Aljebra, 1.ariketa R-en

Aitor Saiz Telleria

February 21, 2015

1 Enuntziatua:

Ebatz itzazu ondoko ekuazio-sistema Gaussen ezabapen-metodoa erabiliz.

```
2u  v = 0
u + 2v  w = 0
v + 2w  z = 0
w + 2z = 5
```

2 Ebazpena (R kodea eta azalpena)

- Eme funtzioa definitu dut, oinarrizko matrizeekin eragiketak egin ahal izateko.

```
Eme <- function(n, r1, r2, k) {
  E <- diag(n)
  E[r1,r2] <- k; E
}
```

- Lehenik koefiziente matrizea sortuko dugu. Horretarako, bektore bat sortu dut ekuazio sistemaren koefizienteekin.

```
a <- c(2,-1,0,0,-1,2,-1,0,0,-1,2,-1,0,0,-1,2)
```

- Eta gero bektore horrekin 4 ordenako matrize karratua sortu dut, A.

```
A <- matrix(a, 4, 4, byrow=TRUE)
```

$$\mathrm{A}_{4,4} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- B, berriz, osagai askeen matrizea da.

```
B <- matrix(c(0,0,0,5), 4, 1)
```

$$\mathrm{B}_{4,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- Gauss metodoa aplikatzeko, AB matrize zabaldua osatu dut.

```
AB <- cbind(A,B)
```

$$AB_{4,5} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- Eta segidan, beharrezko aldaketak egin ditut oinarrizko matrizeen bitartez, sistema ebazteko moduko sistema baliokidea lortu arte. Horretarako, A koefiziente matrizea goi triangeluar bilakatzea dut helburu, ahal dela batak soilik utziz A-ren diagonal nagusian.

```
E12 <- Eme(4,1,2,1)
```

- Lehen errenkadari bigarrena batu.

```
AB1 <- E12%*%AB
```

$$AB1_{4,5} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

  - `E21 <- Eme(4, 2, 1, 1)`

- Bigarren errenkadari lehenengoa batu.

```
> AB2 <- E21%*%AB1
```

$$AB2_{4,5} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

  - `E23 <- Eme(4, 2, 3, 2)`

- Bigarren errenkadari hirugarrena*2 batu.

```
AB3 <- E23%*%AB2
```

$$AB3_{4,5} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

  - `E32 <- Eme(4, 3, 2, 1)`

- Hirugarren errenkadari bigarrena batu.

```
AB4 <- E32%*%AB3
```

$$AB4_{4,5} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- `E34 <- Eme(4, 3, 4, 3)`

- Hirugarren errenkadari laugarrena halako 3 batu.

```
AB5 <- E34%*%AB4
```

$$AB5_{4,5} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 15 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

- `E43 <- Eme(4, 4, 3, 1)`

- Azkenik, laugarren errenkadari hirugarrena kendu.

```
AB6 <- E43%*%AB5
```

$$AB6_{4,5} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 20 \end{pmatrix}$$

- Lortu dugun sistema baliokidea bitan zatitu dut: alde batetik osagai askeak.

```
B6 <- matrix(AB6[1-2-3-4,5])
```

$$B6_{4,1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 15 \\ 20 \end{pmatrix}$$

- Eta bestetik koefiziente berriak.

```
A6 <- matrix(AB6[1-2-3-4,1-2-3-4], 4, 4)
```

$$A6_{4,4} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

- R-ek guztia kolpetik ebazteko aukera eman arren, eskuz egingo genukeen bezala egiten saiatu naiz, hau da, pausoz pauso.

```
z <- solve(5, 20);
z=4

w <- solve(1, 15-3*z);
w=3

v <- solve(1, 2*z-2*w);
v=2

u <- solve(1, w-v);
u=1
```