bigarren ordene $\Rightarrow p = \frac{1}{2a}$; $v = \frac{\pi}{2}$; $k_p z = \pi$

$$I_{TOT_{xaf}}^{m=2} = c^2 s^2 \frac{4}{\pi^2} (4 + 1 - 4 \cos \phi) \cdot N^2 = c^2 s^2 \frac{4N^2}{\pi^2} (5 - 4 \cos \phi)$$

Xafle jabe

$$I_{TOT}^{m=2} = c^2 s^2 \frac{4}{\pi^2} (4 - 4 + 1) N^2 = c^2 s^2 \frac{4N^2}{\pi^2}$$

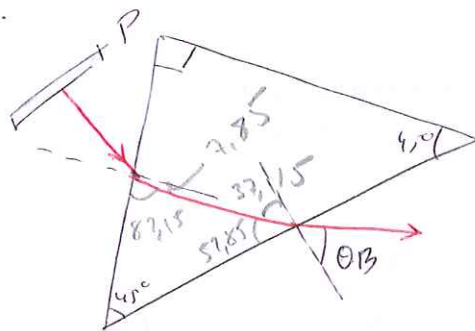
$$I_{TOT_{xaf}} = c^2 s^2 \frac{4N^2}{\pi^2} (5 - 4 \cos \phi) = 3 c^2 s^2 \frac{4N^2}{\pi^2}$$

$$5 - 4 \cos \phi = 3 \Rightarrow 4 \cos \phi = 2 \Rightarrow \cos \phi = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi = 60^\circ = \pm \frac{\pi}{3} \pm 2n\pi$$

4. ARIIKETA

Extremello irudian ager den bezala, argi-urte beteak berareko prisme triangeluar bete perpendikuleren eraketan dio albeta arpegi bete-tik. Prismaren oinerran zati bet islatu egiten da eta bete arpegitik irten (a) eta bete zatiareflekzioaren (b).

a) Argi eraketaren bidean polarizazio lineal bet jarri eta prisme eraso perpendikulerreko geometriko erloju eraketan kontrola noranzkoan biraketan bedu, a argi-urte denbortan de b irpieren irteerako angelue $\theta_b = 57,85^\circ$ denon. Nola orientatuta dago polarizazioaren ardetan? Zenbat balio du beraren errefrakzio-indizeak?



Argi errefraktatua ez egoteko, eraso angelue Brewster-ene iran beten de eta eraso-argiaren polarizazioa eraso-planoarekiko paralela. Beraz

$$\theta_i + \theta_b = \frac{\pi}{2} \rightarrow \theta_i = 37,15^\circ$$

$$\tan \theta_b = \tan \theta_i = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_2 = 1,32 //$$

$$\alpha_i = 90^\circ \quad \delta_i = 0$$

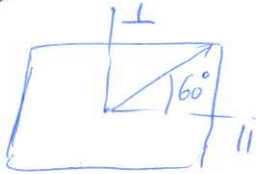
Hau iran de, atzerreko emondu duzu proiektu:

$$\text{SNELL: } n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \theta_1 = 10,38^\circ \quad \theta_2 = 7,85^\circ$$

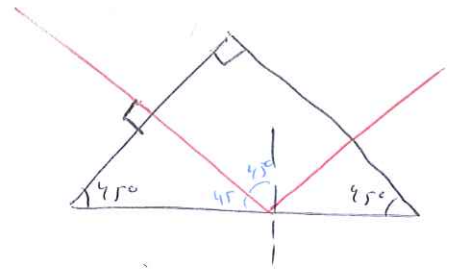
$$\tan \alpha_t e^{-i\delta_t} = \frac{1}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \tan \alpha_i e^{-i\delta_i} \Rightarrow \begin{aligned} \alpha_i &= 90^\circ \\ \delta_i &= 0^\circ \end{aligned}$$

Berarti, polarisasi cahaya orde ke dua itu polarisasi paralel orientasi ekan beker dan

5) Polarizasi kedua, primen serben den arja I_0 intensitete da eta partialli polarizate deya, ($V_0 = 0,5$) eta $\gamma = 60^\circ$ -ko anjeluc' roten da irudieren plonorekiko. Melkule itatu a arji-josteren intensitetea, polarizatio agere eta polarizatio meile arja eratio perpendikuleren serben denan.



$$\Rightarrow \begin{aligned} \alpha_i &= 30^\circ \\ \delta_i &= 0^\circ \end{aligned}$$



1. TRANSISIA

$$(\alpha, \delta)_i = (30^\circ, 0^\circ) \quad \theta_i = 90^\circ$$

$$\text{Eratu perpendikuleren} \Rightarrow \alpha_i = \alpha_t \quad \delta_i = \delta_t$$

$$P = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} = 0,9810$$

2. ISLAPENA

$$(\alpha, \delta)_i = (30^\circ, 0^\circ) \quad \theta_i = 45^\circ \quad \theta_t = 68,97^\circ$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,1977$$

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} = 0,0391$$

Zerri alcaforroc

$$R_N = \frac{R_{\parallel} + R_{\perp}}{2} = 0,1184$$

$$V' = \frac{R_{\perp} - R_{\parallel}}{R_{\perp} + R_{\parallel}} = 0,6698$$

Zuti polarizetue

$$R_p = R_{\perp} \cos^2 \alpha_i + R_{\parallel} \sin^2 \alpha_i = 0,1581$$

$$\tan \alpha_r e^{-i\delta_r} = - \frac{\cos(\theta_i + \theta_e)}{\cos(\theta_i - \theta_e)} \tan \alpha_i e^{i\delta_i} \Rightarrow \alpha_r = 14,376^\circ$$
$$\delta_r = 0^\circ$$

$$S = \hat{T}_N I_0 (1 - V_0) R_N \begin{pmatrix} 1 \\ V' \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + I_0 V_0 \hat{T}_N R_P \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\alpha_r \\ \sin 2\alpha_r \\ 0 \end{pmatrix} =$$
$$= I_0 \hat{T}_N \begin{pmatrix} 0,0592 + 0,0791 \\ 0,03965 + 0,0693 \\ 0 + 0,03807 \\ 0 + 0 \end{pmatrix} = I_0 \hat{T}_N \begin{pmatrix} 0,1383 \\ 0,10895 \\ 0,03807 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$I_a = 0,1358 I_0 //$$

$$V = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \Rightarrow V_a = 0,834 //$$

$$(\alpha, \delta)_a = (9,63^\circ, 0^\circ) //$$