

Mekanika (V)

Dinamika eta Kontserbazio-Legeak

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Masa-Zentroa

Zer da Masa-Zentroa?

- Higdurari begira, bertan dago sistemaren masa osoa.
- MZ-ren **posizioa**, **abiadura** eta **azelerazioa**:

$$\mathbf{r}_{MZ} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{m} \quad [\sum_i m_i = m]$$

$$\mathbf{v}_{MZ} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{m} \quad \mathbf{a}_{MZ} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{a}_i}{m}$$

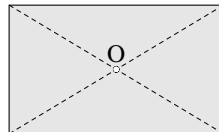
- Translazioarako higadura-ekuazioa: Gorputzaren gaineko indar erresultantea **R** bada, orduan:

$$\mathbf{R} = m\mathbf{a}_{MZ}$$

Zenbait Adibide

■ Gorputz geometriko erregularrak:

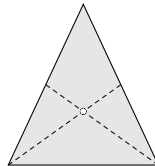
- **Karratua**
- **Errektangelua**



Zenbait Adibide

■ Gorputz geometriko erregularrak:

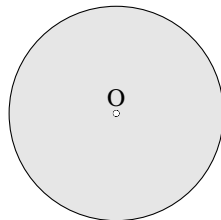
- **Karratua**
- **Errektangelua**
- **Triangelua**



Zenbait Adibide

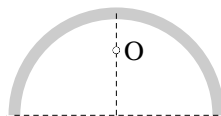
■ Gorputz geometriko erregularrak:

- **Karratua**
- **Errektangelua**
- **Triangelua**
- **Zirkulua**



■ Gorputz irregularrak:

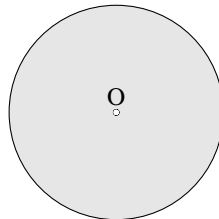
- **'L' itxurako gorputza**
- **Arku-itxurakoa...**



Zenbait Adibide

■ Gorputz geometriko erregularrak:

- **Karratua**
- **Errektangelua**
- **Triangelua**
- **Zirkulua**



■ Gorputz irregularrak:

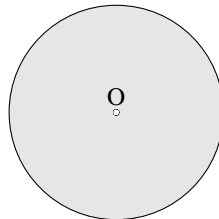
- **'L' itxurako gorputza**
- **Arku-itxurakoa...**
- **...eta beste...**



Zenbait Adibide

■ Gorputz geometriko erregularrak:

- **Karratua**
- **Errektangelua**
- **Triangelua**
- **Zirkulua**



■ Gorputz irregularrak:

- **'L' itxurako gorputza**
- **Arku-itxurakoa...**
- **...eta beste...**

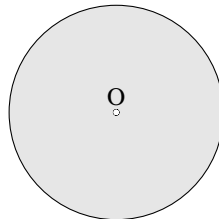


ZTF-FCT

Zenbait Adibide

■ Gorputz geometriko erregularrak:

- **Karratua**
- **Errektangelua**
- **Triangelua**
- **Zirkulua**



■ Gorputz irregularrak:

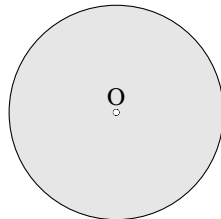
- **'L' itxurako gorputza**
- **Arku-itxurakoa...**
- **...eta beste...**



Zenbait Adibide

■ Gorputz geometriko erregularrak:

- **Karratua**
- **Errektangelua**
- **Triangelua**
- **Zirkulua**



■ Gorputz irregularrak:

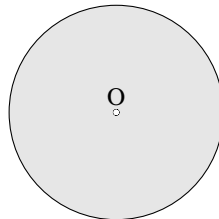
- **'L' itxurako gorputza**
- **Arku-itxurakoa...**
- **...eta beste...**



Zenbait Adibide

■ Gorputz geometriko erregularrak:

- **Karratua**
- **Errektangelua**
- **Triangelua**
- **Zirkulua**



■ Gorputz irregularrak:

- **'L' itxurako gorputza**
- **Arku-itxurakoa...**
- **...eta beste...**



Momentu Lineala, Lana eta Energia

- ① **Momentu lineala.** Gorputzaren masa osoa masa-zentroan kokaturik eta haren abiaduran higitzen:

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v}_{MZ}$$

- ② **Indarren lana.** Definizioz, $\Delta\mathbf{r}$ desplazamenduaren eta \mathbf{R} kanpoko indarren erresultantearen arteko biderkadura eskalarra da:

$$\Delta W = \mathbf{R} \cdot \Delta\mathbf{r}$$

- ③ **Energia.** Gorputzek, euren abiaduragatik edo posizioagatik lana burutzeko duten ahalmena.

- **Zinetikoa.** Abiadurari dagokiona:

$$K = \frac{1}{2}mv_{MZ}^2$$

- **Potentziala.** Posizioari dagokiona:

▲ **Grabitatorioa.** $U = mgh$ $\begin{cases} g = \text{grabitatearen azelerazioa} \\ h = \text{erreferentzia-puntuarekiko altuera} \end{cases}$

▲ **Elastikoa.** $U = \frac{1}{2}kx^2$ $\begin{cases} k = \text{konstante elastikoa} \\ x = \text{orekarekiko desplazamendua} \end{cases}$



Unitateak

- ❶ **Momentu lineala.** Abiadurak berak baino askoz informazio dinamiko gehiago darama.

$$\text{Masa} \times \text{abiadura} \rightarrow \text{kg} \cdot \text{m/s} \quad [\text{MLT}^{-1}]$$

- ❷ **Lana.** Energiarekin batera, hauxe da magnituderik erabiliena.

$$\text{Indarra} \times \text{distantzia} \rightarrow \text{N} \cdot \text{m} \equiv \text{Joule} \quad [\text{ML}^2\text{T}^{-2}]$$

- ❸ **Energia.** Zinetikoa zein potentziala, Naturan agertzen den magnituderik garrantzitsuenetariokoa da.

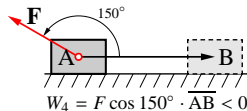
$$\left. \begin{array}{ll} \text{Zinetikoa} & \text{Masa} \times (\text{abiadura})^2 \\ \text{Pot. grab.} & \text{Masa} \times \text{grab.} \times \text{altuera} \\ \text{Pot. elast.} & \text{K. elast.} \times (\text{deformaz.})^2 \end{array} \right\} \rightarrow [\text{ML}^2\text{T}^{-2}] \equiv \text{Joule}$$



Indarren Lana: Adibideak

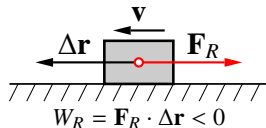
▲ Indarra eta desplazamendua:

- Norabide eta noranzko berean.
- Angelu zorrotza osatzen.
- Angelu zuzena osatzen.
- Angelu kamutza osatzen.



▲ Marruskadurazko indarraren lana:

- **Negatiboa da beti.**



Indar Bizien Teorema eta Energiaren Teorema

Indar Bizien Teorema

Indarrek egindako lana, masaren energia zinetikoaren aldaketara doa:

$$W_{12} = \Delta E_z = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

- Kontserbakorrak badira, energia osoak konstante dirau:

$$W_{12} = -\Delta E_p = \Delta E_z \rightarrow \Delta(E_z + E_p) = 0 \rightarrow \boxed{E_z + E_p = E = \text{cte}}$$

- Ez-kontserbakorrak badira, energia zinetikoa gutxituz doa:

$$W_R = \Delta E_z < 0 \rightarrow \boxed{E_{z,2} < E_{z,1}}$$

- Indarrak **mota bietakoak** badira, energia osoa gutxituz doa:

$$W_{12} = W_{12,ek} + W_{12,k} \rightarrow \boxed{W_{12,ek} = \Delta(E_z + E_p) = \Delta E < 0}$$

