Mekanika (I)

Magnitudeak, Unitateak eta Bektoreak

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Magnitude fisikoak

- Fisikaren helburua: Natura aztertzea
  - Osagaiak
  - Osagaien arteko elkarrekintzak
- Mikroskopikoki: Partikulak, molekulak, atomoak
- Makroskopikoki: Gasak, likidoak (jariakinak), solidoak
- Fisikaren oinarria: Neurtu → Kuantifikatu
  (dimentsio eta unitateak)

Magnitudeak eta Unitateak

Oinarrizko Magnitudeak

Izena	Dimentsioa	Unitatea
Luzera	L	m
Denbora	T	s
Masa	M	kg
Tenperatura	K	K
Korronte elektrikoa	A	A
Argi-intentsitatea	I	cd

- Izan ere, badago hemen aipatzen ez den beste oinarrizko magnitude bat: **Substantzia-** edo **gai-kantitatea** (unitatea: **mol**)

ZTF-FCT

Magnitudeak eta Unitateak

Magnitude Eratorriak

Izena	Dimentsioa	Unitatea
Abiadura	$[v] = LT^{-1}$	m/s
Indarra	$[F] = MLT^{-2}$	$\mathrm{N} \equiv \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}^2$
Momentu lineala	$[p] = MLT^{-1}$	$\mathrm{N} \cdot \mathrm{s} \equiv \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m/s}$

Multiplo eta Azpimultiploak

10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
Tera	Giga	Mega	Kilo	Mili	Micro	Nano	Pico
T	G	M	k	m	μ	n	p

Unitate-aldaketa

Adibidea

Nazioarteko sistema (SI) erabiltzen saiatuko gara. Hala ere, beste unitate arrunt batzu ere agertuko zaizkigu. Nola pasa daiteke unitate batzuetatik besteetara?

$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \longrightarrow \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$

$$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \xrightarrow[1\ \mathrm{s}=1/3\,600\ \mathrm{h}]{1\ \mathrm{m}=1/1\,000\,\mathrm{km}} \frac{1/1\,000\ \mathrm{km}}{1/3\,600\ \mathrm{h}} = 3,6\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$

$\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \longrightarrow \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} \xrightarrow[1\ \mathrm{h}=3\,600\ \mathrm{s}]{1\ \mathrm{km}=1\,000\,\mathrm{m}} \frac{1\,000\ \mathrm{m}}{3\,600\ \mathrm{s}} = 0,2\widehat{7}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

ZTF-FCT

Dimentsio-ekuazioak

Ekuazio guztietan, berdintzaren bi aldeetan magnitudeak berdinak dira (baita unitateak ere).

$$\left.\begin{array}{ccc} [m] = M, & [t] = T, & [s] = L, \\ [v] = L/T, & [a] = L/T^2, & [F] = [ma] = ML/T^2 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\boxed{v \stackrel{?}{=} \tfrac{1}{2}at^2} \rightarrow \left\{\begin{array}{c} [v] = L/T \\ [\tfrac{1}{2}at^2] = (L/T^2)\cdot T^2 = L \end{array}\right\} \quad \textbf{Okerra!}$$

Eskalarrak eta Bektoreak

Eskalarrak

Ondo definitzeko, **zenbakia + unitatea** (tenperatura, masa, denbora, luzera,. . .).

Bektoreak

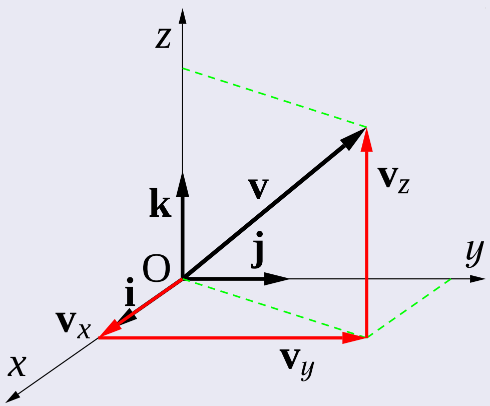
Honako honetan, **hiru zenbaki + unitatea** behar dugu (posizioa, abiadura, indarra,. . .).

Modulua	+	Unitatea
Norabidea	→	Angelua, orientazioa
Noranzkoa	→	Zeinua

ZTF-FCT

Bektoreak eta Erreferentzia-Sistemak

Erreferentzia-sistema (kartesiarra) definitu behar da: Hiru bektore perpendikular eta unitario ($\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$), x, y eta z ardatzetan zehar (O jatorria ere adierazi behar da).



- **Osagaiak**

$$\mathbf{v} \equiv (v_x, v_y, v_z) \equiv \mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y + \mathbf{v}_z$$
$$\equiv v_x\,\mathbf{i} + v_y\,\mathbf{j} + v_z\,\mathbf{k}$$

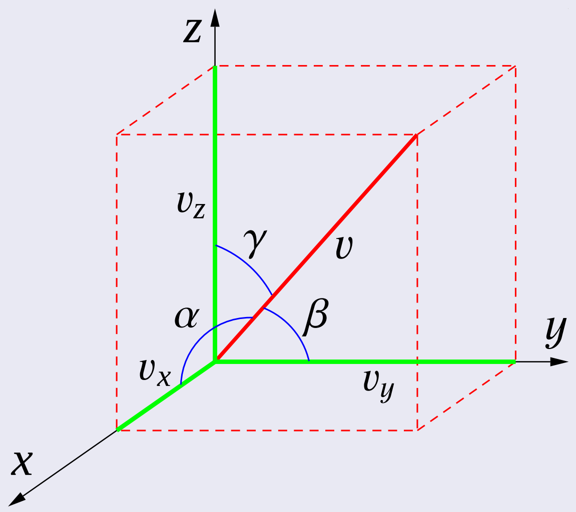
- **Modulua**

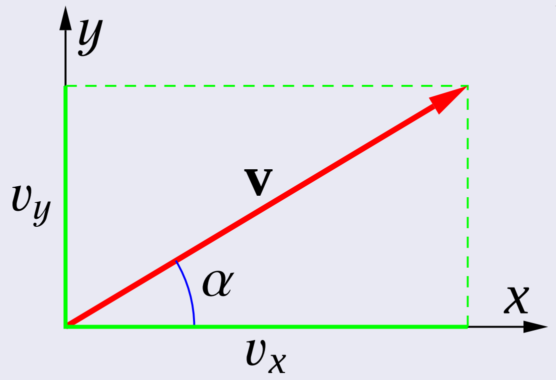
$$|\mathbf{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

ZTF-FCT

Osagaien Kalkulua

Osagai kartesiarrak eta *angelu zuzentzaileak*





- **Osagaiak**

$$v_x = v\cos\alpha$$
$$v_y = v\cos\beta$$
$$v_z = v\cos\gamma$$

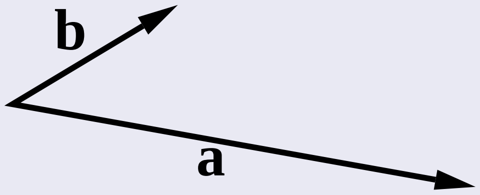
- **Modulua**

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{v^2\cos^2\alpha + v^2\cos^2\beta + v^2\cos^2\gamma}$$

$$\left[\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1\right]$$

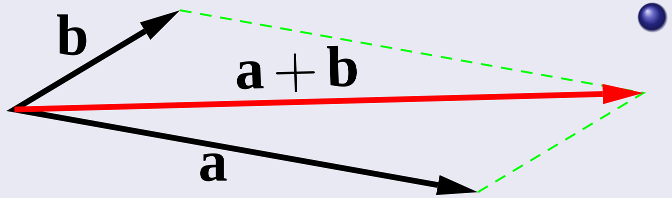
Bektoreen Aljebra

Eragiketa bektorialak (I)



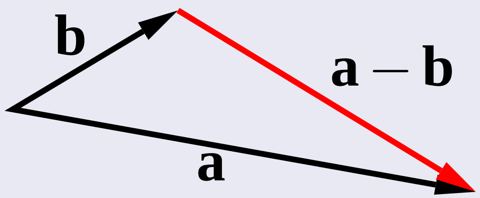
- **Bektoreak eta osagaiak**

$$\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z) \qquad \mathbf{b} = (b_x, b_y, b_z)$$



- **Batuketa**

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$$

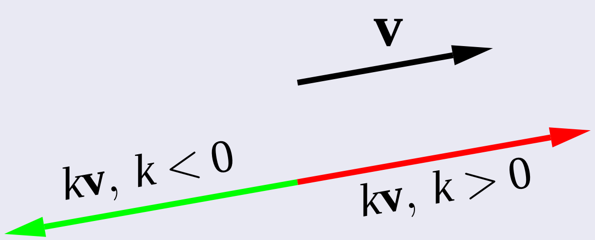


- **Kenketa**

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = (a_x - b_x, a_y - b_y, a_z - b_z)$$

Bektoreen Aljebra

Eragiketa bektorialak (II)

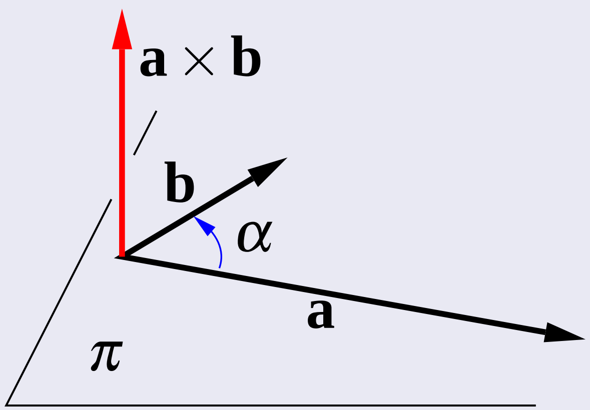


- **Biderketa eskalar batekin**

$$k\mathbf{a} = (ka_x, ka_y, ka_z)$$

- **Biderketa eskalarra**

$$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z = ab\cos\alpha$$



- **Biderketa bektoriala**

$$\mathbf{a}\times\mathbf{b} = \mathbf{c} \rightarrow \begin{cases} c = ab\sin\alpha \\ \mathbf{c} \perp \pi(\mathbf{a},\mathbf{b}) \\ \text{Noranzkoa} \rightarrow \text{Torlojo-araua} \end{cases}$$

Mekanika (II)

Zinematika: Higidura Arruntak

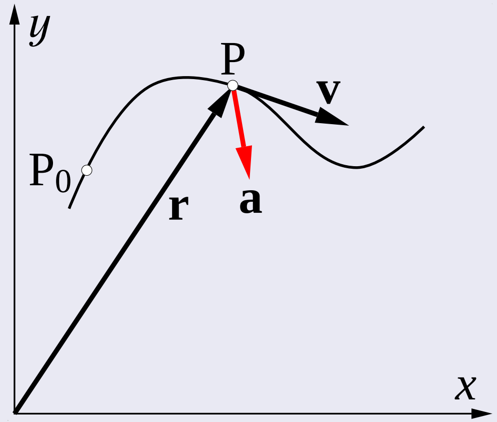
Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Zinematika

Zer aztertzen du Zinematikak?

Partikula edo gorputz baten higidura, eta bertan:

- Ibilbidea,
- Posizio-bektorea ($\mathbf{r}$),
- Abiadura-bektorea ($\mathbf{v} = \mathrm{d}\mathbf{r}/\mathrm{d}t$),
- Azelerazio-bektorea ($\mathbf{a} = \mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t$).



Ez da arduratzen higidura sortzen duten kausetaz.

- Goian aitapuriko magnitude guztiak, orokorrean, denboraren funtzioan aldatuko dira: $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$, $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$, $\mathbf{a} = \mathbf{a}(t)$.
- Ibilbidean barrena ibilitako distantzia: $\overset{\frown}{\mathrm{P_0P}} = s(t)$.

Higidura Dimentsio Bakarrean

- Ez da izaera bektorialik erabili behar, baina kontuz zeinuekin!
- Denboraren jatorria, higidura hasten den aldiunean: $t_0 = 0$.

Higidura uniformeki azeleratua

- $a = \text{kte} \neq 0$
- $v = v_0 + at$
- $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad [1]$

Higidura uniformea

- $a = 0$
- $v = v_0 = \text{kte}$
- $s = s_0 + v_0 t$

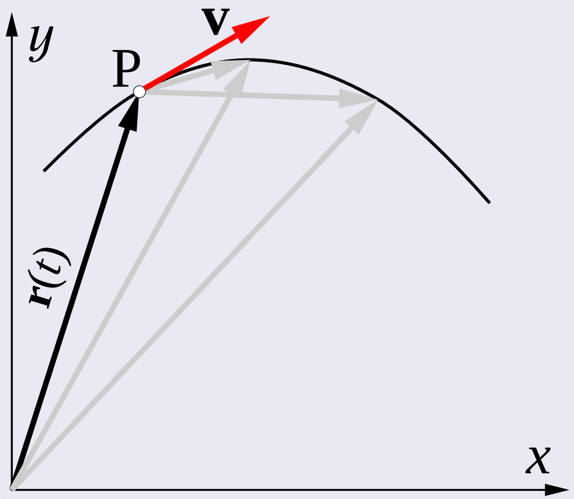
- Beste adierazpen interesgarri bat higidura uniformeki azeleratuan:

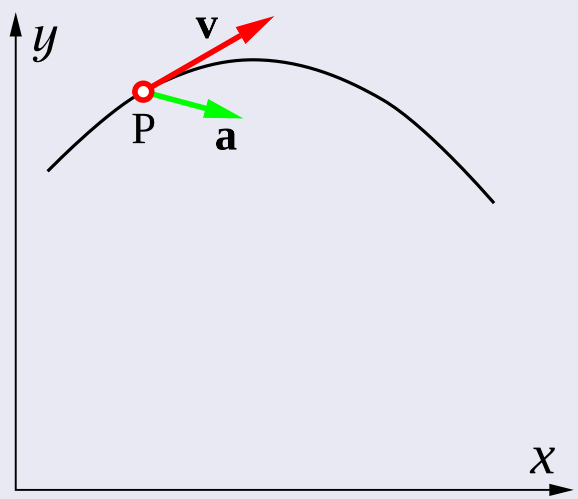
$$t = \frac{v - v_0}{a} \xrightarrow{[1]} \boxed{v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0)}$$

ZTF-FCT

Higidura bi eta hiru dimentsiotan

Abiadura eta Azelerazioaren Definizio Bektorialak





- **Abiadurak**

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t \to 0]{\lim} \mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t}$$

Batez Bestekoa **Aldiunekoa**

- **Azelerazioak**

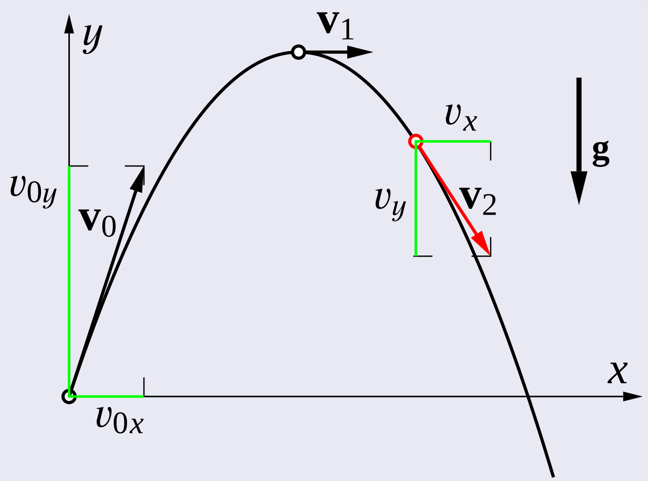
$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t \to 0]{\lim} \mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t}$$

Batez Bestekoa **Aldiunekoa**

ZTF-FCT

Adibidea: Tiro Parabolikoa

Tiro Parabolikoa



- Higidura Uniformeki Azeleratua:

$$\mathbf{a} = \mathbf{g} = -g\,\mathbf{j} \equiv (0, -g)$$

- Horizontalean: Higidura uniformea

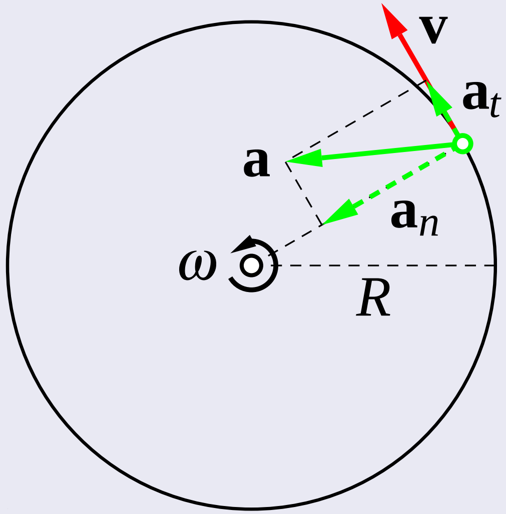
$$a_x = 0 \rightarrow \begin{cases} v_x = \text{kte} = v_{0x} \\ x = x_0 + v_{0x}t \end{cases}$$

- Bertikalean: H. uniformeki azeleratua

$$a_y = -g \rightarrow \begin{cases} v_y = v_{0y} - gt \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Adibidea: Higidura Zirkularra

Lehenik eta behin, $s = R\theta \;\rightarrow\; v = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t = R(\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t)$ [θ erradianetan]



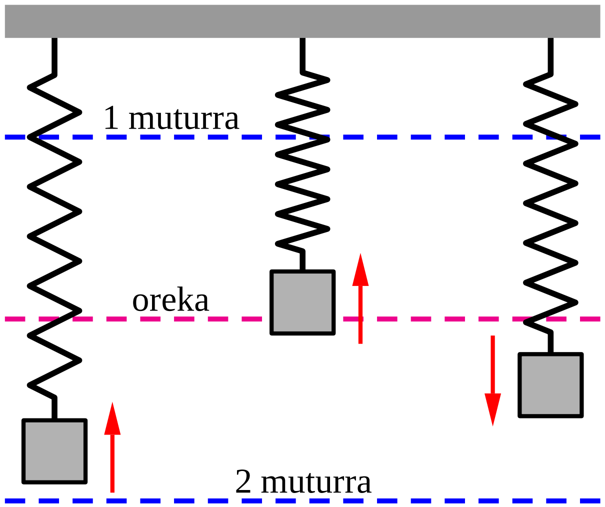
- Azel. tangentziala:
$$a_t = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t = \alpha R$$
- Azel. normala:
$$a_n = v^2/R = \omega^2 R$$

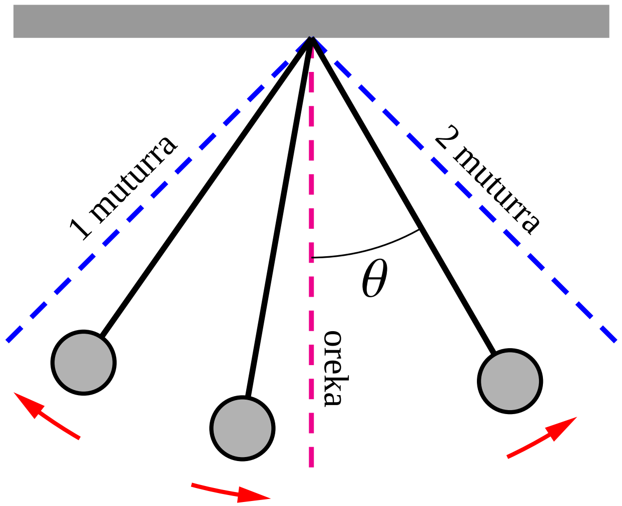
- Abiadura eta azelerazio angeluarrak
$$\omega = \mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t \qquad \alpha = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$$
- Higidura lineala $\leftrightarrow$ Higidura angeluarra
$$\omega = v/R \qquad \alpha = a_t/R$$
- Higidura uniformea: $\omega = \text{kte}$
$$\theta = \theta_0 + \omega t$$
- H. uniformeki azeleratua: $\alpha = \text{kte}$
$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2$$
- Bai eta:
$$\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta}$$

ZTF-FCT

Higidura Periodikoa

- Naturan zehar dugun higidurarik zabalduenetarikoa da.
- Magnitude zinematikoak errepikatu egiten dira denboraz denbora: $f(t+T) = f(t)$, non f den posizioa, abiadura edo azelerazioa.
- T delakoari **periodo** deritzo, eta halako higidurari, **periodikoa**.
- Kasurik errazena aztertuko dugu: dimentsio bakarrean gertatzen dena.
- Oreka-puntu batekiko gorputz edo partikula batek egiten duen joan-etorriko higidura da.

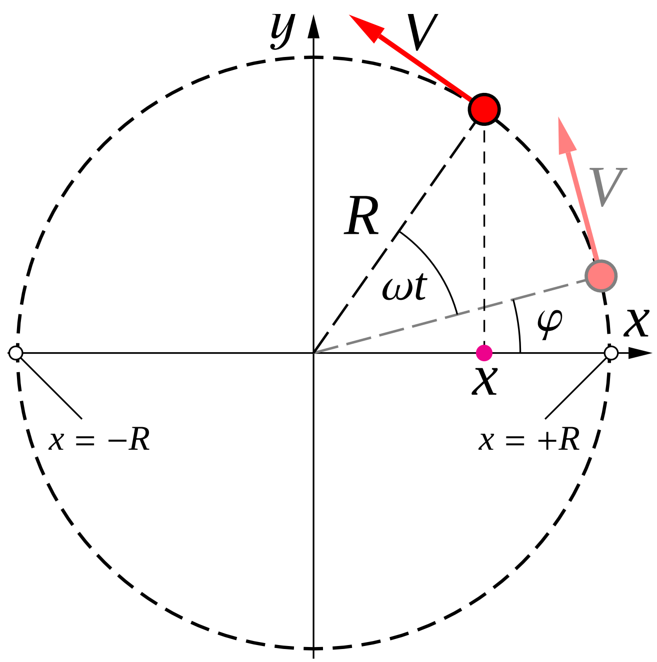




Higidura Harmoniko Sinplea (HHS)

- Higidura periodiko arruntenetariko bat da (zirkular uniformea bestea).
- Funtzio matematiko periodiko ezagunena sin (cos) delakoa da.
- Partikularen posizioaren adierazpena honela idatz daiteke:

$$\boxed{x(t) = R\cos(\omega t + \varphi) \qquad x(t+T) = x(t)}$$



- Matematikoki, higidura zirkular uniforme baten proiekzioa da x ardatzaren gainean.
- Irudian:

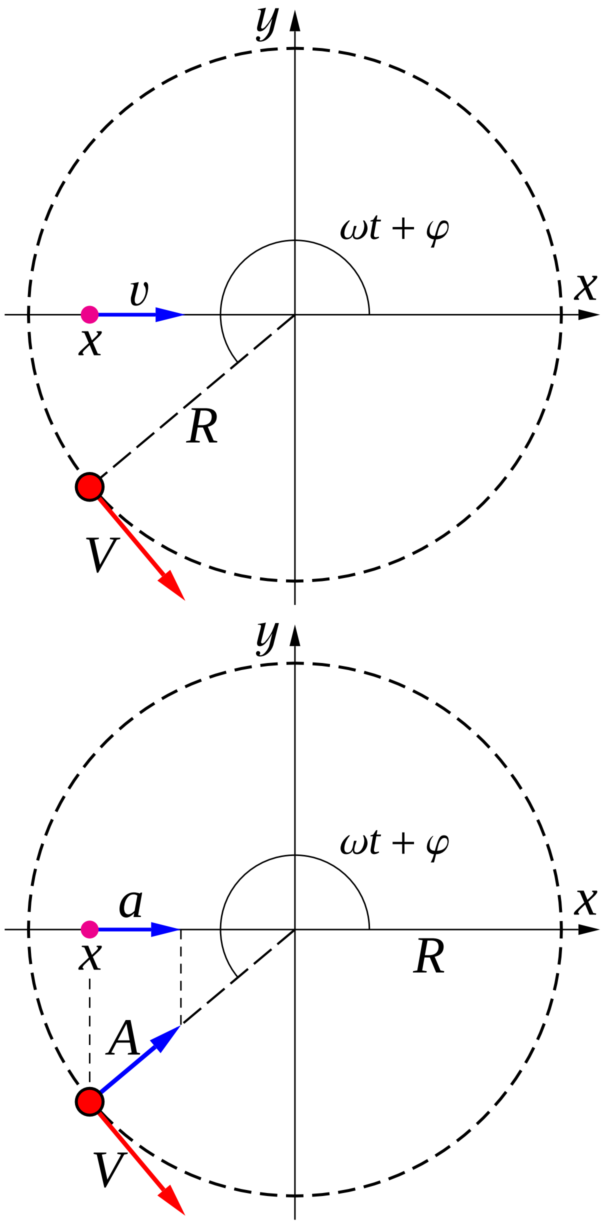
  x delakoa **elongazioa** da.
  R delakoa **anplitudea** da (elongazio maximoa).
  ω delakoa **maiztasun angeluarra** da.
  φ delakoa **hasierako fasea** da.
  $\omega t + \varphi$ delakoa **fasea** da.

- Higidura periodikoa izan dadin, $x(t+T) = x(t)$ dela bete behar da:

$$\cos[\omega(t+T)+\varphi] = \cos[(\omega t+\varphi)+\omega T] = \cos(\omega t+\varphi) \;\longrightarrow\; \boxed{\omega = 2\pi/T}$$

ZTF-FCT

HHS: abiadura eta azelerazioa



- Abiadura, alde batetik, x-ren norabidean V-ren proiekzioa da, $\theta = \frac{\pi}{2} + (\omega t + \varphi)$ izanik, eta bestetik, elongazioaren deribatu denborala da:

$$v = \begin{cases} V\cos\theta = -V\sin(\omega t + \varphi) \\ \dot{x} = -\omega R\sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

- Abiad. maximoa: $\boxed{x = 0 \;\rightarrow\; v_{\max} = \pm V = \pm\omega R}$
- Abiad. minimoa: $\boxed{x = \pm R \;\rightarrow\; v = 0}$
- Azelerazioa, alde batetik, x-ren norabidean A-ren proiekzioa da, $\theta = \pi + (\omega t + \varphi)$ izanik, eta bestetik, abiaduraren deribatu denborala da:

$$a = \begin{cases} A\cos\theta = -A\cos(\omega t + \varphi) \\ \dot{v} = -\omega^2 R\cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x \end{cases}$$

- Azel. max.: $\boxed{x = \pm R \;\rightarrow\; a_{\max} = \mp A = \mp\omega^2 R}$
- Azel. min.: $\boxed{x = 0 \;\rightarrow\; a = 0}$

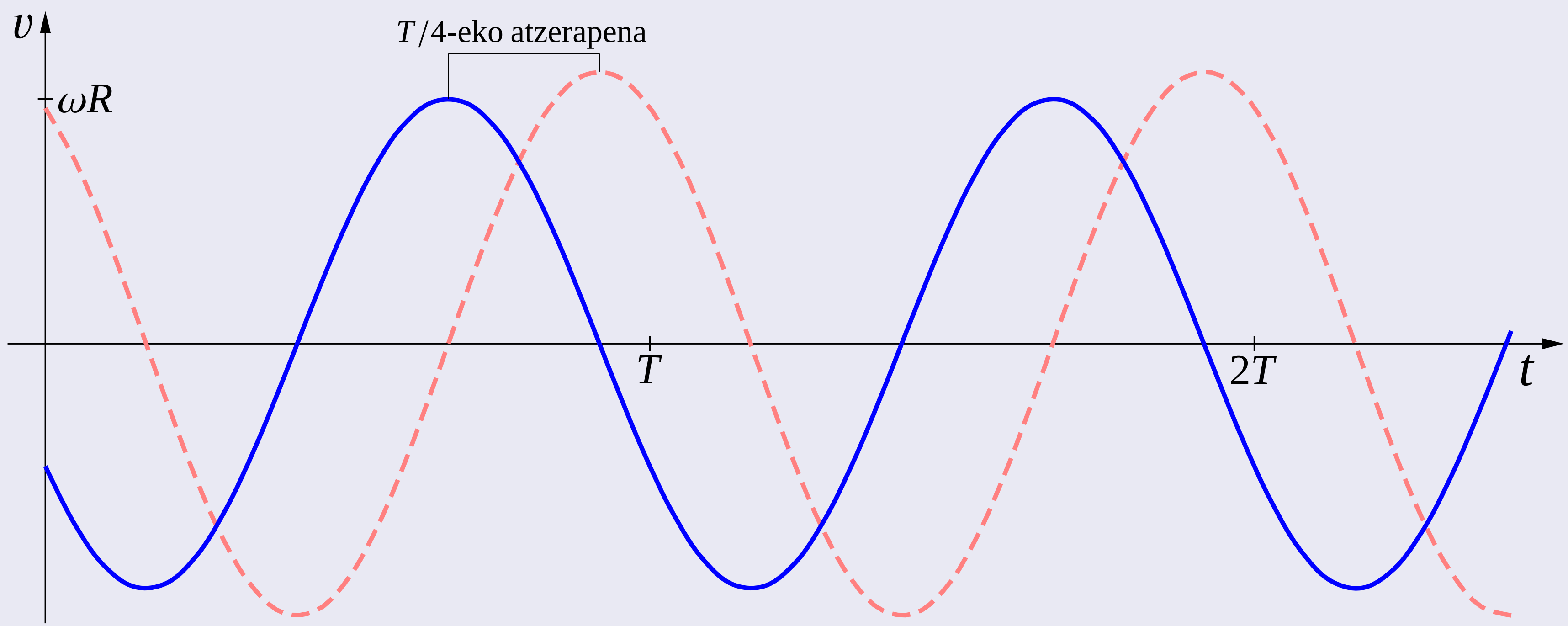
ZTF-FCT

HHS: laburpen gisa

Higidura-ekuazioak...

- Elongazioa $x = R\cos(\omega t + \varphi)$
- Abiadura $v = -\omega R\sin(\omega t + \varphi) = \omega R\cos[(\omega t + \varphi) + \frac{\pi}{2}]$

... eta grafikak

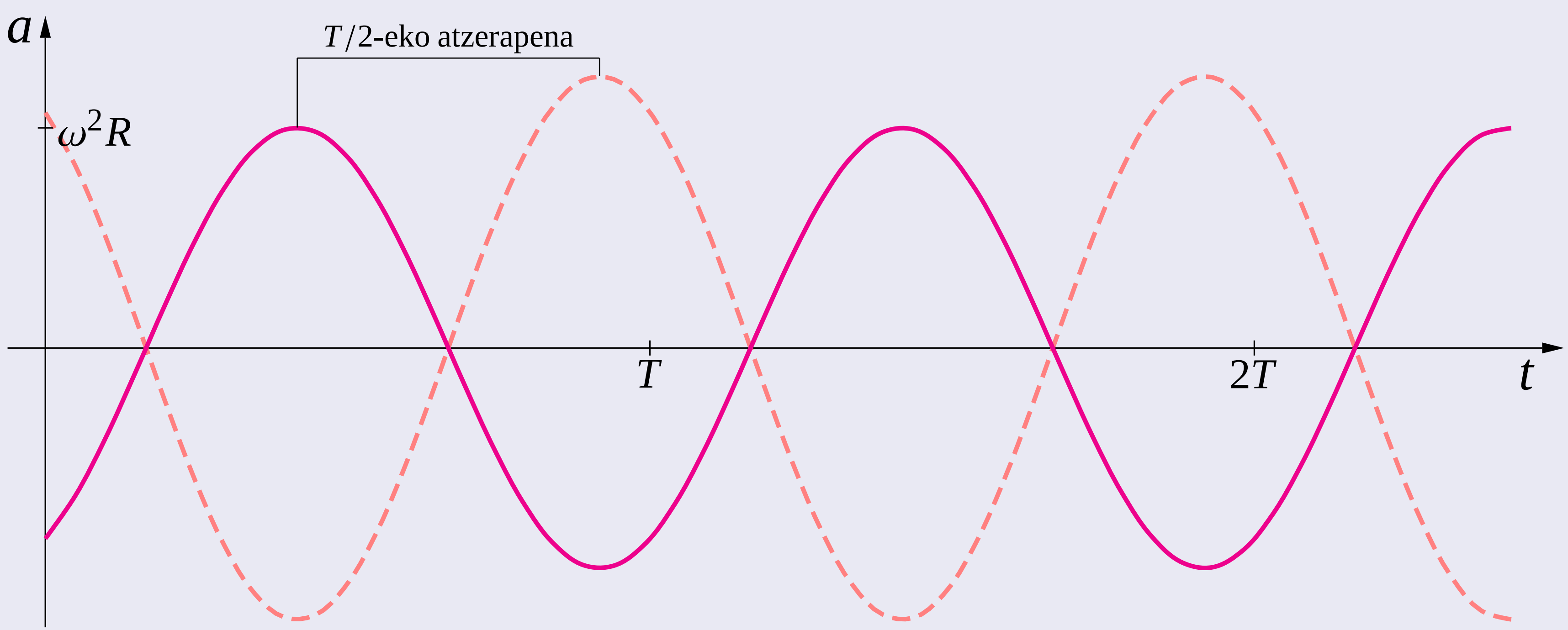


HHS: laburpen gisa

Higidura-ekuazioak. . .

- Elongazioa $x = R\cos(\omega t + \varphi)$
- Abiadura $v = -\omega R\sin(\omega t + \varphi) = \omega R\cos[(\omega t + \varphi) + \frac{\pi}{2}]$
- Azelerazioa $a = -\omega^2 R\cos(\omega t + \varphi) = \omega^2 R\cos[(\omega t + \varphi) + \pi] = -\omega^2 x$

. . . eta grafikak



Mekanika (III)

Dinamika: Oinarrizko Legeak

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Dinamika

Zertaz arduratzen da Dinamika?

Partikula edo gorputzen higiduren kausetaz: **Indarretaz**.

Kontzeptu Berriak

- **Indarra.** Partikula edo gorputz baten higidura-egoera aldatzeko gai den magnitudea. Bektore da: $\mathbf{F}$.
- **Bulkada edo momentua.** Masa $\times$ Abiadura bektorea: $\mathbf{p} \equiv m\mathbf{v}$.
- **Erreferentzia-sistema.** Koordenatu-sistema + Behatzailea (distantziak eta denborak neurtzeko tresnekin batera).
- **Partikula askea.** Unibertso osoan bera da partikula bakarra (edo inolako eraginik pairatzen ez duen partikula da).

ZTF-FCT

Dinamikaren Legeak

Newton-en Legeak

- *Inertziaren legea*. Partikula askeak abiadura konstantez higitzen dira erreferentzia-sistema inertzialetan.
- Gorputz baten gainean **indar** batek eragitean, denbora unitatean duen **bulkada-aldaketa** indarraren berdina da:

$$\mathbf{F} = \lim \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t} = \lim \frac{\Delta (m\mathbf{v})}{\Delta t} \overset{m=\mathrm{kte}}{=\!=\!=} m\mathbf{a}$$

- *Akzio-erreakzioaren Printzipioa*. Bi gorputzek elkarri indar egitean, indar horiek norabide berbera eta aurkako noranzkoa dute, eta modulo berdina:

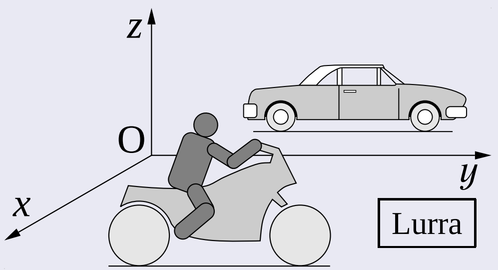
$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} \qquad |\mathbf{F}_{12}| = |\mathbf{F}_{21}|$$

ZTF-FCT

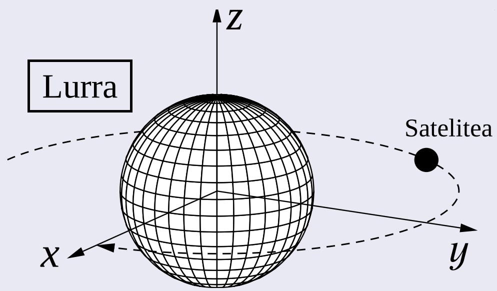
Erreferentzia-Sistema Inertzialak

- Partikula aske batekin batera higitzen dira.
- Ez dute biraketa-higidurarik.
- Newton-en legeak bakarrik sistema hauetan betetzen dira.

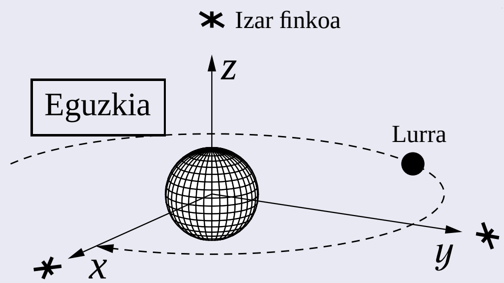
Zein da erabili behar den erreferentzia-sistema?



Eguneroko bizitzan



Epe luzeagoko higiduretan



Oso epe luzeko higiduretan

ZTF-FCT

Indar-motak

Naturan, lau motatako indarrak ezagutzen dira, baina gure eguneroko bizitzan, honako bi hauek dira nagusiak:

1. **Indar grabitatorioa**: Gorputzek, masa izateagatik, elkarri egiten diotena (*gorputzen pisua*).
2. **Indar elektrostatikoa**: Gorputzek, karga izateagatik, elkarri egiten diotena (*gorputzen itxurak, marruskadura-indarrak*).

$$\boxed{F = G\frac{Mm}{r^2}} \Leftrightarrow \boxed{F = k\frac{Qq}{r^2}} \qquad \begin{aligned} G &= 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2} \\ k &= 8.99 \times 10^{9}\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2} \end{aligned}$$

Dimentsioak eta Unitateak

$$[F] = [ma] = MLT^{-2} \qquad \text{Unitatea } = 1\ \mathrm{N} \equiv 1\ \mathrm{kg \cdot m/s^2}$$

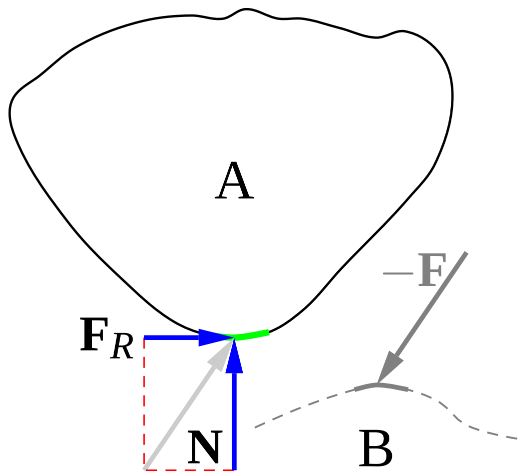
'Ukipen'-indarrak: Marruskadura

1. Indar guztiak, distantziara eragiten dituzten elkarrakzio-indarrak dira: **Ez dago benetako partikulen arteko ukipenik!**
2. Bi gorputzen partikula hurbilen arteko elkarrakzio-indarrak apurtzeko (*lotura 'hotzak'*), beste indar bat egin behar da.
3. Hauexek dira ukipen-indarrak eta osagaiak:

- **Ukipen-indar osoa** ($\mathbf{F}$)
- **Indar Normala** ($\mathbf{N}$) eta
- **Indar Tangentziala** ($\mathbf{F}_R$)

$$|\mathbf{F}_R| \begin{cases} \leq \mu_e |\mathbf{N}| & \text{Marruskadura Estatikoa} \\ = \mu_k |\mathbf{N}| & \text{Marruskadura Dinamikoa} \end{cases}$$

$\mu_k \leq \mu_e$ [koefiziente adimentsionalak]

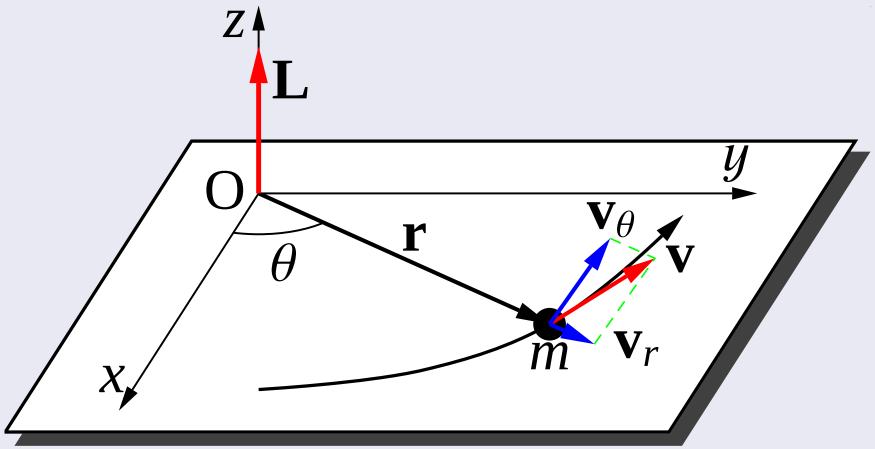


ZTF-FCT

Indar-momentua eta Momentu Angeluarra

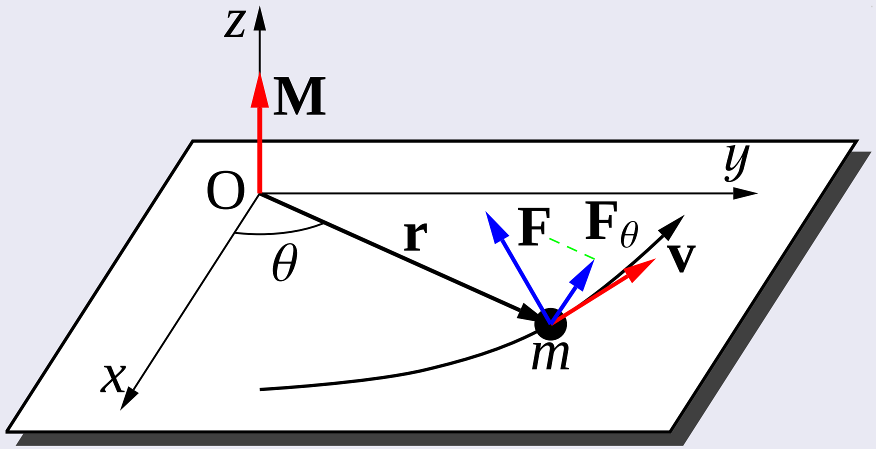
- Kontzeptu biak gorputzen biraketa-higidurari lotuta daude.
- Gorputz zabalen higiduran dute garrantzia handiago.
- Biak, puntu batekiko definitzen dira (*besoa*).

Momentu Angeluarra



$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} \qquad L = mrv_\theta$$

Indar-momentua



$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \qquad M = rF_\theta$$

ZTF-FCT

Mekanika (IV)

Estatika: Oreka-baldintzak

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Estatika

Zertaz arduratzen da Estatika?

Partikula eta gorputzen **orekaz** eta behar diren baldintzetaz.

Zergatik daude orekan partikulak eta gorputzak?

Pausagunean aurkitzen direlako **beti!!**

Oreka-baldintzak

Partikula bakarra

- Indar-erresultante nulua:
$$\mathbf{R} = \mathbf{0}$$

Gorputz zabala

- Indar-erresultante nulua:
$$\mathbf{R} = \mathbf{0}$$
- Ind. momentu-erresultante nulua:
$$\mathbf{M} = \mathbf{0}$$

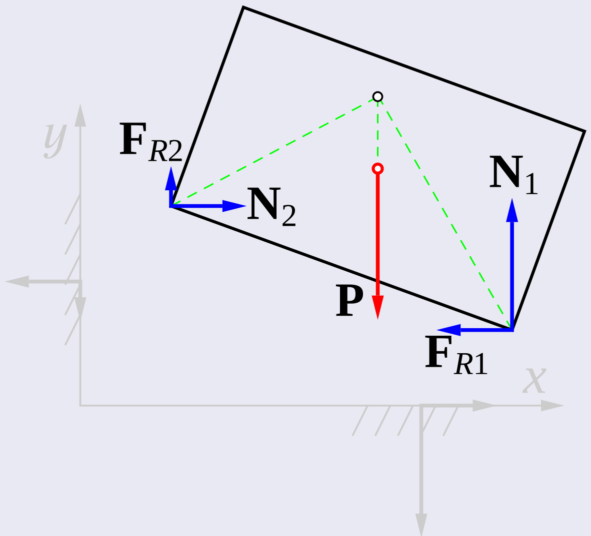
ZTF-FCT

Gorputz Askearen Diagrama

Zeintzu dira kontuan hartu behar diren indarrak?

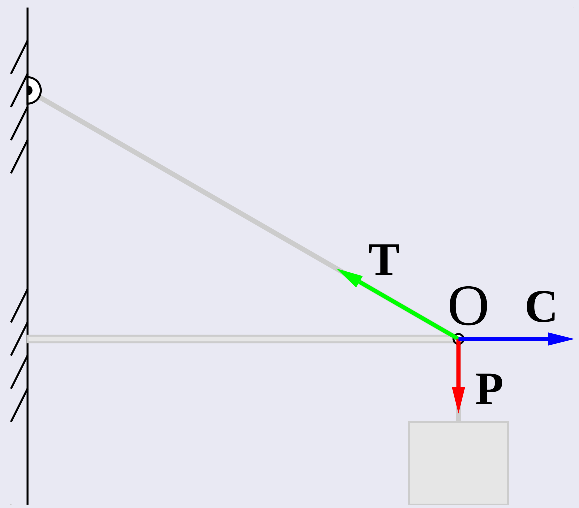
1. Grabitate-indarra (*pisua*)
2. Indar elektrostatikoak
3. 'Ukipen'-indarrak
   - Erreakzio normalak
   - Marruskadura-indarrak

$$\begin{cases} N_1 + F_{R2} = P \\ N_2 = F_{R1} \end{cases} \qquad \mathbf{M} = \mathbf{0}$$



4. Sokak eta ziriak
   - Tentsioz
   - Konpresioz

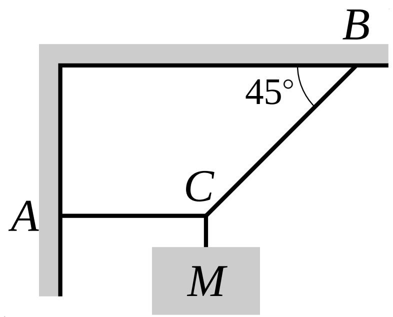
$$\mathbf{T} + \mathbf{P} + \mathbf{C} = \mathbf{0}$$



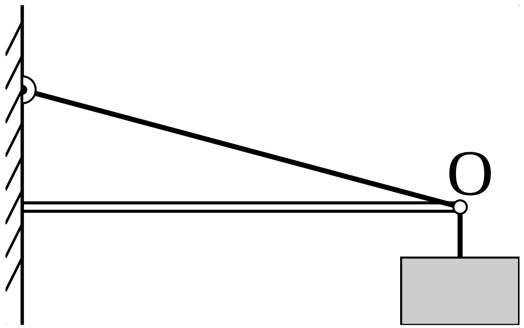
Estatikako ariketak ebazteko eman beharreko urratsak

1. Irudikatu parte hartzen duten gorputzen eskema.
2. Azpimarratu orekan dagoen (dauden) gorputza(k).
3. Indar grabitatirioak (eta elektrostatikoak) marraztu, toki egokietan.
4. 'Ukipen'-indarrak marraztu, eta hauen artean:
   - Erreakzio normalak.
   - Marruskadura-indarrak (higidura posiblearen aurkako noranzkokoak). Azken hauek, ukipen-puntuko normalaren proportzionalak dira, eta $F_R \leq \mu N$-ko muga dute.
5. Aukeratu indarren deskonposizioa egiteko erreferentzia-sistema egokiena.
6. Aukeratu indar-momentuen kalkulurako punturik egokiena.
7. Aplikatu oreka baldintzak: $\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0 \end{cases}$ eta $M_z = 0$

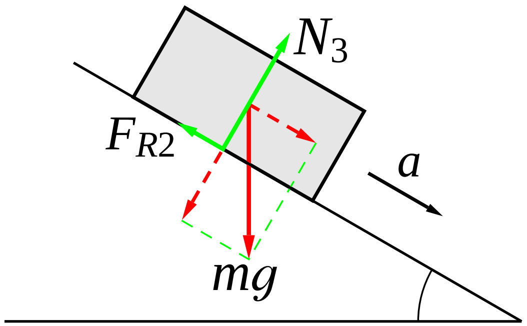
Estatikako ariketak: Adibideak



- Sokak eta pisuak
- Tentsioak
- Puntu bakoitza orekan dago



- Sokak, ziriak eta pisuak
- Tentsioak eta konpresioak
- Puntu bakoitza orekan dago



- Marruskadura estatikoa: $F_R = 0$
- Marruskadura hazten: $F_{R1} < \mu N_1$
- Marruskadura maximoa: $F_{R2} = \mu N_2$
- Ez-oreka: Azelerazioa dago

ZTF-FCT

Mekanika (V)

Dinamika eta Kontserbazio-Legeak

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Masa-Zentroa

Zer da Masa-Zentroa?

- Higidurari begira, bertan dago sistemaren masa osoa.
- MZ-ren **posizioa**, **abiadura** eta **azelerazioa**:

$$\mathbf{r}_{MZ} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{m} \qquad \left[\sum_i m_i = m\right]$$

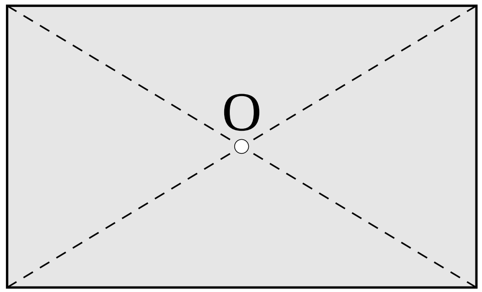
$$\mathbf{v}_{MZ} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{m} \qquad \mathbf{a}_{MZ} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{a}_i}{m}$$

- Translaziorako higidura-ekuazioa: Gorputzaren gaineko indar erresultantea **R** bada, orduan:

$$\mathbf{R} = m\mathbf{a}_{MZ}$$

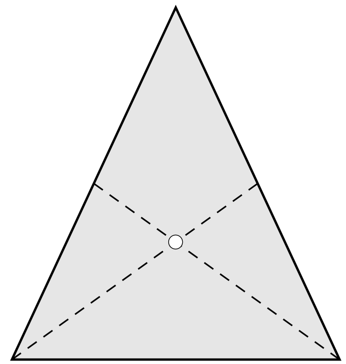
Zenbait Adibide

- Gorputz geometriko erregularrak:
  - **Karratua**
  - **Errektangelua**



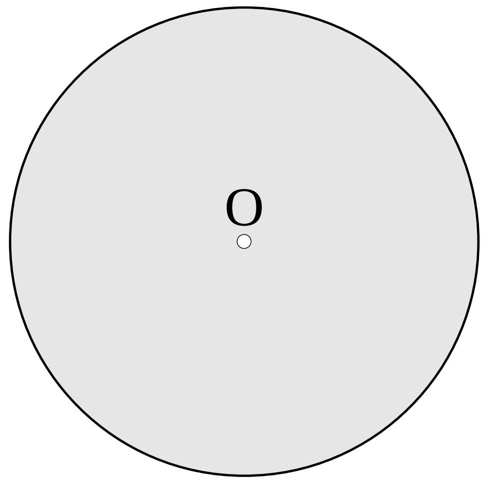
Zenbait Adibide

- Gorputz geometriko erregularrak:
  - **Karratua**
  - **Errektangelua**
  - **Triangelua**

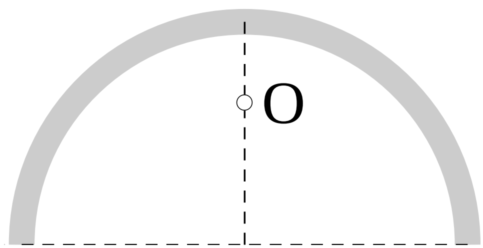


Zenbait Adibide

- Gorputz geometriko erregularrak:
  - **Karratua**
  - **Errektangelua**
  - **Triangelua**
  - **Zirkulua**



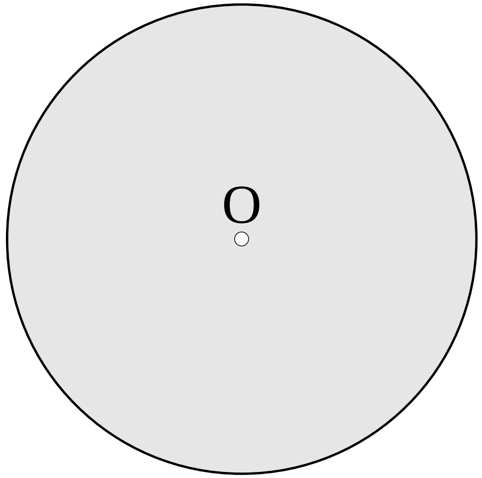
- Gorputz irregularrak:
  - **'L' itxurako gorputza**
  - **Arku-itxurakoa...**



ZTF-FCT

Zenbait Adibide

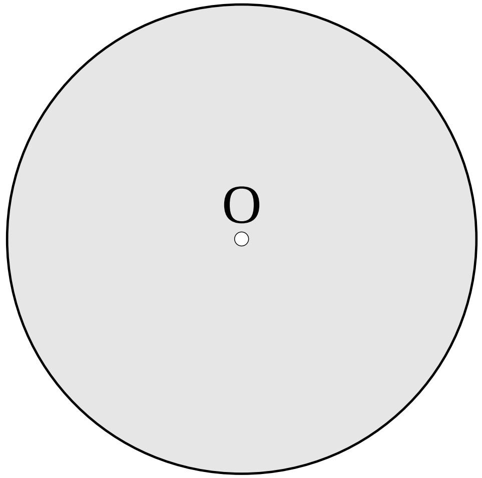
- Gorputz geometriko erregularrak:
  - **Karratua**
  - **Errektangelua**
  - **Triangelua**
  - **Zirkulua**



- Gorputz irregularrak:
  - **'L' itxurako gorputza**
  - **Arku-itxurakoa...**
  - **...eta beste...**

Zenbait Adibide

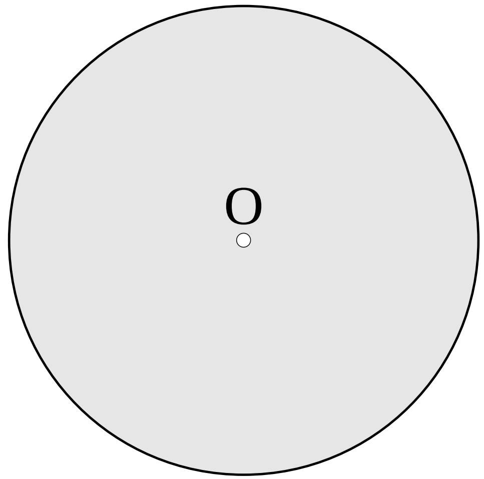
- Gorputz geometriko erregularrak:
  - **Karratua**
  - **Errektangelua**
  - **Triangelua**
  - **Zirkulua**



- Gorputz irregularrak:
  - **'L' itxurako gorputza**
  - **Arku-itxurakoa. . .**
  - **. . . eta beste. . .**

Zenbait Adibide

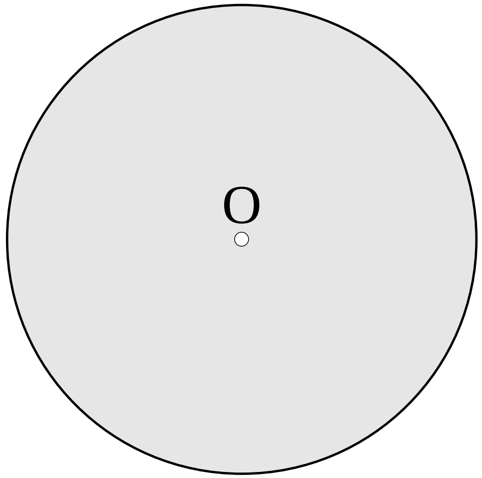
- Gorputz geometriko erregularrak:
  - **Karratua**
  - **Errektangelua**
  - **Triangelua**
  - **Zirkulua**



- Gorputz irregularrak:
  - **'L' itxurako gorputza**
  - **Arku-itxurakoa...**
  - **...eta beste...**

Zenbait Adibide

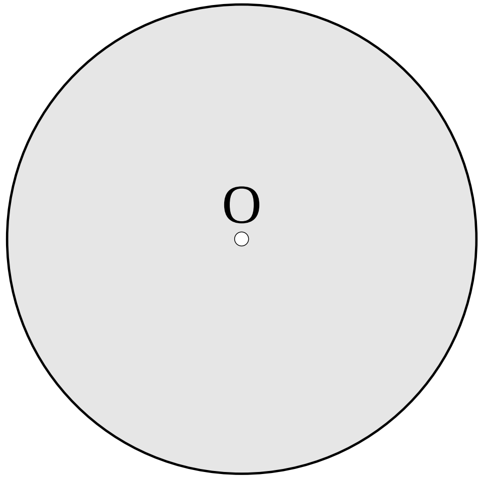
- Gorputz geometriko erregularrak:
  - **Karratua**
  - **Errektangelua**
  - **Triangelua**
  - **Zirkulua**



- Gorputz irregularrak:
  - **'L' itxurako gorputza**
  - **Arku-itxurakoa...**
  - **...eta beste...**

Zenbait Adibide

- Gorputz geometriko erregularrak:
  - **Karratua**
  - **Errektangelua**
  - **Triangelua**
  - **Zirkulua**



- Gorputz irregularrak:
  - **'L' itxurako gorputza**
  - **Arku-itxurakoa…**
  - **…eta beste…**

Momentu Lineala, Lana eta Energia

1. **Momentu lineala.** Gorputzaren masa osoa masa-zentroan kokaturik eta haren abiaduran higitzen:
$$\mathbf{P} = m\mathbf{v}_{MZ}$$
2. **Indarren lana.** Definizioz, $\Delta\mathbf{r}$ desplazamenduaren eta $\mathbf{R}$ kanpoko indarren erresultantearen arteko biderkadura eskalarra da:
$$\Delta W = \mathbf{R} \cdot \Delta\mathbf{r}$$
3. **Energia.** Gorputzek, euren abiaduragatik edo posizioagatik lana burutzeko duten ahalmena.
   - **Zinetikoa.** Abiadurari dagokiona:
   $$K = \frac{1}{2} m v_{MZ}^2$$
   - **Potentziala.** Posizioari dagokiona:
     - **Grabitatorioa.** $U = mgh \quad \begin{cases} g = \text{grabitatearen azelerazioa} \\ h = \text{erreferentzia-puntuarekiko altuera} \end{cases}$
     - **Elastikoa.** $U = \frac{1}{2} k x^2 \quad \begin{cases} k = \text{konstante elastikoa} \\ x = \text{orekarekiko desplazamendua} \end{cases}$

ZTF-FCT

Unitateak

1. **Momentu lineala**. Abiadurak berak baino askoz informazio dinamiko gehiago darama.

$$\text{Masa} \times \text{abiadura} \rightarrow \text{kg} \cdot \text{m/s} \quad [\mathsf{MLT}^{-1}]$$

2. **Lana.** Energiarekin batera, hauxe da magnituderik erabiliena.

$$\text{Indarra} \times \text{distantzia} \rightarrow \text{N} \cdot \text{m} \equiv \text{Joule} \quad [\mathsf{ML}^2\mathsf{T}^{-2}]$$

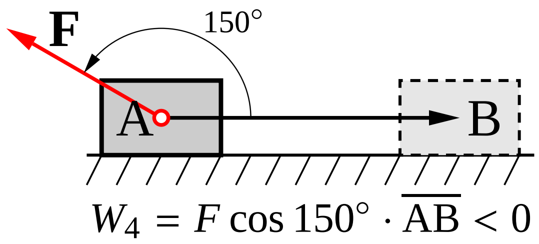
3. **Energia.** Zinetikoa zein potentziala, Naturan agertzen den magnituderik garrantzitsuenetariokoa da.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Zinetikoa} & \text{Masa} \times (\text{abiadura})^2 \\ \text{Pot. grab.} & \text{Masa} \times \text{grab.} \times \text{altuera} \\ \text{Pot. elast.} & \text{K. elast.} \times (\text{deformaz.})^2 \end{array}\right\} \rightarrow [\mathsf{ML}^2\mathsf{T}^{-2}] \equiv \text{Joule}$$

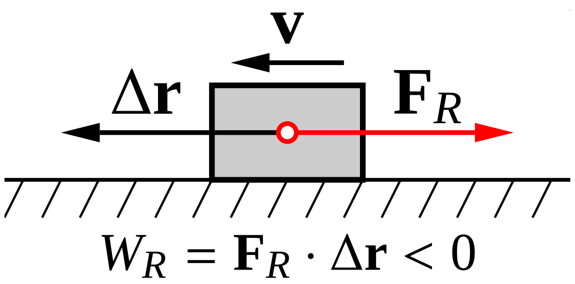
ZTF-FCT

Indarren Lana: Adibideak

- Indarra eta desplazamendua:
  - Norabide eta noranzko berean.
  - Angelu zorrotza osatzen.
  - Angelu zuzena osatzen.
  - Angelu kamutza osatzen.



- Marruskadurazko indarraren lana:
  - Negatiboa da beti.



Indar Bizien Teorema eta Energiaren Teorema

Indar Bizien Teorema

Indarrek egindako lana, masaren energia zinetikoaren aldaketara doa:

$$W_{12} = \Delta E_z = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

- Kontserbakorrak badira, energia osoak konstante dirau:

$$W_{12} = -\Delta E_p = \Delta E_z \;\rightarrow\; \Delta(E_z + E_p) = 0 \;\rightarrow\; \boxed{E_z + E_p = E = \text{kte}}$$

- Ez-kontserbakorrak badira, energia zinetikoa gutxituz doa:

$$W_R = \Delta E_z < 0 \;\rightarrow\; \boxed{E_{z,2} < E_{z,1}}$$

- Indarrak **mota bietakoak** badira, energia osoa gutxituz doa:

$$W_{12} = W_{12,ek} + W_{12,k} \;\rightarrow\; \boxed{W_{12,ek} = \Delta(E_z + E_p) = \Delta E < 0}$$

ZTF-FCT

Termodinamika (I)

Sistemak, tenperatura eta oreka termikoa

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Sistema termodinamikoak

- Partikula askoz osaturiko sistemak dira:

$$\boxed{\text{Avogadro-ren zenbakia: } N_{\mathrm{A}} = 6.023 \times 10^{23}}$$

- Euren artean eta ontziaren hormen aurka talka **elastikoak** egiten dute.
- Irudi grafikoa: Euli pilo bat gela batean, semaforo barik higitzen norabide orotan.
- Termodinamikan erabiltzen diren sistemek 'euli' kopuru izugarri handiak dauzkate (1 mm-eko aldeko kubo batean 2.7×10^{16} partikula inguru daude baldintza normaletan).
- Talketan momentu lineala eta energia transferitzen dira.
- Ikuspuntu makroskopikotik, beroa eta energia magnitude berdinak dira.
- Ikuspunti mikroskopikotik, **tenperatura** molekulen batez besteko energia zinetikoarekin lotuta dago.

ZTF-FCT

Oreka-egoerak

- Sistema bat orekan aurkitzen bada, haren propietateak ez dira aldatzen kanpoko baldintzak aldatzen ez diren bitartean.
- Bi magnitude mota hartu behar dira sistema termodinamikoak aztertzean:
  - **Mag. mikroskopikoak**: molekulei lotuak (m, $\mathbf{v}$, $\mathbf{p}$, E_z)
  - **Mag. makroskopikoak**: sistemari lotuak [p (presioa), T (tenperatura)]
- Sistemaren bolumen mikroskopikoan, partikulak banaka ikusten dira, eta euren higidurak banaka azter daitezke...
- ...baina bolumen makroskopikoan (esaterako, 1 mm-eko aldea duen kubo batean) ezin dira molekulen higidurak banaka aztertu.
- **Sistema bat bolumen konstante batean orekan badago, presioa, tenperatura eta konposaketa kimikoa konstanteak dira edonon.**

ZTF-FCT

Sistema termodinamikoen arteko oreka motak

- Sistema baten oreka, magnitude **makroskopikoei** dagokio.
- Bi sistema termodinamiko ukipenean ipintzen baldin baditugu:
  - **Ukipen termikoan**: Orekan T tenperatura bietan berdina bada.
  - **Ukipen mekanikoan**: Orekan p presioa bietan berdina bada.
  - **Ukipen kimikoan**: Orekan konposaketa kimikoa bietan berdina bada.
- **Prozesu termodinamikoa**: Oreka-egoera batetik beste oreka-egoera baterako transizioa:
  - **Prozesu itzulgarriak**, tarteko egoerak oreka-mikroegoerak dira.
  - **Prozesu itzulezinak**, tarteko egoerak ez dira oreka-mikroegoerak.
- Sistema baten egoera termodinamikoa aztertzeko erabiltzen diren magnitudeak:
  - **Magnitude intentsiboak:** ez dute substantzia-kantitatearen mendekotasunik [p (presioa), T (tenperatura)].
  - **Magnitude estentsiboak:** substantzia-kantitatearen mendekoak dira [m (masa, V (bolumena), U (barne-energia)].

$$\boxed{v \text{ (intentsiboa)} = \frac{V \text{ (estentsiboa)}}{n \text{ (mol kopurua)}}}$$

ZTF-FCT

Tenperatura eta oreka termikoa

- Gizakiok sentikorrak gara bero- eta hotz-sentzazioei.
- Tenperatura-aldaketak nabaritzeko ahalmena dugu (tenperatura bera nabaritzeko baino): **Termorrezeptoreak**
- Mikroskopikoki, **tenperatura** gorputzaren molekulen batez besteko energia zinetikoaren neurria da:

$$\boxed{\langle E_z \rangle = \langle \tfrac{1}{2} m v^2 \rangle = \tfrac{3}{2} k_B T} \qquad (k_B = \text{Boltzmann-en konstantea})$$

- Tenperatura desberdinean dauden bi sistema ukipenean jarrita, tenperatura handiena duenetik txikiena duenera energia bat igaroko da, tenperatura sistema bietan berdindu arte (**oreka termikoa**).
- **Termodinamikaren zero-printzipioa: Bi sistema, bakoitza bere aldetik hirugarren batekin oreka termikoan badago, lehenengo biak oreka termikoan daude.**
- **Tenperatura: oreka termikoan dauden bi sistemek daukaten propietatea komuna.**

Tenperatura neurtzeko tresnak: termometroak

- Tenperatura ez da zuzenean neurtzen, berarekin hertsiki loturiko propietate bat baino [zutabe likido baten luzera-aldaketa $l = l(T)$, bolumen konstantedun ontzi baten barruko presioa $p = p(T)$, etab.].
- Sistema termometrikoa ukipenean ezartzen da tenperatura neurtzea nahi dugun sistemarekin, biak oreka termikoan egon arte.
- Sistema termometrikoaren tamaina oso txikia izan behar da sistemaren tamainarekin alderatuta, bertan sortutako aldaketak beztergarriak izan daitezen.
- Merkurio-termometroa: merkurio-zutabearen luzera **linealki** aldatzen da tenperaturarekin.
- Tenperatura-tarte desberdinetarako termometro desberdinak erabiltzen dira, kasu bakoitzerako egokienak direnak (gas-termometroak, erresistentzia elektrikozko termometroak, pirometroak, etab.).

ZTF-FCT

Tenperatura-eskalak eta unitateak

- **Puntu finkoak: Izotzaren urtze-puntua (0) eta uraren irakite-puntua (100), arbitrarioki.**
- Zutabe termometrikoaren luzera-aldaketa 100 zatitan zatikatuz, zati bakoitza **tenperatura-gradu** bat da (**Celsius gradua, °C**).
- Tenperaturarik baxuena: **−273.15°C** (**zero absolutua**).
- Eskalaren jatorria zero absolutuan, **eskala** eta **tenperatura absolutua** (**Kelvin gradua, K**) ditugu.
- Eskala absolutuan, izotzaren urtze-puntua +273.15 K da, eta **uraren puntu hirukoitza**ren tenperatura, +273.16 K.
- Kelvin gradua = Celsius gradua (tamainaz): $\boxed{1\ \text{K} = T_{\text{p.hiruk.}}/273.16}$.
- $T = t + 273.15$ erlazioa betetzen da $\begin{cases} T & \text{tenperatura absolutua} \\ t & \text{Celsius tenperatura} \end{cases}$

ZTF-FCT

Sistema termodinamiko berezia: gas idealak

- Gas idealetan, molekulak elkarrengandik oso urrun aurkitzen dira.
- Ez dago molekulen arteko elkarrakzio-indarrik, euren arteko edo hormen aurkako talketan izan ezik.
- Hormen arteko talketan, molekulen momentu linealak aldatu egiten dira eta, erreakzioz, hormek indar bat jasaten dute: azalera unitateko indarrari, **presioa** deritzo. **Barometro**ekin neurtzen da.
- Presioa da gasak aztertzeko erabiltzen den ezaugarri nagusietariko bat.
- Ontzien hormen gaineko indarra, haien perpendikularra da.

Presioaren dimensioa eta unitateak

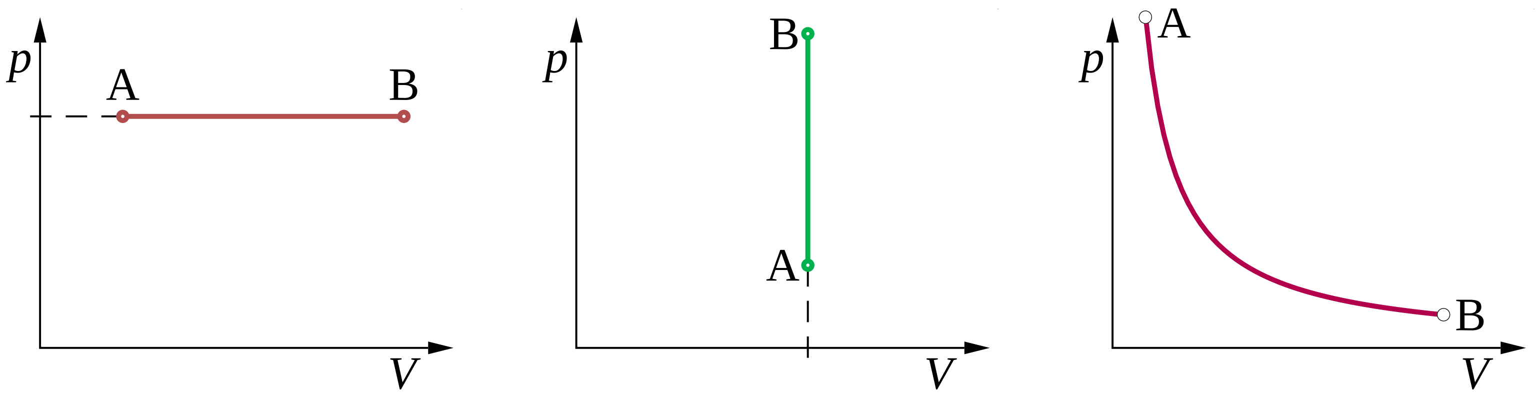
- $p = F/S \quad \rightarrow \quad [p] = MLT^{-2}\big/ L^2 = ML^{-1}T^{-2}$
- Unitateak: $\begin{cases} 1 \text{ Pa (pascal)} = 1 \text{ N/m}^2 \\ 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} \end{cases}$

Gas idealak: Egoera-ekuazioa eta prozesu motak

- Gas guztien propietate fisikoak berdinak dira gas idealaren baldintza betetzen baldin badute.
- Gas baten oreka-egoera deskribatzen duten magnitudeak ez dira guztiak elkarren independenteak, baizik eta **egoera-ekuazioa** betetzen dute:

$$\boxed{pV = Nk_\mathrm{B}T = (N/N_\mathrm{A})N_\mathrm{A}k_\mathrm{B}T = nRT} \quad \rightarrow \begin{cases} N = \text{molekula kopurua} \\ n = \text{mol kopurua} \\ R = 8.31\ \mathrm{J/K\cdot mol} \end{cases}$$

  - **Prozesu isobaroa** ($p = \text{kte}$): $V = (nR/p)T = C_1T \quad (C_1 = \text{kte})$
  - **Prozesu isokoroa** ($V = \text{kte}$): $p = (nR/V)T = C_2T \quad (C_2 = \text{kte})$
  - **Prozesu isotermoa** ($T = \text{kte}$): $pV = C_3 \quad (C_3 = \text{kte})$



Termodinamika (II)

Beroa eta Lehenengo Printzipioa

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Beroa

Definizioa

Tenperatura-diferentziagatik objektu batetik beste batera igarotzen den energia da.

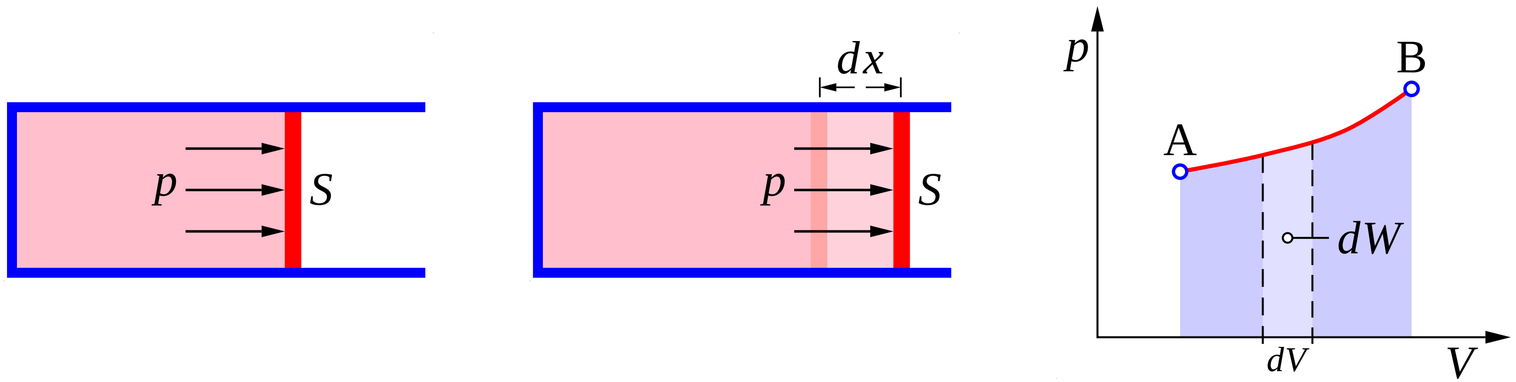
Bero-trukea eta haren motak

- Beroa **eroapenez**, **konbekzioz** edo **irradiazioz** heda daiteke.
- **Eroapenez:** Partikulaz partikula, euren talken bitartez.
- **Konbekzioz:** Jariakinen dentsitate-diferentziagatik, konbekzio-korronteen bitartez.
- **Irradiazioz:** Uhin elektromagnetikoen bitartez, **Stefan-Boltzmann**-en legearen arabera:

$$\boxed{E = \varepsilon\sigma T^4 \qquad \begin{cases} E = \text{azalera unitateko potentzia igorlea} \\ 0 \leq \varepsilon \leq 1 \\ \sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4} \end{cases}}$$

Gas baten espantsioan egindako lana

- Gas bat pistoi higikor batez itxitako zilindro baten barruan.
- Pistoia kanpoko presioaren aurka higitzen da, barruko gasaren espantsio bati esker.



- Itzaleztatutako azalera da kanpoko presioaren aurka egindako lana.
- Hau da bidea:

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = pS\, dx = p\, dV \quad \rightarrow \quad \boxed{W_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = \oint_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} p\, dV}$$

- **Lana bidearen mendekoa da eta prozesua, kuasiestatikoa.**

ZTF-FCT

Lana prozesu desberdinetan zehar

- **Prozesu isobaroa: p = kte.**

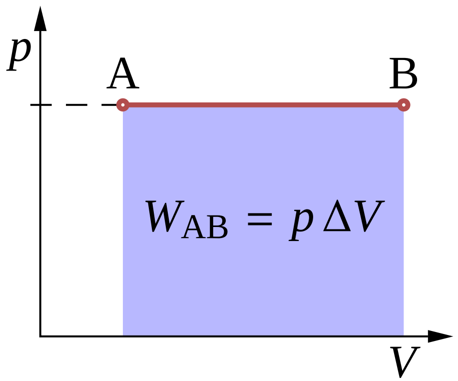
$$W_{AB} = \oint_A^B p\,dV = \boxed{p(V_B - V_A) = W_{AB}}$$

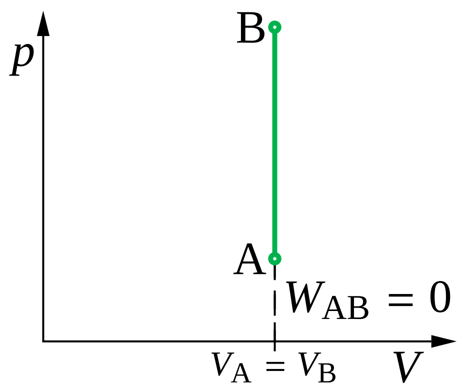
- **Prozesu isokoroa: V = kte.**

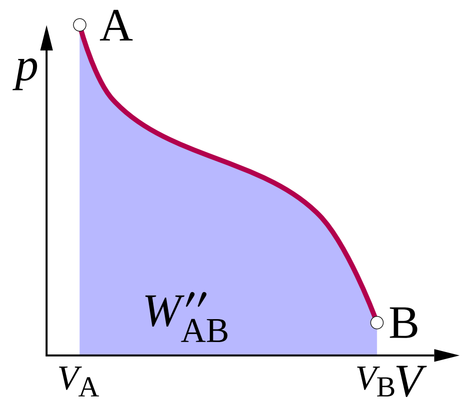
$$W_{AB} = \oint_A^B p\,dV = \boxed{0 = W_{AB}}$$

- **Prozesu isotermoa: T = kte.**

$$W_{AB} = \oint_A^B p\,dV \xlongequal[\text{(egoera-ekuazioa)}]{p=nRT/V} \boxed{nRT\ln(V_B/V_A) = W_{AB}}$$







Lana positiboa da kanpoaldearen aurka egiten bada

Barne-energia eta beroa

- **Barne-energia:** Sistema batek bere barnean gordetzen duen energia da (partikulen energia zinetikoa, elkarrakzio-energia potentziala, bibrazio-energia), berarekiko pausagunean dagoen erreferentzia-sistema batetik neurtua.
- **Barne-energia** (gas idealetan) sistemaren tenperaturaren mendekoa da:
$$\boxed{U = C\,T}$$
- **Barne-energia egoera-funtzioa da.**
- **Beroa:** Sistema biren artean euren tenperatura-diferentziagatik igarotzen den energia da (tenperatura handiena duenetik baxuena duenera).
- **Horma diatermanoak:** Kanpoaldearekin (edo beste sistema batekin) beroa igarotzen uzten dituzte, oreka termikora heldu arte.
- **Horma adiabatikoak:** Ez dute uzten kanpoaldearekin (edo beste sistema batekin) inolako bero-trukerik.
- Bi sistema horma diatermano baten bitartez ukipenean ezarriz gero, **oreka termiko**ra helduko dira.

ZTF-FCT

Bero-ahalmena, bero espezifikoa eta kalorimetria

- Sistema bati energia termikoa ematen baldin bazaio (dQ), bere tenperatura igo egingo da (dT).
- Sistemak xurgatutako energia termikoaren neurria, beraren tenperatura-aldaketaren mendekoa izateaz gain, bere izaeraren mendekoa da ere:

$$dQ = C\,dT \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta Q = C\,\Delta T}$$

- C proportzionaltasun-konstanteari **bero-ahalmena** deritzo.
- **Bero espezifikoa**, masa unitateko bero-ahalmena da: $\boxed{c = C/m}$.

Kalorimetriaren legea

- Bi sistema ukipen diatermanoan ezartzen dira, kanpoaldearekiko horma adiabatiko batez isolatuta dagoelarik.
- Sistema osoan dugun bero-balantzea nulua da: sistema beroak hotzari ematen dion beroa, sistema hotzak berotik hartzen duenaren berdina da.

$$\Delta Q = \Delta Q_{\text{bh}} + \Delta Q_{\text{hb}} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta Q_{\text{bh}} = -\Delta Q_{\text{hb}}}$$

Egoera-aldaketak eta bero-sorra

- Substantzia gehienak **hiru** agregazio-egoeretan agertzen dira: **solido, likido** eta **gas**.
- Egoera batetik bestera igarotzeko, substantziak beroa xurgatu edo eman egiten du, **tenperatura konstante mantenduz**.
- Egoera-aldaketan, tenperatura konstante mantenduko da prozesua oso osorik burutu arte.
- Baldintza normalduetan, egoera-aldaketaren tenperaturak finkoak dira: **fusio- (solidotze-)** eta **lurruntze- (likidotze-) puntuak**.
- Egoera-aldaketan xurgatzen edo ematen den beroaren neurria, egoera-aldaketaren **bero-sorra**ren proportzionalak dira:

$$\boxed{\Delta Q = m\,L} \qquad [m = \text{masa},\ L = \text{bero-sorra}]$$

- **Fusio- (solidotze-)** eta **lurruntze- (likidotze-) bero sorrak**.

ZTF-FCT

Termodinamikaren lehenengo printzipioa

Sistema termodinamiko batek jasaten duen barne-energiaren aldaketa A egoeratik B egoerara igarotzean, kanpotik xurgatutako beroa ken kanpoaren aurka egindako lanaren berdina da:

$$\Delta U = Q_{\mathrm{AB}} - W_{\mathrm{AB}}$$

- **Barne-energia: (ΔU).** Egoera-funtzioa da, eta bakarrik T tenperaturaren mende dago (gas idealetan).
- **Xurgatutako beroa: (Q_{AB}).** Prozesuaren araberakoa da, eta positiboa.
- **Kanpoaren aurka egindako lana: (W_{AB}).** Prozesuaren araberakoa da, eta positiboa.
- Termodinamikaren Lehenengo Printzipioa **energiaren kontserbazioaren teorema**ren beste adierazpena besterik ez da...
- ...baina oraingoan **beroa** ere kontuan hartu beharreko energiaren beste mota bat da.

ZTF-FCT

1. Printzipioaren ondorioak: Gasen bero-ahalmenak

- Solido eta likidoetan, beroa xurgatzean sistemek jasaten dituzten espantsioak baztergarriak dira, eta presio konstanteko zein bolumen konstanteko bero-ahalmenak berdinak dira:

$$Q_V = C_V \Delta T \simeq C_p \Delta T = Q_p$$

- Gasetan, aldiz, tenperatura-aldaketa berdina lortzeko, bolumen konstanteko prozesuan lortuko da azkarrago, presio konstanteko prozesuan baino. Azken honetan, gasaren tenperatura igotzeaz gain, aldi berean espantsio bat jasango du eta, ondorioz, hoztu egingo da.
- **Bolumen konstanteko prozesuan**, lana $W_{V,\mathrm{AB}} = 0$ da:

$$\Delta U = Q_{V,\mathrm{AB}} - \cancel{W_{V,\mathrm{AB}}} = Q_{V,\mathrm{AB}} = C_V \Delta T$$

- **Presio konstanteko prozesuan**, lana $W_{p,\mathrm{AB}} = p\Delta V > 0$ da:

$$\Delta U = Q_{p,\mathrm{AB}} - W_{p,\mathrm{AB}} = Q_{p,\mathrm{AB}} - p\Delta V = C_p \Delta T - p\Delta V$$

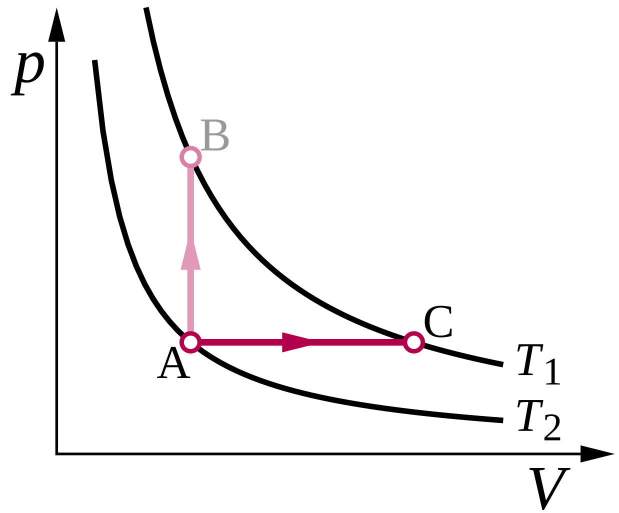
- Baina ΔT berdina denez kasu bietan, ondorio zuzen bat atera daiteke:

$$\boxed{C_p > C_V}$$

ZTF-FCT

Gasen bero-ahalmenak eta Mayer-en erlazioa

- **C_V eta C_p: bolumen eta presio konstanteko bero-ahalmenak.**
- Hasieran, sistema A egoeran aurkitzen da, T_2 tenperaturan.
- A $\rightarrow$ B prozesuan (V = kte), $T_1 > T_2$ tenperaturara heltzen da.
- A $\rightarrow$ C prozesuan (p = kte), $T_1 > T_2$ tenperaturara berdinera heltzen da.



- Prozesu bietan, barne-energiaren aldaketa berdina da:

$$\Delta U = C_V \Delta T = C_p \Delta T - p\,\Delta V = C_p \Delta T - nR\Delta T$$

- Hemendik, **Mayer-en erlazioa** lortuko dugu:

$$\boxed{C_p = C_V + nR}$$

- **Bero-ahalmen espezifiko molarren funtzioan** ($c_p = C_p/n$, $c_V = C_V/n$):

$$\boxed{c_p = c_V + R}$$

Gas monoatomiko eta poliatomikoen bero-ahalmenak (I)

- Barne-energia, gas idealen kasuan, soilik sistemaren tenperaturaren mendekoa da: $U = C\,T$ (eta $U = C_V T$ bolumen konstanteko prozesuan).
- Tenperatura, sistemako partikulen energia zinetikoaren neurria da.
- **Ekipartizio-teoremaren arabera, molekula bakoitzeko askatasun-gradu batekin loturiko batez besteko energia, $\frac{1}{2}k_B T$ da.**
- Gas idealetan, energia osoa energia zinetikoa da (ez bait dago partikulen arteko elkarrakzio bati loturiko energia potentzialik).
- **Barne-energia, N partikulaz osaturiko gas ideal baten kasuan, $U = N \cdot \frac{s}{2}k_B T$ izango da, s izanik sistema osatzen duen partikula bakoitzari lorutiko askatasun-graduen kopurua.**
- **Askatasun-graduak:**

s	Monoatomikoa	Biatomikoa
Translaziozkoak	3	3
Biraketazkoak	0	2
Bibraziozkoak	0	0 (2)
Guztira	3	5 (7)

ZTF-FCT

Gas monoatomiko eta poliatomikoen bero-ahalmenak (II)

- **Gas monoatomikoak**

$$U = \frac{3}{2}nRT = C_V T \quad \rightarrow \quad \boxed{C_V = \frac{3}{2}nR, \ C_p = \frac{5}{2}nR}$$

- **Gas biatomikoak**

$$\boxed{C_V = \frac{5}{2}nR, \ C_p = \frac{7}{2}nR \quad (s = 5 \text{ bada})}$$

$$\boxed{C_V = \frac{7}{2}nR, \ C_p = \frac{9}{2}nR \quad (s = 7 \text{ bada})}$$

Gas biatomikoaren kasuan, hidrogenoa edo oxigenoa bezala, ohiko tenperaturetan (ia 500°C-ko tenperaturaraino), ez dira aktibatzen bibraziozko askatasun-graduak, eta tarte horretan $C_V = \frac{5}{2}nR$ eta $C_p = \frac{7}{2}nR$ izango dira.

Indize adiabatikoa, γ

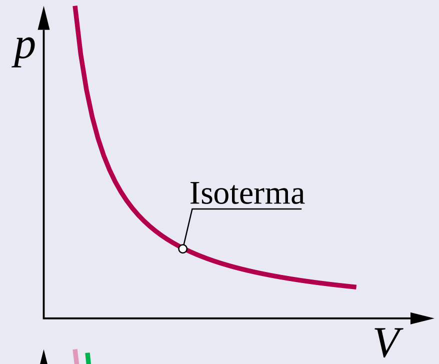
C_p eta C_V-ren arteko zatidurari deitzen zaio. Gas mono eta biatomikoetarako:

$$\boxed{\gamma_{\text{mono}} = \frac{5}{3} \qquad \gamma_{\text{bi}} = \frac{7}{5}}$$

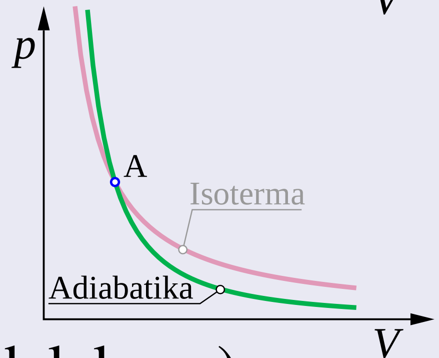
Prozesu adiabatikoak eta politropikoak

Prozesu adiabatikoak

- **Prozesu adiabatikoetan, sistemak ez du berorik ez materiarik trukatzen ingurunearekin.**
- Gasen egoera-ekuaziotik ($pV = nRT$), prozesu isotermoetan (T = kte) hau beteko da: $\boxed{pV = \text{kte}}$, aldamenean dugun adierazpen grafikoarekin.



- Lehenengo printzioa erabiliz eta $Q = 0$ delako baldintza ezarri ondoren, prozesu adiabatikoetan $\boxed{pV^{\gamma} = \text{kte}}$ betetzen dela froga daiteke, aldamenean dugun adierazpen grafikoarekin.



- Ikus daitekeenez, prozesuen ebakidura-puntuan (A delakoan) prozesu adiabatikoaren malda isotermoarenarena baino handiagoa da.
- Lerro adiabatikoen ekuazioaz aparte, hurrengoak ere betetzen dira:

$$\boxed{pV^{\gamma} = \text{kte} \qquad TV^{\gamma-1} = \text{kte} \qquad Tp^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{kte}}$$

Termodinamika (III)

Bigarren Printzipioa eta Entropia

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Bero-transferentziaren noranzkoa eta motorrak

- **Berez, beroa tenperatura altuena duen gorputzetik baxuena duenera transferitzen da...**
- ...baina badago noranzko hori alderantzikatzea: **motorren (hozkailuen)** bitartez.

Motorra

Sistema termiko bat egoera batetik hasiz eta edozein motatako zikloa osatzen duen gailua da, hasierako egoera berdinera itzultzen delarik eta tartean lan mekaniko bat burutzen duelarik.

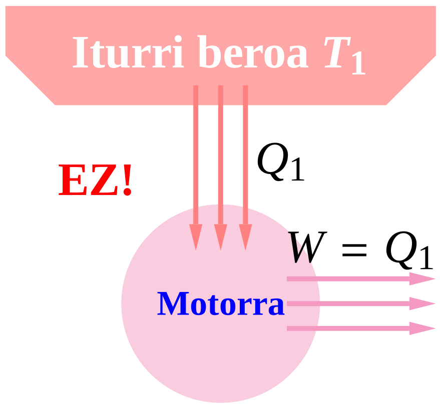
- Ikusiko dugunez, ezinezkoa da sistema batetik energia termiko osoa xurgatu eta berau oso-osorik lan mekanikotan bihurtzea lortuko lukeen era ziklikoan funtzionatzen duen motor bat eraikitzea.
- Hori da **Termodinamikaren Bigarren Printzipioa**ren funtsa.
- Hala ere, halako motor bat ez litzateke joango **Termodinamikaren Lehenengo Printzipioa**ren aurka.

Motorren funtzionamendua

Iturri termikoa

Sistema oso zabala beste edozeinekin alderatuta, tenperatura konkretu batean dagoena. Beste sistema batekin duen edozein bero-trukerik ez du iturri termiko honen tenperatura aldatuko.

- Hauxe da **motorra**ren ohiko funtzionamendua:
  - Iturri berotik Q_1 bero-kantitatea xurgatu...
  - ... iturri hotzera $Q_2 < Q_1$ bero-kantitatea bota...
  - ... aldiberean W lan bat burutzen duelarik...
  - ... edo alderantziz (**hozkailua**).



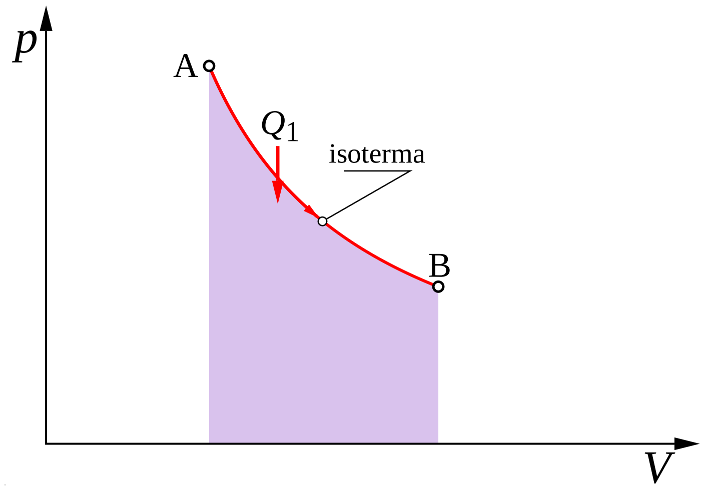
- **Termodinamikaren Bigarren Printzipioaren arabera, ezinezkoa da goian erakusten den bezalako motorrik eraikitzea, iturri batetik beroa xurgatu eta oso-osorik lan mekaniko bihurtzen duena.**
- Honela adierazten dira motorraren **lana** eta **errendimendua**:

$$\boxed{W = Q_1 - Q_2 \qquad\qquad \eta = W/Q_1}$$

Carnot-en zikloa eta motorra

Iturri berdinen artean zikloka lan egiten dutenen artean, eraiki daitekeen errendimendurik handiena duen motorra da. Bi isotermaz eta bi adiabatikaz dago osatuta, eta Q_1 beroa xurgatzen du T_1 tenperatura altueneko iturritik eta Q_2 beroa botatzen du T_2 tenperatura baxuenekora, W lana burutzen duen bitartean.

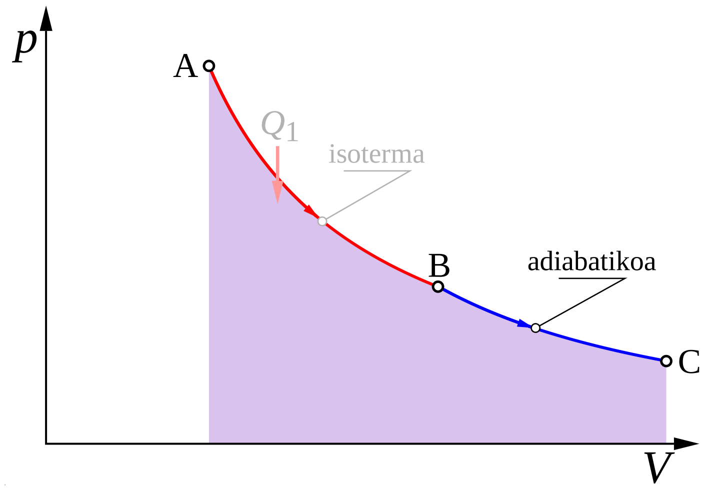
- Zikloa A puntuan hasten da.
- A $\rightarrow$ B: Espantsio isotermoa, $[Q_1(+), T_1]$.



Carnot-en zikloa eta motorra

Iturri berdinen artean zikloka lan egiten dutenen artean, eraiki daitekeen errendimendurik handiena duen motorra da. Bi isotermaz eta bi adiabatikaz dago osatuta, eta Q_1 beroa xurgatzen du T_1 tenperatura altueneko iturritik eta Q_2 beroa botatzen du T_2 tenperatura baxuenekora, W lana burutzen duen bitartean.

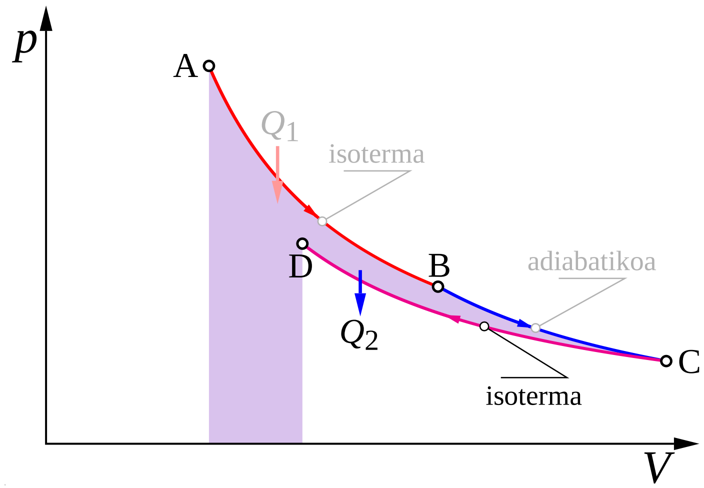
- Zikloa A puntuan hasten da.
- A $\rightarrow$ B: Espantsio isotermoa, $[Q_1(+), T_1]$.
- B $\rightarrow$ C: Espantsio adiabatikoa, $[Q = 0, T \downarrow]$.



Carnot-en zikloa eta motorra

Iturri berdinen artean zikloka lan egiten dutenen artean, eraiki daitekeen errendimendurik handiena duen motorra da. Bi isotermaz eta bi adiabatikaz dago osatuta, eta Q_1 beroa xurgatzen du T_1 tenperatura altueneko iturritik eta Q_2 beroa botatzen du T_2 tenperatura baxuenekora, W lana burutzen duen bitartean.

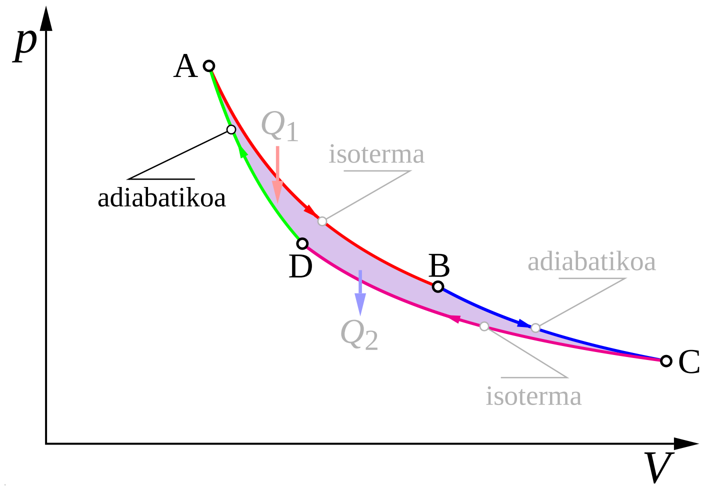
- Zikloa A puntuan hasten da.
- A $\rightarrow$ B: Espantsio isotermoa, $[Q_1(+), T_1]$.
- B $\rightarrow$ C: Espantsio adiabatikoa, $[Q = 0, T \downarrow]$.
- C $\rightarrow$ D: Konpresio isotermoa, $[Q_2(-), T_2]$.



Carnot-en zikloa eta motorra

Iturri berdinen artean zikloka lan egiten dutenen artean, eraiki daitekeen errendimendurik handiena duen motorra da. Bi isotermaz eta bi adiabatikaz dago osatuta, eta Q_1 beroa xurgatzen du T_1 tenperatura altueneko iturritik eta Q_2 beroa botatzen du T_2 tenperatura baxuenekora, W lana burutzen duen bitartean.

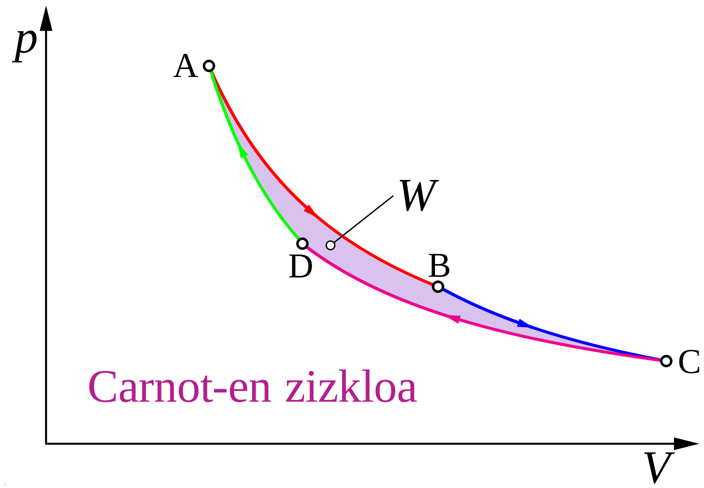
- Zikloa A puntuan hasten da.
- A $\rightarrow$ B: Espantsio isotermoa, $[Q_1(+), T_1]$.
- B $\rightarrow$ C: Espantsio adiabatikoa, $[Q = 0, T\downarrow]$.
- C $\rightarrow$ D: Konpresio isotermoa, $[Q_2(-), T_2]$.
- D $\rightarrow$ A: Konpresio adiabatikoa, $[Q = 0, T\uparrow]$.



Carnot-en zikloa eta motorra

Iturri berdinen artean zikloka lan egiten dutenen artean, eraiki daitekeen errendimendurik handiena duen motorra da. Bi isotermaz eta bi adiabatikaz dago osatuta, eta Q_1 beroa xurgatzen du T_1 tenperatura altueneko iturritik eta Q_2 beroa botatzen du T_2 tenperatura baxuenekora, W lana burutzen duen bitartean.

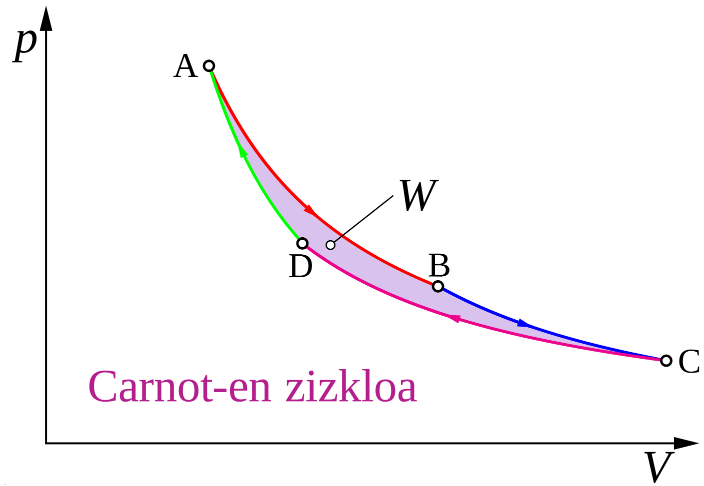
- Zikloa A puntuan hasten da.
- A $\rightarrow$ B: Espantsio isotermoa, $[Q_1(+), T_1]$.
- B $\rightarrow$ C: Espantsio adiabatikoa, $[Q = 0, T \downarrow]$.
- C $\rightarrow$ D: Konpresio isotermoa, $[Q_2(-), T_2]$.
- D $\rightarrow$ A: Konpresio adiabatikoa, $[Q = 0, T \uparrow]$.
- Zikloan egindako lana, W itzaleztatutako azalera da.



Carnot-en zikloa eta motorra

Iturri berdinen artean zikloka lan egiten dutenen artean, eraiki daitekeen errendimendurik handiena duen motorra da. Bi isotermaz eta bi adiabatikaz dago osatuta, eta Q_1 beroa xurgatzen du T_1 tenperatura altueneko iturritik eta Q_2 beroa botatzen du T_2 tenperatura baxuenekora, W lana burutzen duen bitartean.

- Zikloa A puntuan hasten da.
- A $\rightarrow$ B: Espantsio isotermoa, $[Q_1(+), T_1]$.
- B $\rightarrow$ C: Espantsio adiabatikoa, $[Q = 0, T\downarrow]$.
- C $\rightarrow$ D: Konpresio isotermoa, $[Q_2(-), T_2]$.
- D $\rightarrow$ A: Konpresio adiabatikoa, $[Q = 0, T\uparrow]$.
- Zikloan egindako lana, W itzaleztatutako azalera da.



Carnot-en motorraren errendimendua:

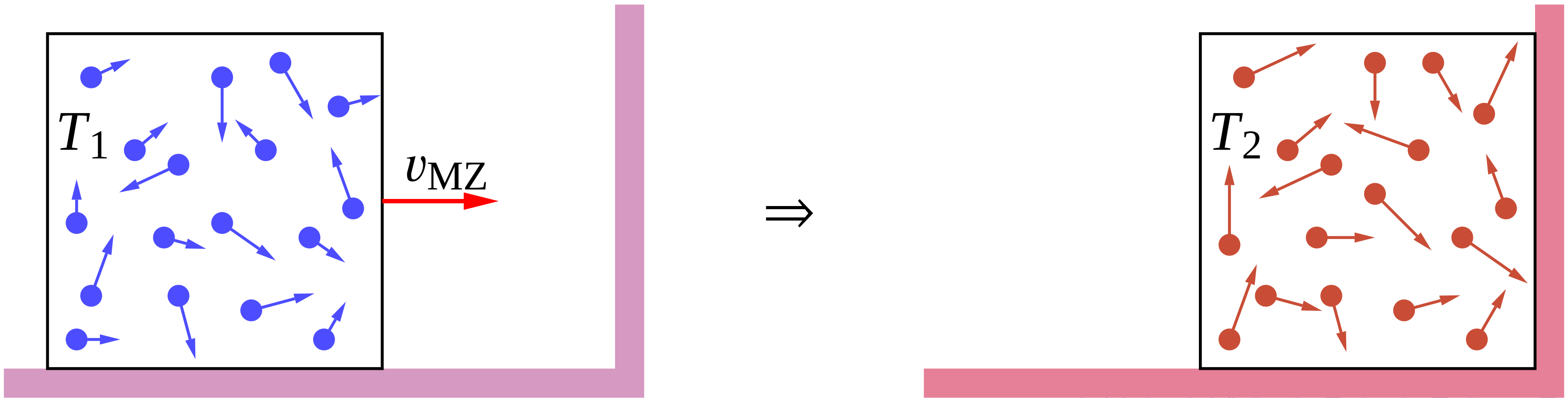
$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} < 1}$$

Prozesu itzulezinak eta entropia

- Prozesu itzulezinetan, ez dago etengabeko orekarik sistemaren eta ingurunearen artean.
- Naturan, prozesuak, berez, itzulezinak dira.
- Prozesu itzulezinetan, sistema eta ingurua egoera desordenatuago batera abiatzen dira.
- Sistemen energiaren ordena (edo bere erabilgarritasuna lan mekaniko bat egiteko), **entropia** funtzioarekin neurtzen da.

Entropia egoera-funtzioa da, barne-energia eta tenperatura bezala.

- Prozesu itzulezinetan, unibertsoaren entropia handiagotu egiten da beti (edo bukaeran unibertsoa desordenatuagoa geratuko zaigu).



Jariakinak (I)

Oinarrizko Kontzeptuak

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Materiaren agregazio-egoerak

1. **Solidoak**
   - Zurrunak dira.
   - Partikulen arteko distantzia konstante da.
   - Ukitzean sendo aurkitzen ditugu.
2. **Jariakinak**
   a. **Likidoak**
      - Bolumen konstantea dute baina ontziarena betetzera doaz.
      - Partikulen arteko distantzia ia konstante da.
      - 'Busti' egiten dute (ez guztiek).

   b. **Gasak**
      - Bolumen aldakorra dute.
      - Partikulen arteko distantzia ez da konstante.
      - Oso 'meheak' dira.

Tenperaturarekiko mendekotasuna

$$\textbf{Solidoa} \xrightarrow[\text{Urtze-puntua}]{\text{Tenperatura igo}} \textbf{Likidoa} \xrightarrow[\text{Irakite-puntua}]{\text{Tenperatura igo}} \textbf{Gasa}$$

ZTF-FCT

Jariakinen oinarrizko magnitudeak

Dentsitatea

- Definizioa: Masa/bolumena ($\rho = m/V$)
- Dimensioak: $[\rho] = M/L^3$
- Unitateak (SI): kg/m^3
- Adibideak: Airea, 1.293 kg/m^3; Ura, 1.0×10^3 kg/m^3; Urrea, 19.3×10^3 kg/m^3

Presioa

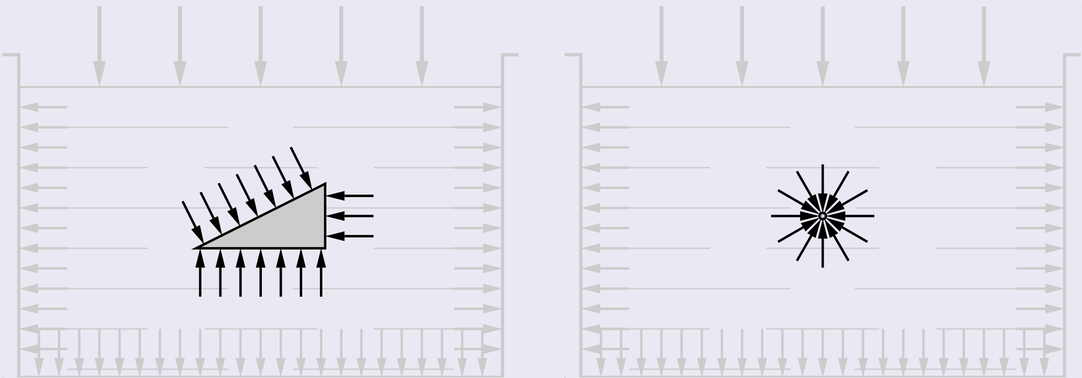
- Jariakinek, ontzien barruan gordetzen direnean, hormei eta bertan gordetako gorputzei indarrak egiten dizkiete.
- Arrazoiak:
  - Molekulak azkar higitzen dira,
  - hormen kontra jo eta…
  - …momentua transmititzen diete.
  - Pilota-jokoan, pilotak frontisari egiten dion antzera.

ZTF-FCT

Presioaren definizioa, propietateak eta unitateak

- Magnitude eskalarra da
- Balioa: Azalera unitateko indarra da
- Gorputz eta hormen gainean, perpendikularki eragiten du
- Dimentsioak: $[p] = [F/A] = MLT^{-2}/L^2 = ML^{-1}T^{-2}$
- Unitateak: Pascal (Pa) = 1 N/m^2, atmosfera (atm), bar, milibar

Nola eragiten du indarrak?



Indarrek beti eragiten dute hormen (gainazalen) norabide perpendikularrean.

Jariakinak (II)

Hidrostatika

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Hidrostatikaren Funtsezko Ekuazioa

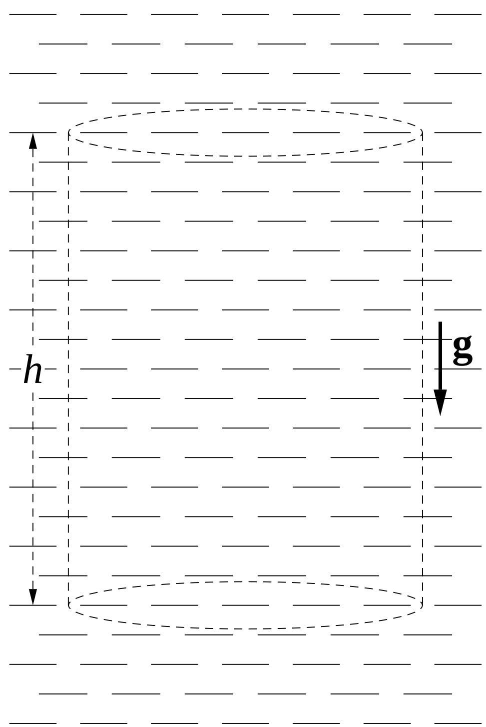
Presio Hidrostatikoa

- Gainazal lau batean eragiten duen batez besteko presioa gainazal horren gainean perpendikularki eragiten duen indarra beraren azaleraren balioaz zatituz lortzen da: $p = F/S$.
- Lurrean dagoen jariakin batean (likidoa zein gasa), presio hori, beste gausetaz gain (hala nola, tenperatura), **grabitatearen** ondorioa da.
- Airean gaudenean (esaterako, Lurraren gainazalean), nork egiten du indarra? Gure gainean dagoen aire-zutabearen pisuak.
- Ur barrenean gaudenean (esaterako, piszina baten hondoan), nork egiten du indarra? Gure gainean dagoen ur-zutabearen pisuak.

ZTF-FCT

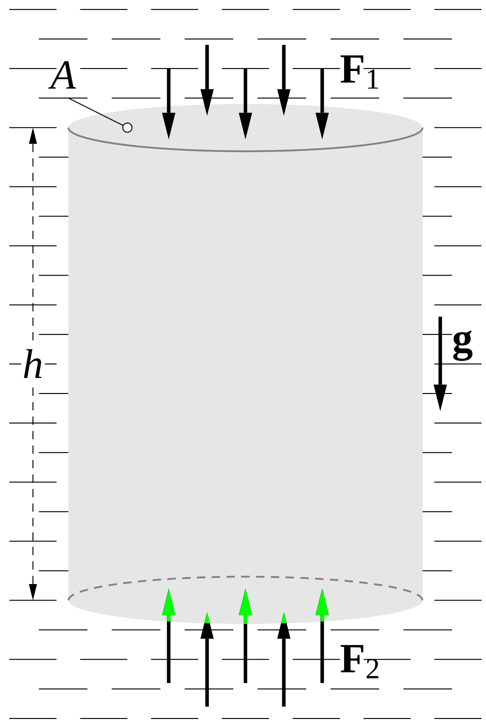
Funtsezko Ekuazioa

- Fluidoa orekan, grabitatearen eraginpean.
- Zati zilindriko birtuala.



Funtsezko Ekuazioa

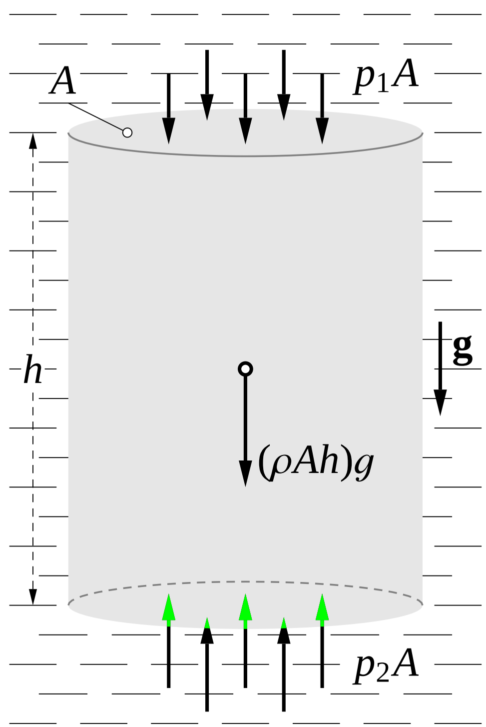
- Fluidoa orekan, grabitatearen eraginpean.
- Zati zilindriko birtuala.
- Berau 'solidotuta' (oinarriak, A azalerakoak).
- Oinarrien gaineko indarrak.



Funtsezko Ekuazioa

- Fluidoa orekan, grabitatearen eraginpean.
- Zati zilindriko birtuala.
- Berau ‘solidotuta’ (oinarriak, A azalerakoak).
- Oinarrien gaineko indarrak.
- Tartean, jariakinaren pisua, beherantz.
- Indarren oreka, presioaren funtzioz:

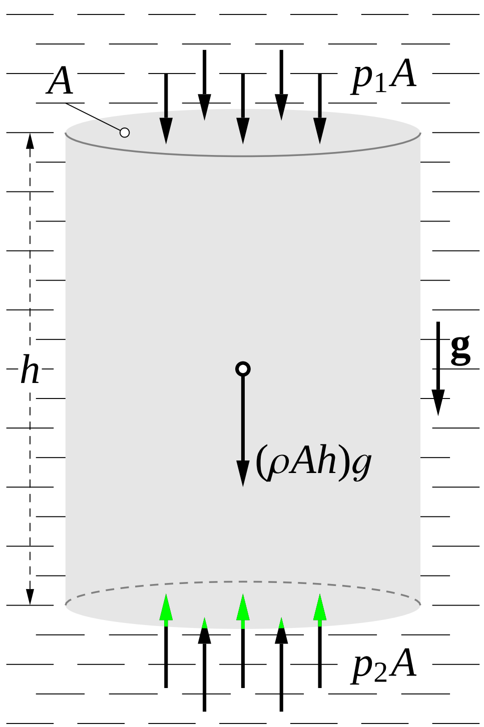
$$p_1 A + \rho A h g = p_2 A \quad \longrightarrow \quad \boxed{p_2 = p_1 + \rho g h}$$



Funtsezko Ekuazioa

- Fluidoa orekan, grabitatearen eraginpean.
- Zati zilindriko birtuala.
- Berau ‘solidotuta’ (oinarriak, A azalerakoak).
- Oinarrien gaineko indarrak.
- Tartean, jariakinaren pisua, beherantz.
- Indarren oreka, presioaren funtzioz:

$$p_1 A + \rho A h g = p_2 A \quad \longrightarrow \quad \boxed{p_2 = p_1 + \rho g h}$$



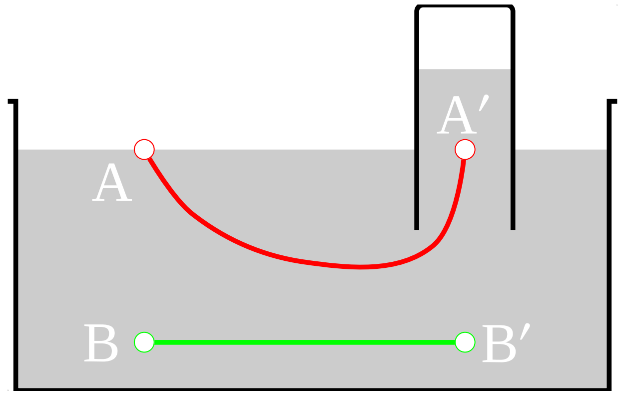
- Gero eta beherago, gero eta presio handiago.

Hauxe da, hain zuzen, Hidrostatikaren Funtzezko Printzipioa

ZTF-FCT

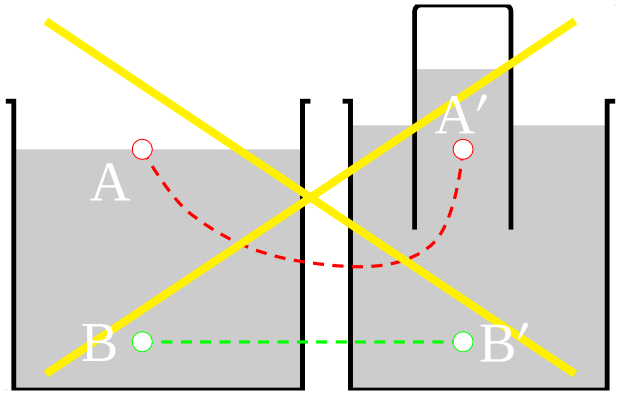
Funtsezko Ekuazioaren Ondorioak

- Jariakina orekan: horizontalean dauden puntuetan presio berdina dugu. . .



Funtsezko Ekuazioaren Ondorioak

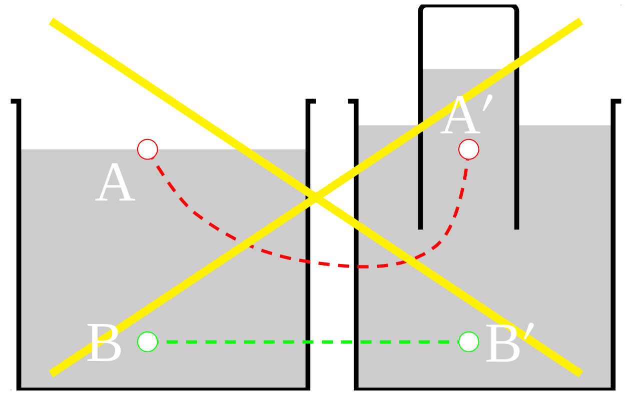
- Jariakina orekan: horizontalean dauden puntuetan presio berdina dugu...
- ...baina puntuak jariakin barrenean oso-osorik dagoen lerro batekin lotu ahal izango dira.



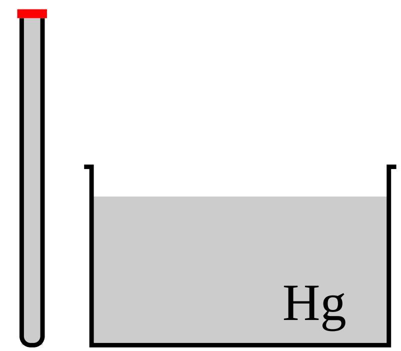
- **Torricelli-ren barometroa**

Funtsezko Ekuazioaren Ondorioak

- Jariakina orekan: horizontalean dauden puntuetan presio berdina dugu. . .
- . . . baina puntuak jariakin barrenean oso-osorik dagoen lerro batekin lotu ahal izango dira.

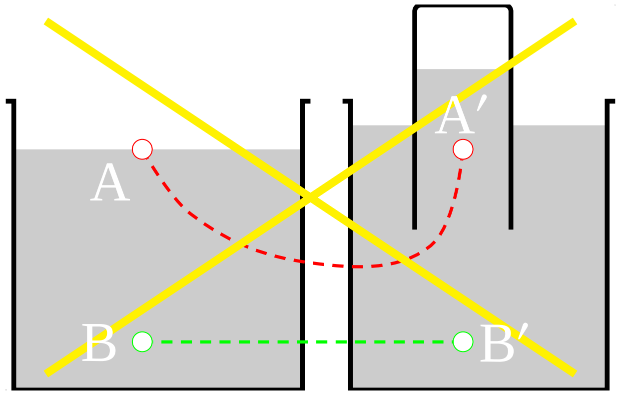


- **Torricelli-ren barometroa**
  - Merkurioz betetako hodia. . .

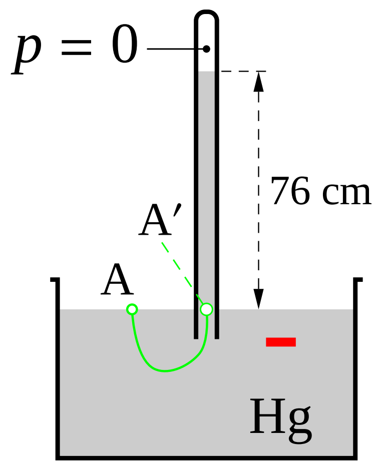


Funtsezko Ekuazioaren Ondorioak

- Jariakina orekan: horizontalean dauden puntuetan presio berdina dugu. . .
- . . . baina puntuak jariakin barrenean oso-osorik dagoen lerro batekin lotu ahal izango dira.



- **Torricelli-ren barometroa**
  - Merkurioz betetako hodia. . .
  - . . . ontzian irauli eta tapoia kendu.
  - Hodi barreneko merkurioaren gainazal askea 76 cm-ra geratzen da.
  - A′ puntuko presioa, Hg-zutabeak soilik eginiko presioa da:



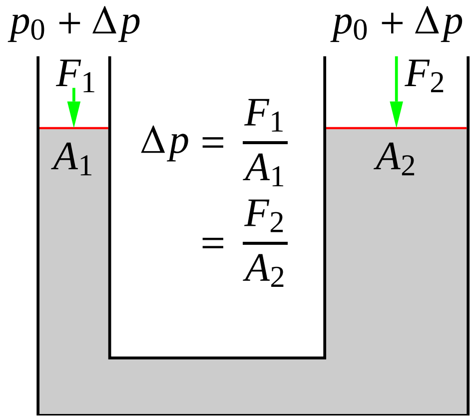
$$\boxed{p_{\mathrm{A}} = p_{\mathrm{A}'} = 0 + \rho_{\mathrm{Hg}} g h = 13.6 \times 10^3 \cdot 9.8 \cdot 0.76 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

Pascal-en Printzipioa (Prentsa Hidraulikoa)

- Ontzi itxi batean gordetako jariakina.
- Gainpresio bat ematen diogu (Δp), F_1 indarraren bitartez.
- Gainpresio hori jariakinaren puntu guztietara hedatzen da galerarik gabe (hormetara ere bai).
- Gainpresio hori orekatzeko, F_2 indarra behar dugu.

$$p_0 + \frac{F_1}{A_1} = p_0 + \frac{F_2}{A_2} \rightarrow \boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$$

- Horren adibide **prentsa hidraulikoa** dugu.
- Adibide gisa, gurpilak aldatzeko **katua**.



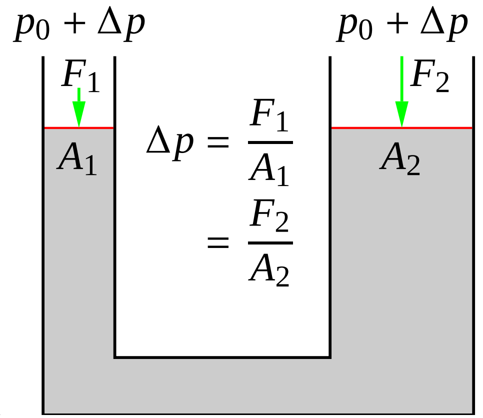
Blaise Pascal (1623-62)

Pascal-en Printzipioa (Prentsa Hidraulikoa)

- Ontzi itxi batean gordetako jariakina.
- Gainpresio bat ematen diogu (Δp), F_1 indarraren bitartez.
- Gainpresio hori jariakinaren puntu guztietara hedatzen da galerarik gabe (hormetara ere bai).
- Gainpresio hori orekatzeko, F_2 indarra behar dugu.

$$p_0 + \frac{F_1}{A_1} = p_0 + \frac{F_2}{A_2} \rightarrow \boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$$

- Horren adibide **prentsa hidraulikoa** dugu.
- Adibide gisa, gurpilak aldatzeko **katua**.

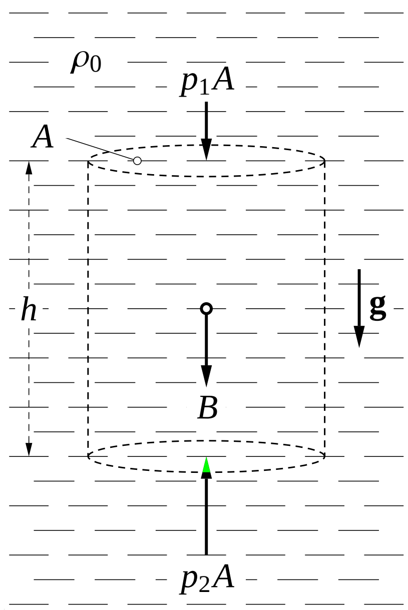


Blaise Pascal (1623-62)

Arkimedes-en Printzipioa. Bultzada.

- Jariakina orekan.
- Bere barreneko zati bat orekan.
- Erlazio hau betetzen da:

$$p_1 A + B = p_2 A \qquad B = \rho_0 A h g = (p_2 - p_1) A$$



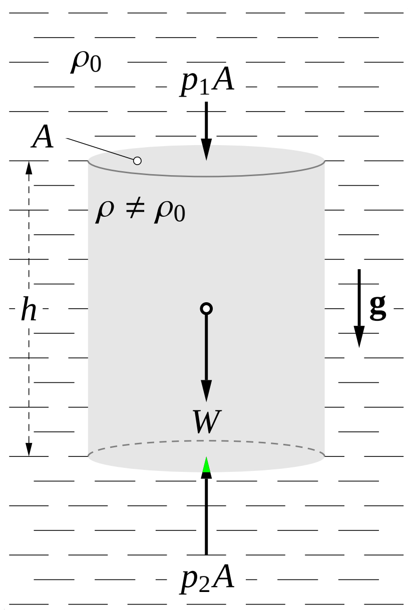
Arkimedes-en Printzipioa. Bultzada.

- Jariakina orekan.
- Bere barreneko zati bat orekan.
- Erlazio hau betetzen da:

$$p_1 A + B = p_2 A \qquad B = \rho_0 A h g = (p_2 - p_1) A$$

- $\rho \neq \rho_0$ dentsitateko solidoaz ordezkatzen dugu.
- Ez dago orekarik:

$$p_1 A + W - p_2 A = ma \qquad [m = \rho A h,\ W = mg]$$



Arkimedes-en Printzipioa. Bultzada.

- Jariakina orekan.
- Bere barreneko zati bat orekan.
- Erlazio hau betetzen da:

$$p_1 A + B = p_2 A \qquad B = \rho_0 A h g = (p_2 - p_1) A$$

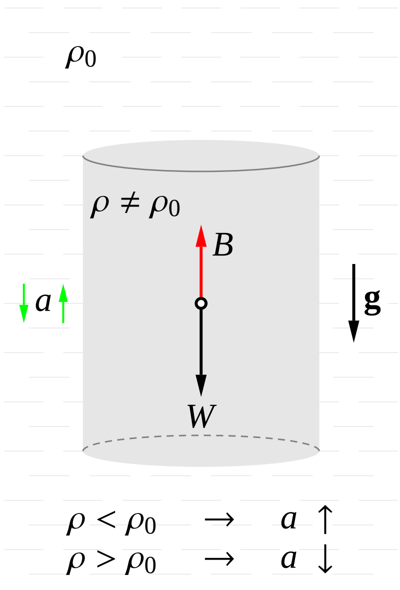
- $\rho \neq \rho_0$ dentsitateko solidoaz ordezkatzen dugu.
- Ez dago orekarik:

$$p_1 A + W - p_2 A = ma \qquad [m = \rho A h,\ W = mg]$$

- Edota:

$$\boxed{W - B = ma}$$

▲ Jariakin baten barnean dagoen solidoak goranzko bultzada bat jasaten du, solidoak desplazaturiko jariakinaren pisukoa: $B = \rho_0 A h g$.



Arkimedes (K.A. 287-12)

Arkimedes-en Printzipioa. Bultzada.

- Jariakina orekan.
- Bere barreneko zati bat orekan.
- Erlazio hau betetzen da:

$$p_1 A + B = p_2 A \qquad B = \rho_0 A h g = (p_2 - p_1) A$$

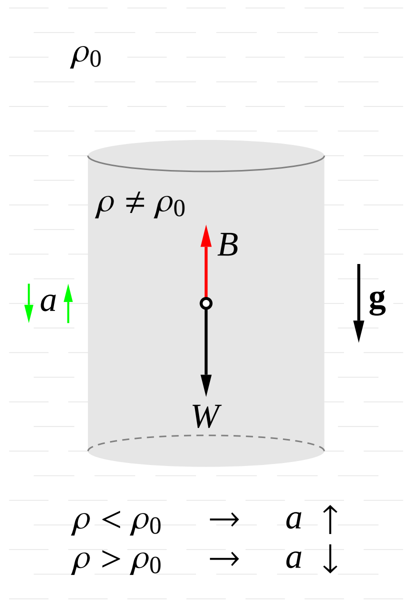
- $\rho \neq \rho_0$ dentsitateko solidoaz ordezkatzen dugu.
- Ez dago orekarik:

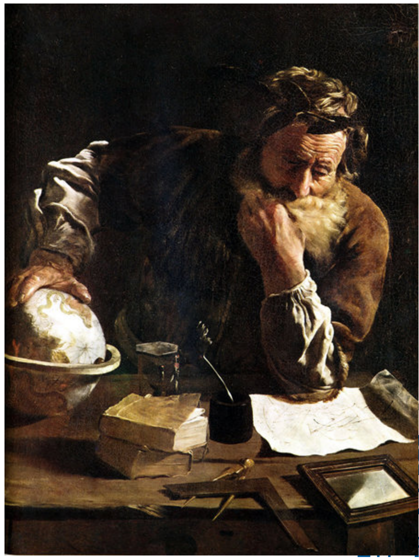
$$p_1 A + W - p_2 A = ma \qquad [m = \rho A h,\ W = mg]$$

- Edota:

$$\boxed{W - B = ma}$$

▲ **Jariakin baten barnean dagoen solidoak goranzko bultzada bat jasaten du, solidoak desplazaturiko jariakinaren pisukoa: $B = \rho_0 A h g$.**





Arkimedes-en Printzipioa. Bultzada.

- Jariakina orekan.
- Bere barreneko zati bat orekan.
- Erlazio hau betetzen da:

$$p_1 A + B = p_2 A \qquad B = \rho_0 Ahg = (p_2 - p_1)A$$

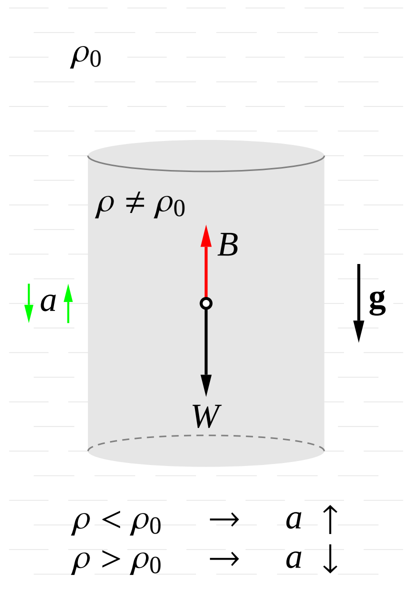
- $\rho \neq \rho_0$ dentsitateko solidoaz ordezkatzen dugu.
- Ez dago orekarik:

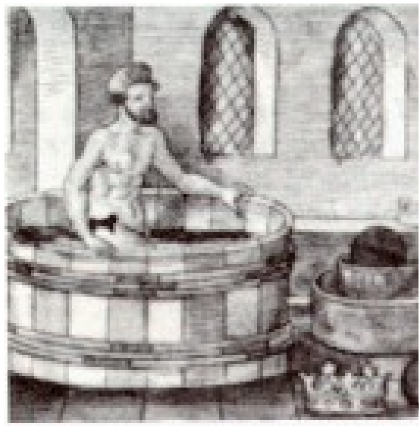
$$p_1 A + W - p_2 A = ma \qquad [m = \rho Ah,\ W = mg]$$

- Edota:

$$\boxed{W - B = ma}$$

▲ **Jariakin baten barnean dagoen solidoak goranzko bultzada bat jasaten du, solidoak desplazaturiko jariakinaren pisukoa: $B = \rho_0 Ahg$.**

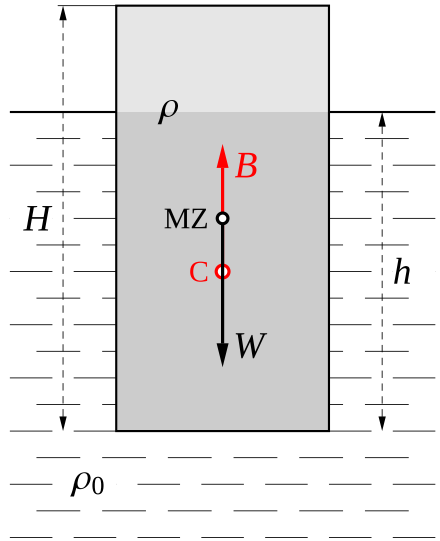




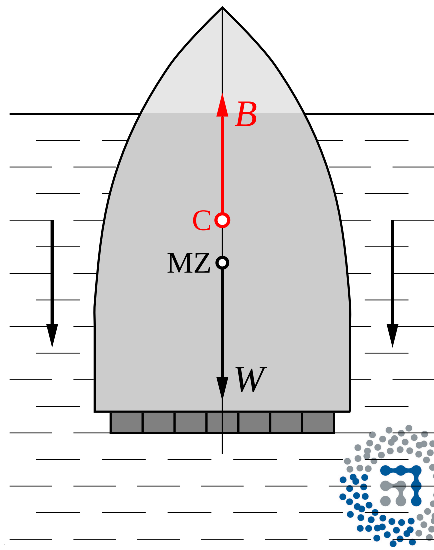
ZTF-FCT

Flotazioa

- Gorputz homogeneoa flotatzen ($\rho < \rho_0$).
- Bultzada, murgildutako zatiari dagokiona, C puntuan aplikatuta.
- Indarrak: $\begin{cases} \bullet \text{ Pisua} & W = \rho A H g \\ \bullet \text{ Bultzada} & B = \rho_0 A h g \end{cases}$
- Orekan: $W = B \quad \rightarrow \quad \boxed{h = (\rho/\rho_0)H}$

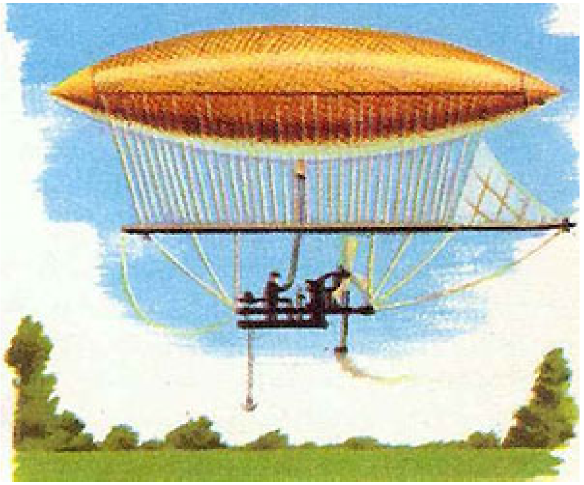


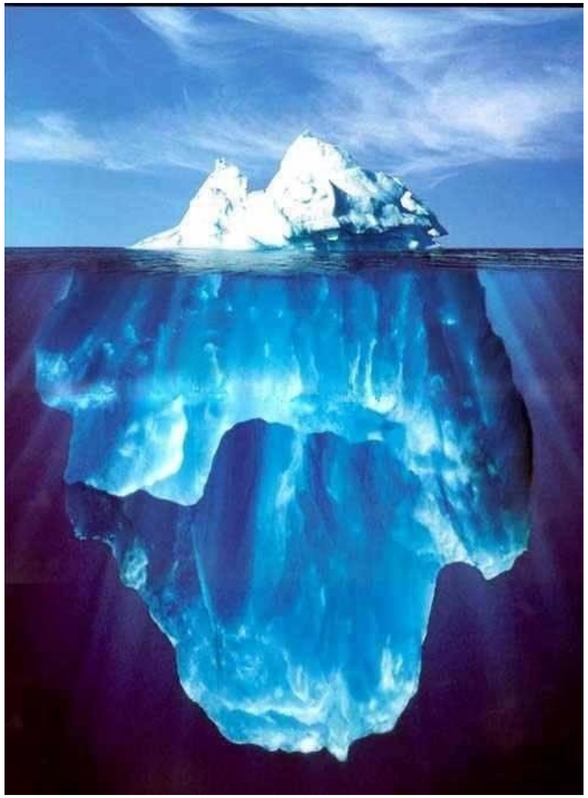
- Itsasontzien egonkortasuna: **M Metazentroa**
  - Metazentroa, MZ-ren gainetik: Egonkorra
  - Bikote berreskuratzailea
  - Hasierako posiziora
  - Metazentroa, MZ-ren azpitik: Ez-Egonkorra
  - Bikote iraultzailea
  - Irauli eta hondora



ZTF-FCT

Adibideak



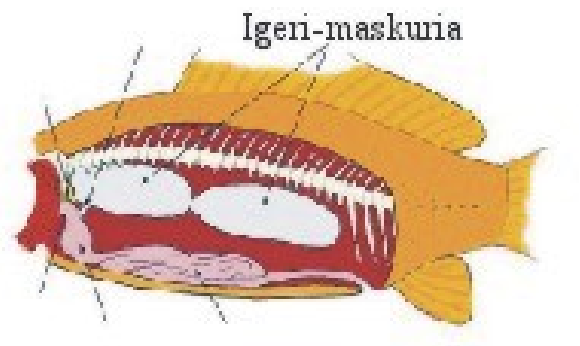


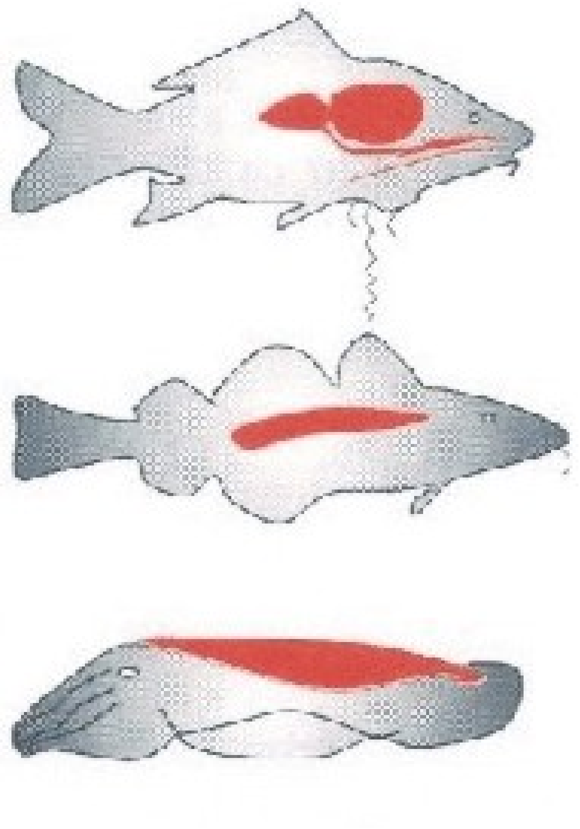
Adibideak


TRAVERSEZ L'ATLANTIQUE EN 2 JOURS
DEUTSCHE ZEPPELIN-REEDEREI

Adibideak

Adibideak





Jariakinak (III)

Hidrodinamika

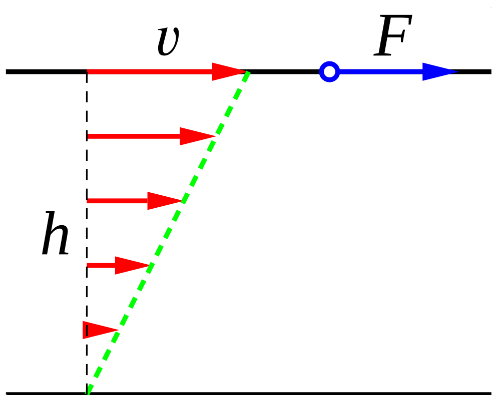
Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Biskositatea: Izaera eta Definizioa

- Jariakinen barne-marruskadura da.
- Molekulen arteko talken ondorioa da.
- Talketan, momentu lineala transferitzen da...
- ...indar tangentzialak sortuz (marruskadura).
- Jariakinen dinamikan du eragina.

- A azalerako jariakin-geruza v abiaduraz higitzen ari da...
- ...kanal baten hondotik h distantziara.
- Abiadura hori konstante mantentzeko, F indarra behar dugu:

$$\boxed{F = \mu \frac{Av}{h}} \qquad [\mu = \text{biskositatea}]$$



ZTF-FCT

Biskositatea: Unitateak eta Propietateak

1. **Biskositatearen Ekuazio Dimentsionala**

$$[\mu] = \left[\frac{Fh}{Av}\right] = \left[\left(\frac{F}{A}\right)\left(\frac{h}{v}\right)\right] = [p \cdot t] = ML^{-1}T^{-2} \cdot T = ML^{-1}T^{-1}$$

2. **Unitateak**

SI	CGS	Pl $\leftrightarrow$ P
Pa $\cdot$ s	(dyn/cm^2) $\cdot$ s	1 Pl = 10 Poise
($\equiv$ Poiseuille, Pl)	($\equiv$ Poise, P)	1 P = 0.1 Pl

3. **Tenperaturarekiko Mendekotasuna**

Likidoak Tenperatura igo ahala, biskositatea jaitsi (molekulen arteko erakarpen-indarra jaitsi egiten da, eta molekulak solteagoak egon arren, momentu-transferentzia ez da gehiegi gehitzen).

Gasak Tenperatura igo ahala, biskositatea igo (molekulak oso solte zeuden, baina tenperatura igoterakoan, abiadura handiagoz mugitzen dira eta momentu-transferentzia handituz doa).

ZTF-FCT

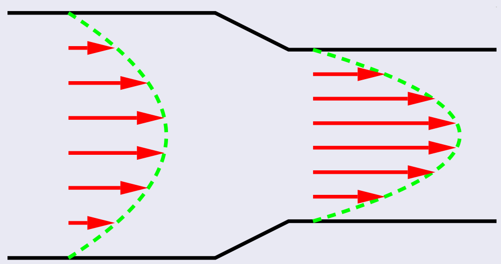
Biskositatea: Fluxua eta Fluxu-motak

Fluxua

- **Fluxua:** Jariakina higitzen ari denean, jariakinaren **fluxua** dugu.
- **Korronte-lerroa:** Jariakinaren partikula batek jarraitzen duen ibilbidea da (fluxu irunkorra den kasuan).

Fluxu-motak

- **Fluxu laminarra:** Biskositatea dago eta, jariakinaren abiadura handiegia ez bada, hodian barrena fluxuaren norabidearen zeharkako partikulek abiadura desberdina dute. **Poiseuille-ren fluxua.**



Poiseuille-ren Fluxua

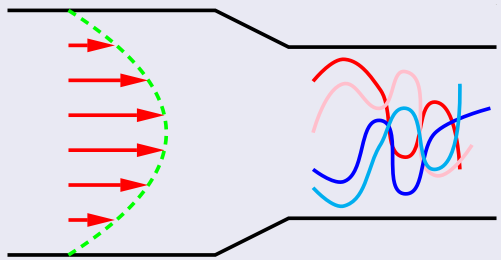
Biskositatea: Fluxua eta Fluxu-motak

Fluxua

- **Fluxua:** Jariakina higitzen ari denean, jariakinaren **fluxua** dugu.
- **Korronte-lerroa:** Jariakinaren partikula batek jarraitzen duen ibilbidea da (fluxu irunkorra den kasuan).

Fluxu-motak

- **Fluxu zurrunbilotsua:** Biskositatea dago eta, jariakinaren abiadura igo ahala, partikula deberdinen korronte-lerroak oso irregularrak dira. **Venturi-ren fluxua.**

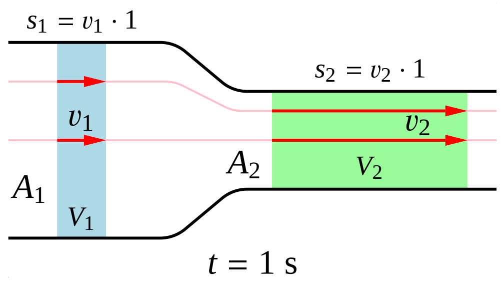


Venturi-ren Fluxua

Jariakin Idealak

- Jariakinek ez dute biskositaterik ($\mu = 0$).
- Jariakinak konprimaezinak dira ($\rho = \text{kte}$).
- Hodi horizontalean zeharreko azterketa egingo dugu.

Jarraitutasunaren Ekuazioa



- Hodi horizontalean barrena, $t = 0$ deneko jariakinaren fluxua.
- v_1 eta v_2 abiadurak, A_1 eta A_2 azalerako sekzioetan zehar.
- $t = 1$ s denean, ezkerreko V_1 bolumena, eskuineko aldera igaro da oso-osorik (V_2 bolumena). Beraz:

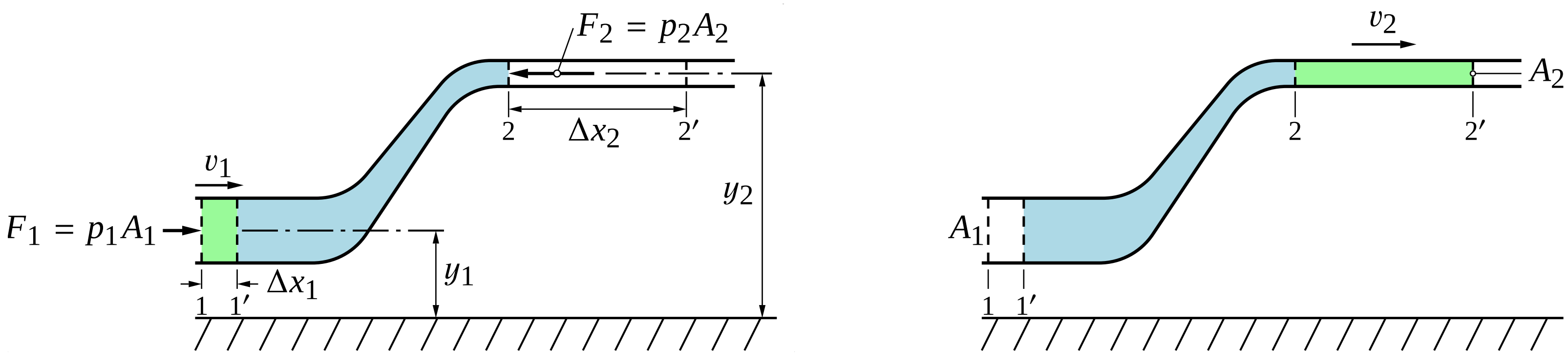
$$V_1 = V_2 \rightarrow A_1 \times v_1 \cdot 1 = A_2 \times v_2 \cdot 1 \rightarrow \boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2 = A v}$$

ZTF-FCT

Bernouilli-ren Ekuazioa: Jariakin-mota eta Baldintzak

- Jaraikinen kasurako, energiaren teoremaren aplikazio berezia besterik ez da.
- Jariakin ideala, biskositaterik gabekoa ($\mu = 0$).
- Jariakin konprimaezina (dentsitate konstantea: ρ = kte).
- Fluxu ideala (Bernouilli-rena) eta egonkorra.
- Ez dago inolako bero-transferentziarik kanpoarekin, ez materia-transferentziarik, ezta ere beste edozein motatako transferentziarik.

Bernouilli-ren Ekuazioa: Lorpena



- **Kanpoko indarren lana.**

$$W_{12} = F_1\Delta x_1 - F_2\Delta x_2 = p_1A_1\Delta x_1 - p_2A_2\Delta x_2 = (p_1 - p_2)\Delta m/\rho$$

- **Energia zinetikoaren aldaketa.**

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\Delta m(v_2^2 - v_1^2)$$

- **Energia potentzialaren aldaketa.**

$$\Delta E_p = \Delta mg(y_2 - y_1)$$

- **Guztira:** $W_{12} = \Delta E_k + \Delta E_p$

$$\boxed{p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 = \text{kte}}$$

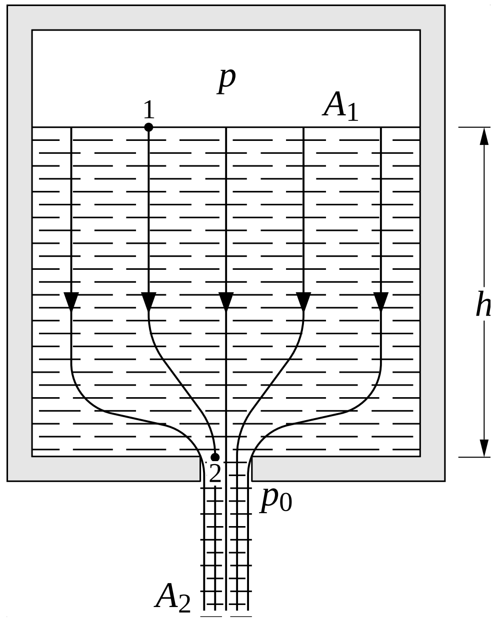
Bernouilli-ren Ekuazioaren Aplikazioak (I)

- **Torricelli-ren Teorema.** Ontzi itxi bat, isurbide batekin hondoan ($A_1 \gg A_2$ dela hartuko dugu, ondorioz $v_1 \to 0$ izango delarik).

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$p + \cancel{\frac{1}{2}\rho v_1^2} + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \cancel{\rho g \cdot 0}$$

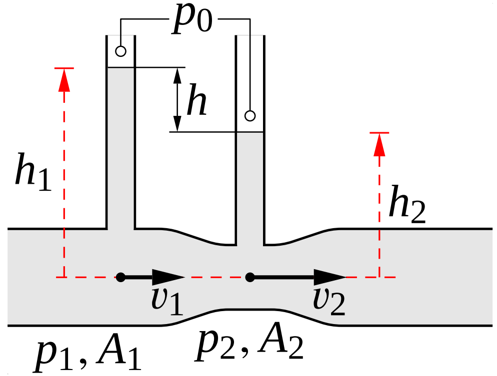
$$\boxed{v_2 = \sqrt{2\Delta p/\rho + 2gh}} \qquad [\Delta p = p - p_0]$$



- **Venturi-ren hodia.** Zurrunbiloak sor ez daitezen pentsaturiko tresna: Lehenengo, estugunea; gero, zabalgunea.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

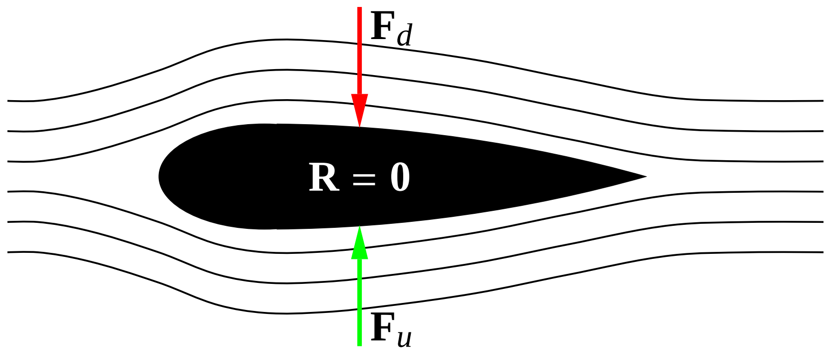
$$p_1 - p_2 = \begin{cases} \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) \\ \rho g(h_1 - h_2) \end{cases} \qquad \boxed{\Delta p = \rho g h}$$



ZTF-FCT

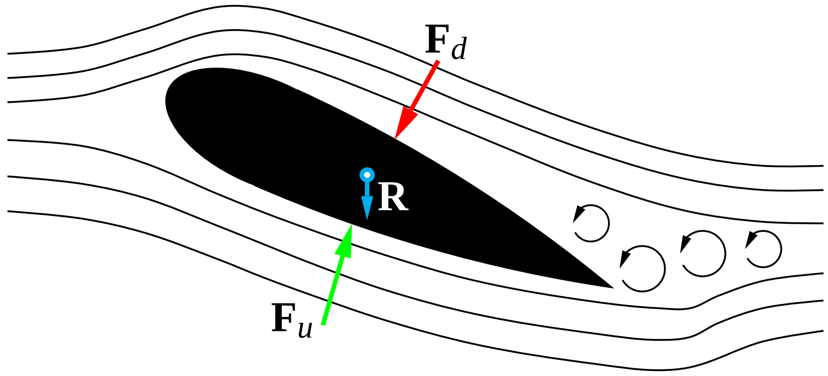
Bernouilli-ren Ekuazioaren Aplikazioak (II)

- **Egazkinen eustea.**
  - Eusterik ez.

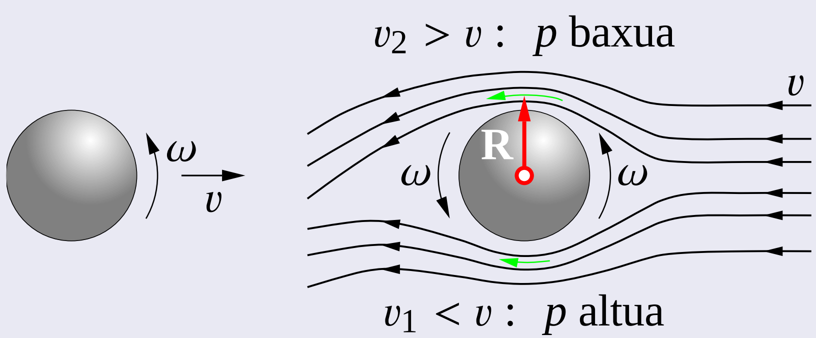


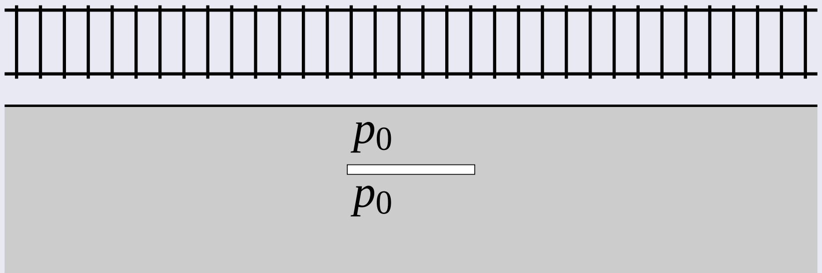
Bernouilli-ren Ekuazioaren Aplikazioak (II)

- **Egazkinen eustea.**
  - Eusterik ez.
  - Euste-indarra. Aireratzen.
  - Zurrunbiloak. Galerak.



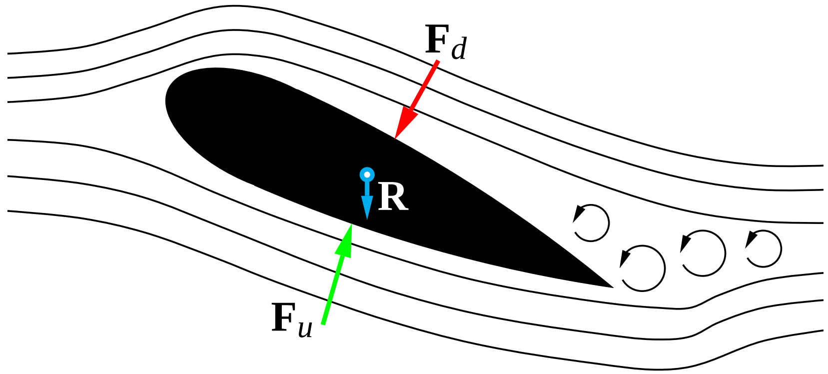
Biskositatearen eragina. Bi adibide.



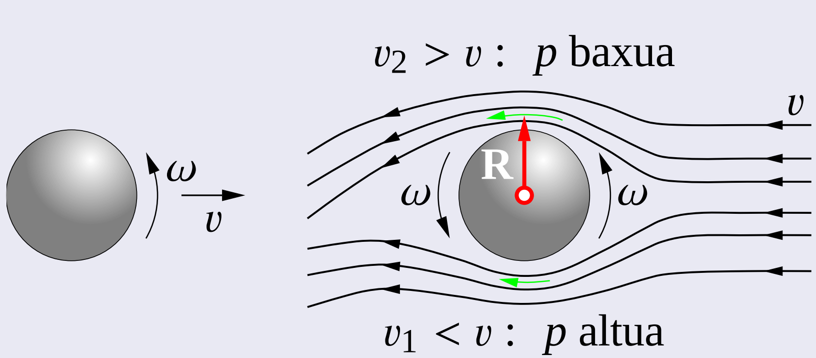


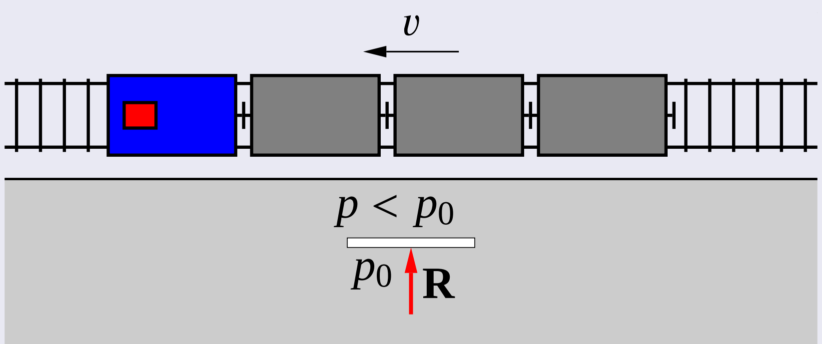
Bernouilli-ren Ekuazioaren Aplikazioak (II)

- **Egazkinen eustea.**
  - Eusterik ez.
  - Euste-indarra. Aireratzen.
  - Zurrunbiloak. Galerak.



Biskositatearen eragina. Bi adibide.

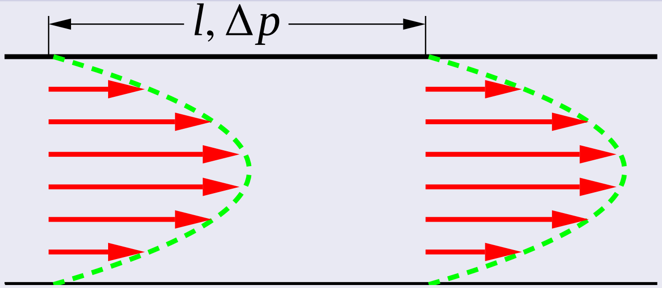


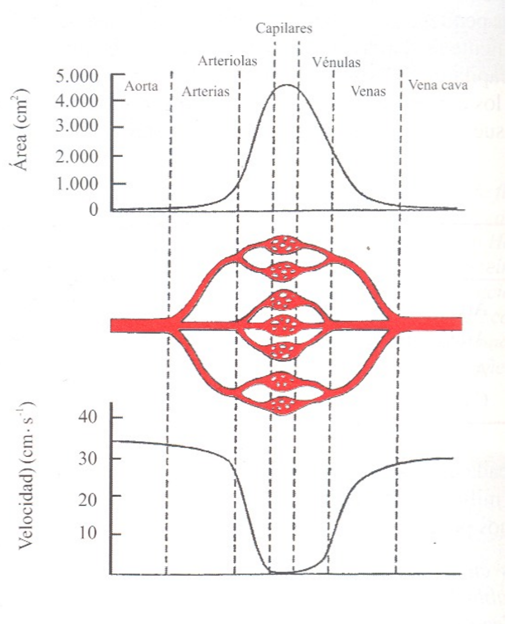


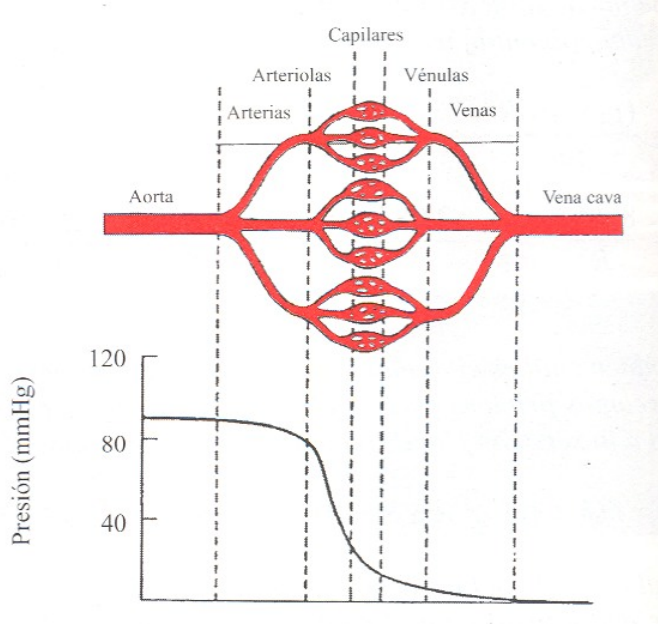
Odol-Sistema

Poiseuille-ren teorema

$$\Delta p = \frac{8\mu l A\bar{v}}{\pi R^4} = \frac{8\mu l Q}{\pi R^4}$$







Jariakinak (IV)

Gainazal-tentsioa

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Gainazal-fenomenoak

- Likidoak osatzen dituzten molekulen artean indar nabarmenak daude, eta horrexegatik likidoen gainazal askeek fenomeno bitxiak aurkezten dituzte. Hona hemen adibide batzu:

- **Txanpona, klip-a**

Gainazal-fenomenoak

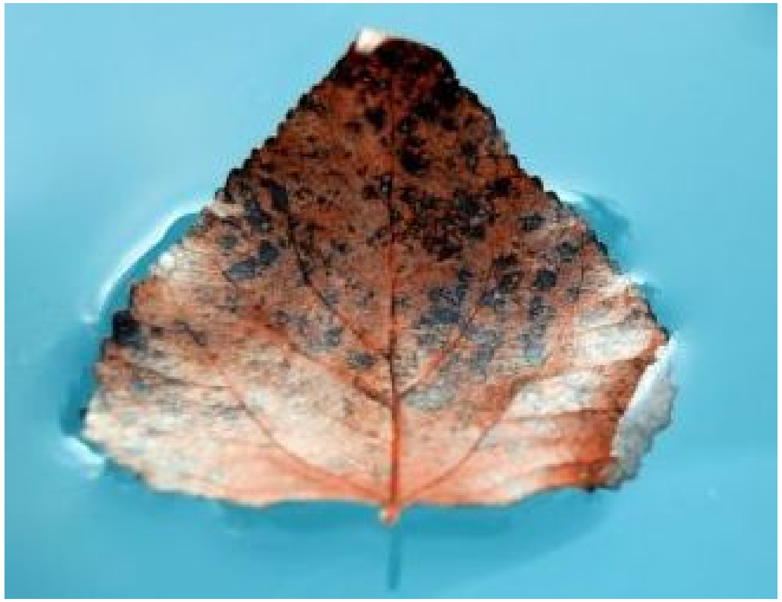
- Likidoak osatzen dituzten molekulen artean indar nabarmenak daude, eta horrexegatik likidoen gainazal askeek fenomeno bitxiak aurkezten dituzte. Hona hemen adibide batzu:

- Txanpona, klip-a, **zapataria (*hydrometra stagnorum*)**

ZTF-FCT

Gainazal-fenomenoak

- Likidoak osatzen dituzten molekulen artean indar nabarmenak daude, eta horrexegatik likidoen gainazal askeek fenomeno bitxiak aurkezten dituzte. Hona hemen adibide batzu:

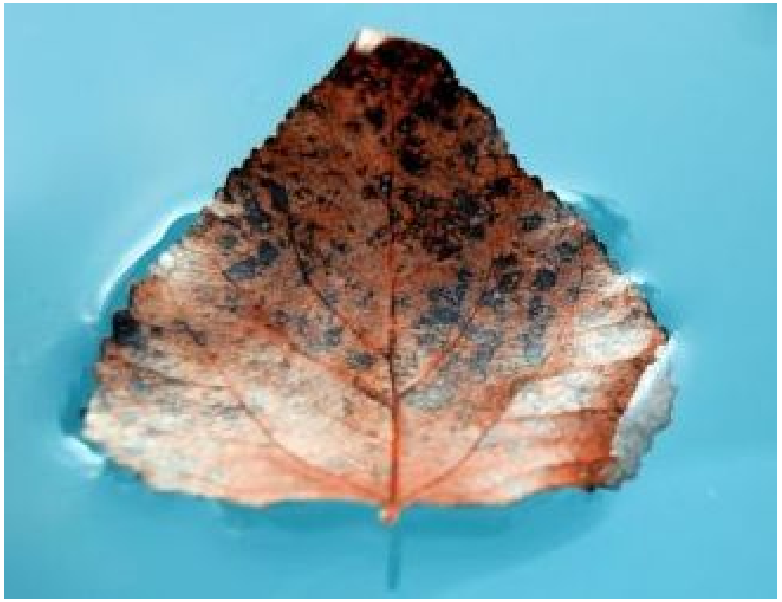


- Txanpona, klip-a, zapataria (*hydrometra stagnorum*), **ostoa**

ZTF-FCT

Gainazal-fenomenoak

- Likidoak osatzen dituzten molekulen artean indar nabarmenak daude, eta horrexegatik likidoen gainazal askeek fenomeno bitxiak aurkezten dituzte. Hona hemen adibide batzu:



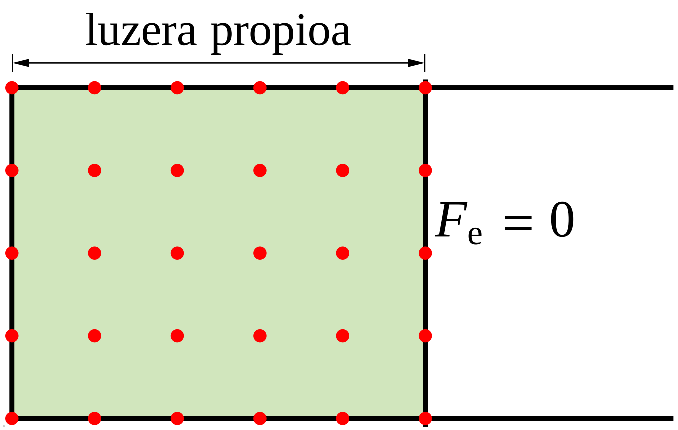
- Txanpona, klip-a, zapataria (*hydrometra stagnorum*), ostoa eta **burbuila**.

Gainazal fenomenoen sortzaileak

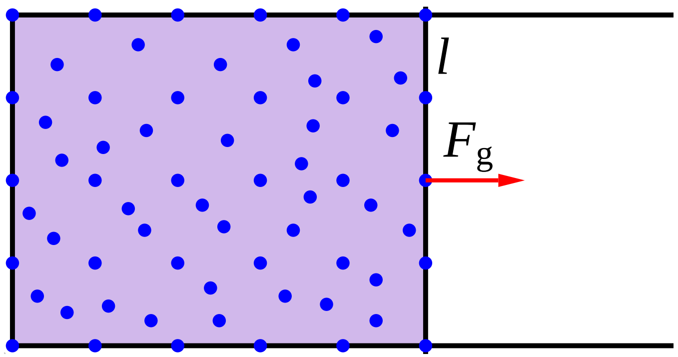
- Likidoen azaletan mintz elastiko antzerako zerbait eratzen da.
- Molekulen artean, indar sendoak parte hartzen dute distantzia txikitara: Van der Waals-en indarrak.
- Hauek, r^{-6}–r^{-7}-ko mendekotasuna dute distantziarekiko (indar erakarleak) eta r^{-11}–r^{-12}-ko mendekotasuna (indar aldaratzaileak).
- Lennard-Jones-en potentziala ($E_p = A/r^6 - B/r^{12}$) da portaera hori hoberen deskribatzen duena.
- Oso azkar jaisten dira distantziarekin.
- Askotan, **kohesio-indarrak** deitzen zaie indar hauei.

ZTF-FCT

Elastikotasuna eta gainazal-tentsioaren arteko diferentziak



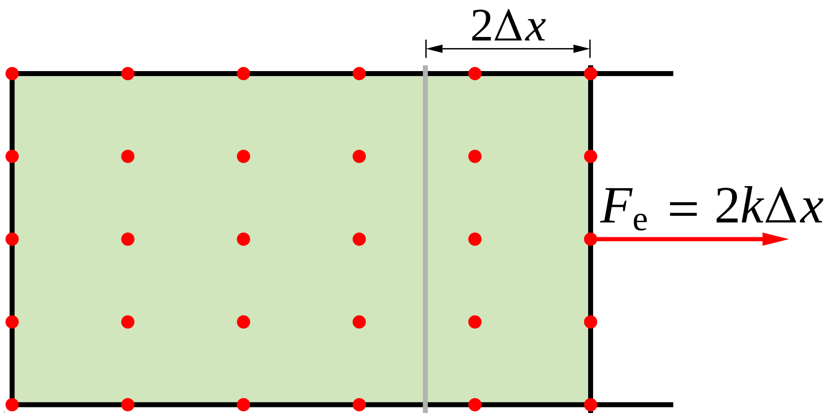
Mintz elastikoa



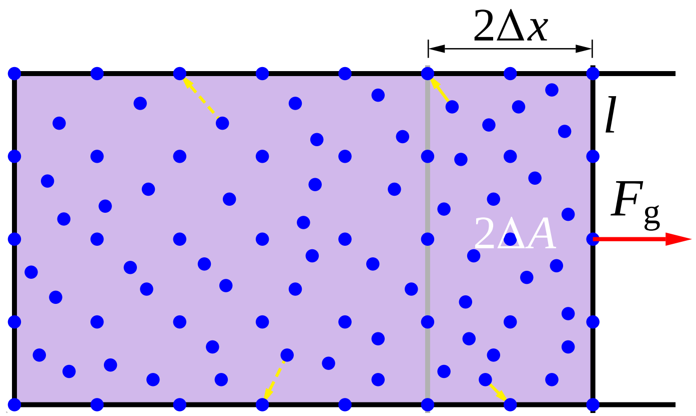
Likidoen gainazala

- Likidoen gainazaletan (eta likido barruan), molekulak solteagoak daude, eta ‘mintz’ hori beste modu batean agertuko da. F_g indarra behar da.

Elastikotasuna eta gainazal-tentsioaren arteko diferentziak



Mintz elastikoa



Likidoen gainazala

- Mintz elastikoetan, molekulak nahiko finko daude posizio konkretuetan. Luzera propioa dugu, deformatu gabekoa, indarrik egin behar ez dena.
- Likidoen gainazaletan (eta likido barruan), molekulak solteagoak daude, eta 'mintz' hori beste modu batean agertuko da. F_g indarra behar da.
- Mintza Δx luzatzen bada, elastikoan $F_e = k\Delta x$ indarra egin beharko da egoera deformatu horretan mantentzeko, k konstante bat delarik.
- … likidoan, ordea, Δx luzatzean barruko molekulak gainazaletara joango dira, molekula hauen arteko distantziak konstante mantenduko direlarik: F_g indarra aurrekoa da, **Δx bikoiztu arren!**

ZTF-FCT

Non gordetzen da azalera handitzeko egindako lana?

- Aurreko irudietan, F_g indarrak ΔW lana egiten du gainazal-tentsioaren kontra, mintz likidoaren azalera ΔS balioan handitzeko.
- Lan hori mintzean gordetzen da.
- Kontuz! Azala bikoitza da: goialde eta behealdekoa. Azalera-handipena, beraz, $\Delta S = 2\Delta A = 2l\Delta x$ da (ΔA irudian erakusten dena da).
- Guztira, ba, hauxe da egindako lana:

$$\Delta W = F_\mathrm{g}\Delta x = 2\sigma l \Delta x \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\sigma = \Delta W/\Delta S = F_\mathrm{g}/2l}$$

- Gainazal-tentsioa (σ) konstante da (tenperatura konstante bada).

Unitateak

- Gainazal-tentsioaren unitateak indarra zati luzerarenak dira ($\sigma = F_\mathrm{g}/2l$).
- … edo energia zati azalerarenak ($\sigma = \Delta W/\Delta S$).
- Dimentsioa eta unitateak, ondorioz, hauexek izango dira:

$$\boxed{[\sigma] = \mathsf{M\,T^{-2}} \qquad 1\ \mathrm{N/m} = 1\ \mathrm{J/m^2}}$$

ZTF-FCT

Gainazal-tentsioaren ohiko balio batzu

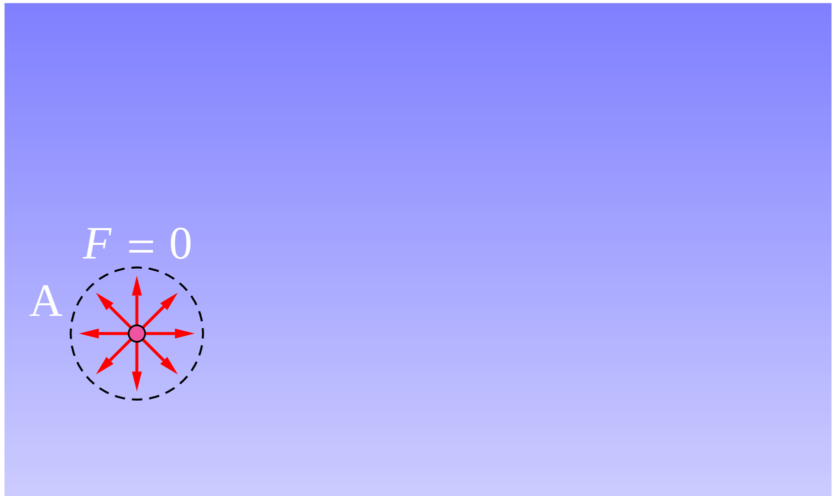
Zenbait likidoren gainatzal-tentsioa

Airearekin ukipenean dagoen likidoa	Tenperatura °C	Gainzal-tentsioa N/m
Ura	0	0.0756
Ura	20	0.0728
Ura	60	0.0662
Ura	100	0.0589
Oliba-olioa	20	0.0320
Alkohol etilikoa	20	0.0223
Bentzenoa	20	0.0289
Glizerina	20	0.0631
Merkurioa	20	0.4650
Karbono tetrakloruroa	20	0.0268
Oxigenoa (l)	−193	0.0157
Neona (l)	−247	0.00515
Helioa (l)	−269	0.00012

ZTF-FCT

Molekulen arteko elkarrakzio-indarrak likido batean

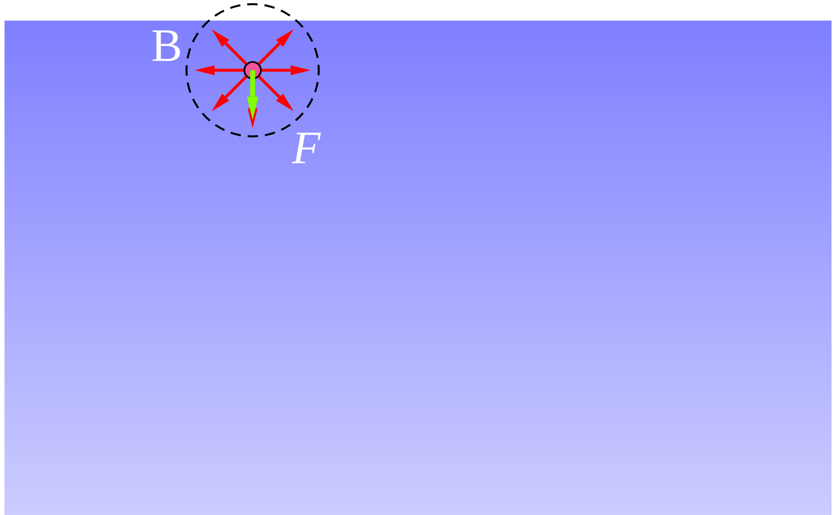
■ Likido baten barruko (edota gainazaleko) molekulen gainean hurrengo indarrak eta indar-erresultanteak eragiten dute:



- Molekula likido barruan: inguru hurbileko molekulak eragingo diote. Simetriagatik, indar erresultantea nulua da: $F = 0$.

Molekulen arteko elkarrakzio-indarrak likido batean

■ Likido baten barruko (edota gainazaleko) molekulen gainean hurrengo indarrak eta indar-erresultanteak eragiten dute:

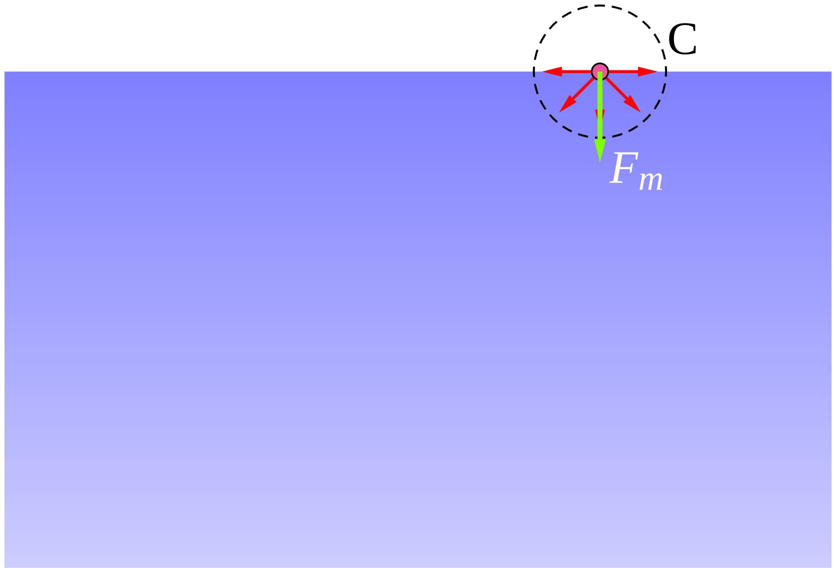


- Molekula likido barruan: inguru hurbileko molekulak eragingo diote. Simetriagatik, indar erresultantea nulua da: $F = 0$.
- Molekula likido barruan (baina gainazaletik gertu): indar batzu orekatu gabe egongo dira, eta indar erresultantea ez da nulua izango, F.

ZTF-FCT

Molekulen arteko elkarrakzio-indarrak likido batean

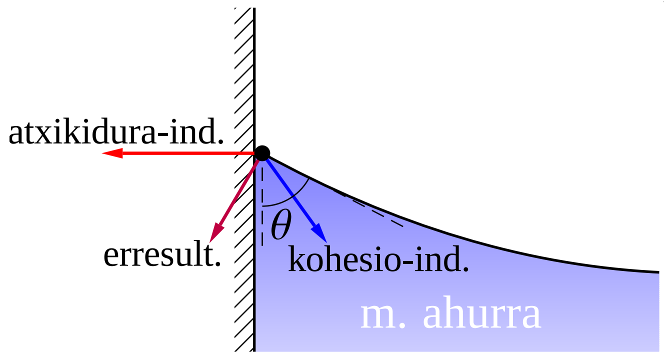
■ Likido baten barruko (edota gainazaleko) molekulen gainean hurrengo indarrak eta indar-erresultanteak eragiten dute:

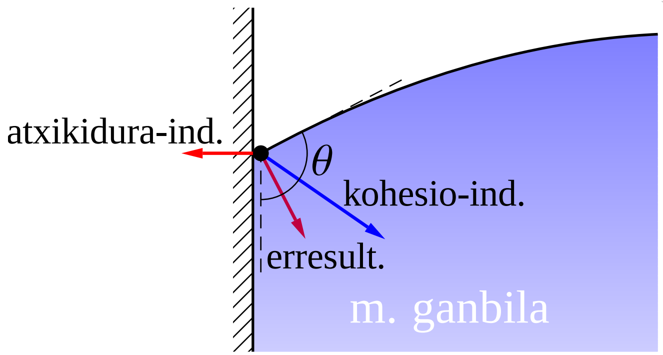


- Molekula likido barruan: inguru hurbileko molekulak eragingo diote. Simetriagatik, indar erresultantea nulua da: $F = 0$.
- Molekula likido barruan (baina gainazaletik gertu): indar batzu orekatu gabe egongo dira, eta indar erresultantea ez da nulua izango, F.
- Molekula likidoaren gainazalean: indar erresultantea maximoa: F_m. Beste edozein molekula gainazalera eramateko, F_m gainditu behar da.

Kohesio- eta atxikidura-indarrak: meniskoak

- Likido bat ontzi batean badago, ontziaren hormarekin kontaktuan dauden molekulen gainean bi eratako indarrak sortuko dira:
  - Likidoaren molekulen arteko Van der Waals-en indar erakarleak (kohesio-indarrak).
  - Likidoaren molekulen gaineko indar erakarleak, ontziaren molekulek eragindakoak (atxikidura-indarrak).
- Kohesio- eta atxikidura-indarren konparaketaz, halakoa izango da ontziaren hormarekin kontaktuan dugun gainazala:
  - Kohesio-indarra atxikidura-indarra baino txikiagoa (menisko ahurra): likidoak busti egiten du solidoa. Ukipen-angelua: $\theta < 90°$.
  - Kohesio-indarra atxikidura-indarra baino handiagoa (**menisko ganbila**): **likidoak ez du bustitzen solidoa**. Ukipen-angelua: $\theta > 90°$.





Gainazal kurbatu baten azpiko presioa: Laplace-ren legea

- Badakigu euri-tantak esferikoak direla, eta beste hainbeste likido ere forma esferikoz aurkitzen direla kantitate txikitan daudenean.
- Hori, tanten gainazala mintz 'elastiko' antzeko zerbait delako da.
- Ez dugu frogatuko baina halako mintz 'elastiko' batean, likido barruko presioa gainazal libretik gaineko presioaren desberdina da.
- **Laplace-ren legea:**

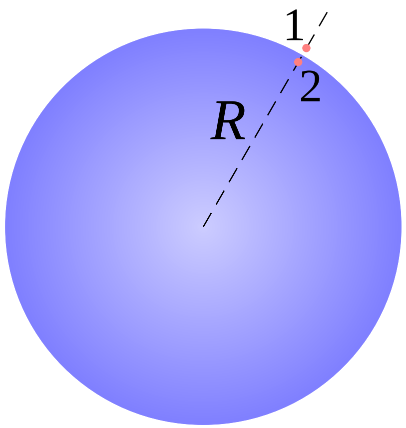
$$\boxed{\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}$$

  - r_1 eta r_2 gainazal horren kurbadura nagusiko erradio biak dira.
  - Positiboak dira likido barrurantz zuzenduak badaude (negatiboak aurkako noranzkoan zuzenduak badaude).
- Gainazala esferikoa bada, erradio biak berdinak dira: $r_1 = r_2 = R$, eta Laplace-ren legea honela geratuko da:

$$\boxed{\Delta p = \frac{2\sigma}{R}}$$

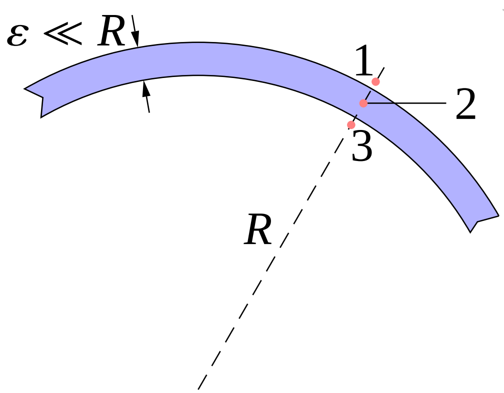
ZTF-FCT

Laplace-ren legearen zenbait adibide



- **Ur-tantak.** Gainazala ahalik eta txikiena izan dadin, esferikoa izan behar da, eta gainazal azpian (2 puntua 1-ekiko, menisko ganbila) gainpresioa dugu:

$$\boxed{\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{2\sigma}{R}, \qquad p_2 > p_1}$$



- **Xaboi-burbuilak.** Alde batetik, $R_1 \simeq R_2 \simeq R$:
  - 2 puntua 1-ekiko, menisko ganbila ($p_2 > p_1$):

$$\Delta p_a = p_2 - p_1 = \frac{2\sigma}{R}$$

  - 3 puntua 2-rekiko, menisko ahurra ($p_2 < p_3$):

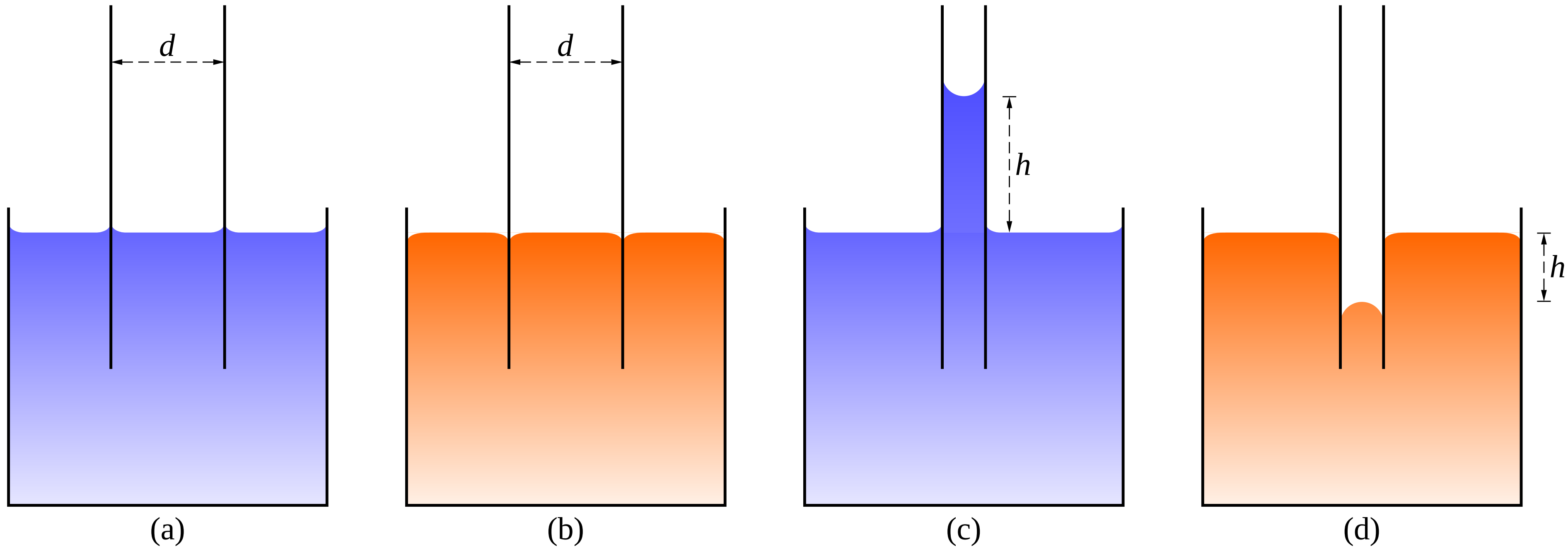
$$\Delta p_b = p_2 - p_3 = -\frac{2\sigma}{R}$$

  - Guztira, 3 puntuak 1-ekiko gainpresioa izango du:

$$\boxed{\Delta p = p_3 - p_1 = \frac{4\sigma}{R}}$$

ZTF-FCT

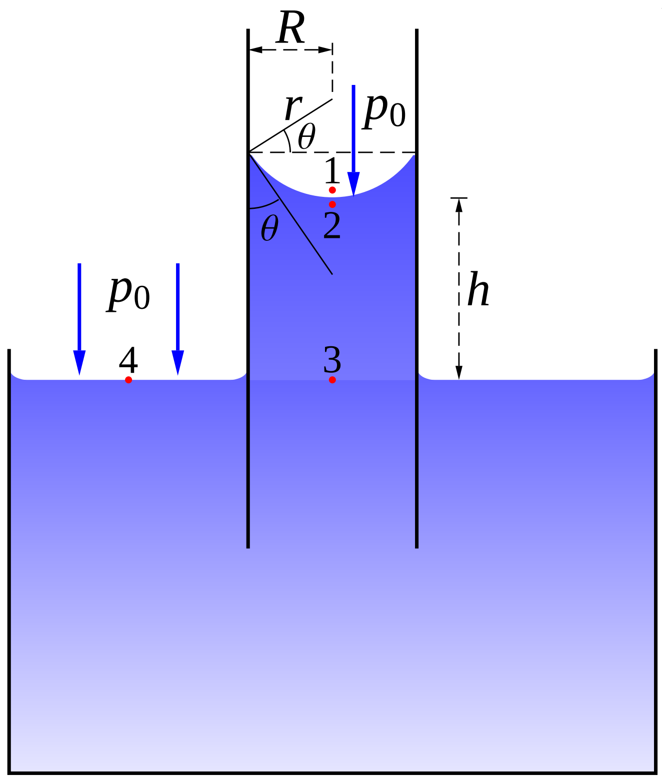
Kapilaritatea



- (a)-(b): Erradio handiko beirazko hodiak uretan eta merkurioan sartzen dira (menisko ahur eta ganbilak sortuko dira).
- (c)-(d): Erradioa nahiko txikia egiten denean, meniskoak bildu egiten dira, gainazal esferikoa sortuz (ahurra edo ganbila).
- Gainazal azpi azpian depresioa, (c), edo gainpresioa, (d), egongo da, eta honek likido-mailaren igoera edo jaitsiera ekarriko du: **kapilaritatea**.

ZTF-FCT

Jurin-en legea (I)



- R erradio txikiko hodia (**kapilarra**) ρ dentsitateko likidoan: meniskoak bildu eta r erradiodun gainazal esferikoa ematen dute.
- Likidoa hodian gora igoten da.
- Laplace-ren legearen arabera, 2 puntuan 1-ekiko depresioa edukiko dugu:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = -\frac{2\sigma\cos\theta}{R}$$

- Baina hidrostatikaren funtsezko legeak dionenez:

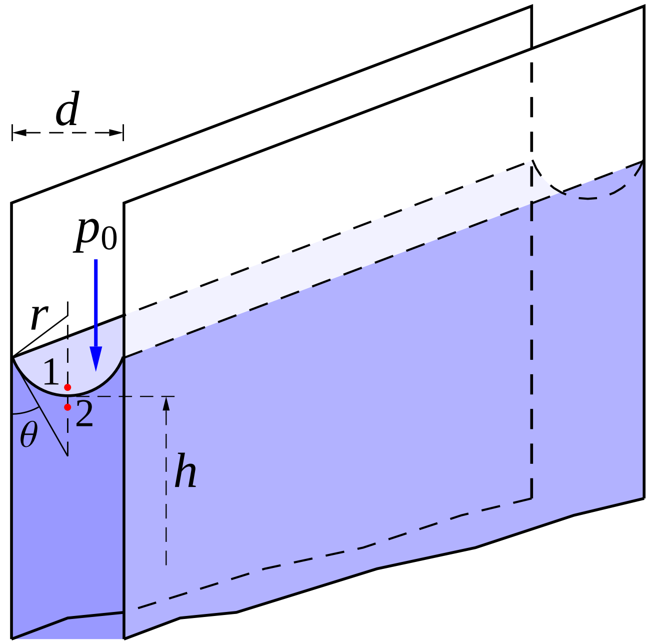
$$p_3 = p_2 + \rho g h = p_4 = p_0 \;\rightarrow\; p_2 = p_0 - \rho g h$$

- Eta $p_1 = p_0$ denez, azken ekuazio bien konparaketaz:

$$\frac{2\sigma\cos\theta}{R} = \rho g h \quad\rightarrow\quad \boxed{h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g R}}$$

- Likidoak hodia buztiko ez balu, gora egin beharrean behera egingo luke. Formulan, $\cos\theta \rightarrow |\cos\theta|$ erabili beharko da.

Jurin-en legea (II)



- Hodi kapilarra baino elkarrengatik d distantzia txikira dauden bi xafla paralelo erabili izan bagenitu, menisko bildua ez litzateke esferikoa izango, zilindrikoa baizik.
- Meniskoaren azpiko depresioa kalkulatzeko, Laplace-ren legea aplikatuko dugu berriro.
- Honakoan, $r_1 = r = d/(2\cos\theta)$, eta $r_2 = \infty$:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = -\frac{2\sigma\cos\theta}{d}$$

- Aurreko kasuko bideari jarraituz, igoera (edo jaitsiera) kapilarra honela geratuko litzateke:

$$\boxed{h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g d}}$$

Elektromagnetismoa (I)

Elektrostatika

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Kargak eta Karga-motak

- Materiaren propietateen artean, **karga** agertzen da.
- Bi motatakoak izan daitezke kargak:

  negatiboak (elektroiak) eta **positiboak** (protoiak)
- Materia, orokorrean, neutroa da: karga positiboen eta negatiboen kopurua berdina da.
- Materia igurtziz, kargatu egiten da, elektroiak galduz (positiboki kargatua) edo irabaziz (negatiboki kargatua):

  Larrua(+)–Teflon-ziria(−) eta Zeta(−)–Beira-ziria(+)
- **E**lektroiaren karga eta protoiarena berdinak eta aurkakoak dira:

  $$q_p = -q_e = 1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}\ \text{(Coulomb)}$$

  Karga hori Naturan agertzen den kargarik **txikiena** da (beste edozein gorputzaren karga honen multiploa da).
- **Kargaren kontserbazioa: Karga osoa kontserbatzen da!**

ZTF-FCT

Elkarrakzioak eta Material-motak

- Zeinu bereko kargek elkar aldarazten dute.
- Aurkako zeinuko kargek elkar erakartzen dute.
- **Coulomb-en Legea.** Kargen arteko elkarrakzio-indarra hau da:

$$\boxed{\mathbf{F} = k\frac{qq'}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad k = 8.99 \times 10^9 \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2}$$

  Newton-en elkarrakzio grabitazionalaren guztiz antzekoa da.
  Elkarrakzio bien konparaketa protoi–elektroi bikotearen kasuan:

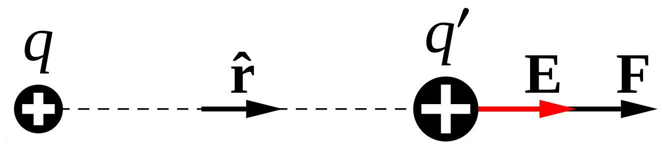
$$F_e/F_g \sim 2 \times 10^{39}$$

- **Material-motak.**
  - **Eroaleak.** Kargak aske higitzen dira barrenean.
  - **Isolatzaileak.** Kargak finko daude barrenean.

ZTF-FCT

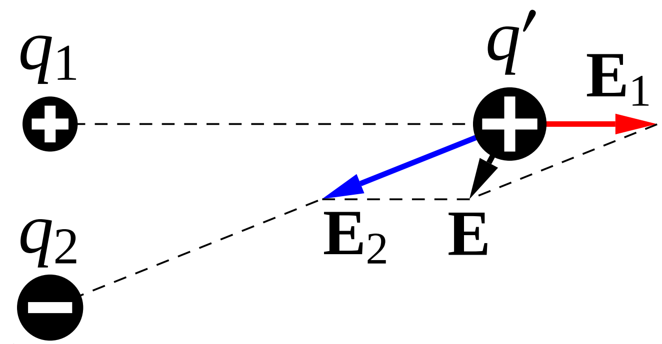
Eremu Elektrikoa

- Edozein kargak espazioan eremu elektrikoa sortzen du.
- Haren balioa, karga unitatearen gaineko indarra da:



$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q'} = k\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{F} = q'\mathbf{E}}$$

- **Gainezarpenaren Printzipioa.** Bi kargek sorturiko eremuak bektorialki batzen dira.
- Karga askok sorturiko eremua:

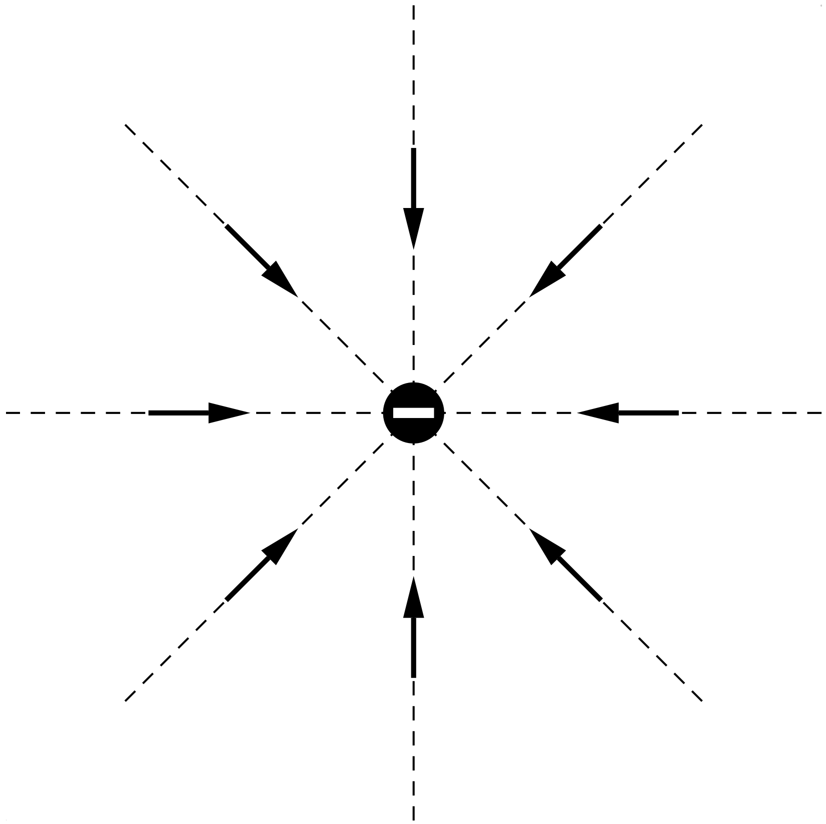


$$\boxed{\mathbf{E} = \sum_i \mathbf{E}_i = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots}$$

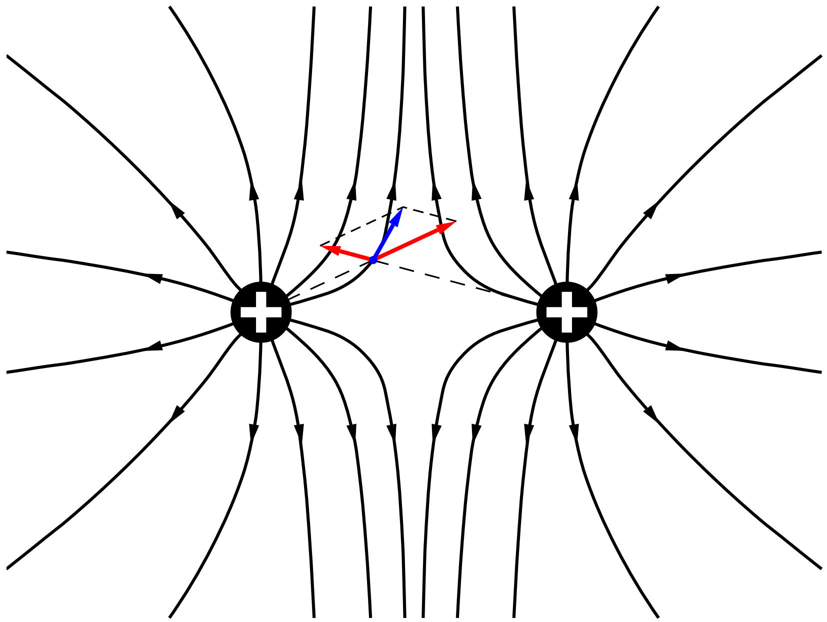
ZTF-FCT

Eremu Elektrikoaren Adibideak

- **Karga baten eremua**

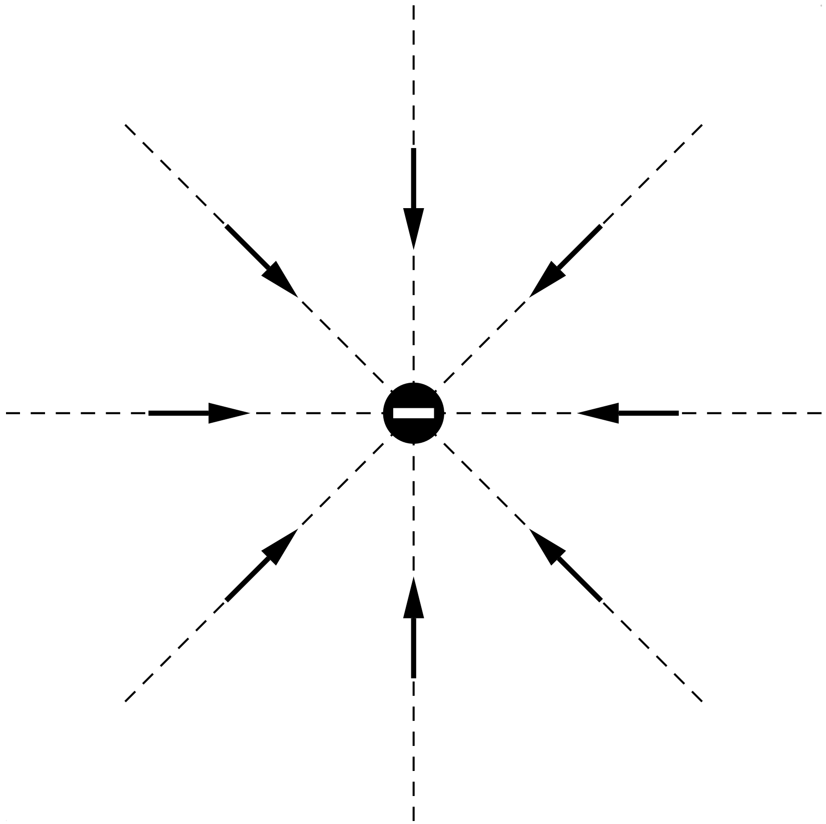


- **Bi kargek sorturiko eremua**

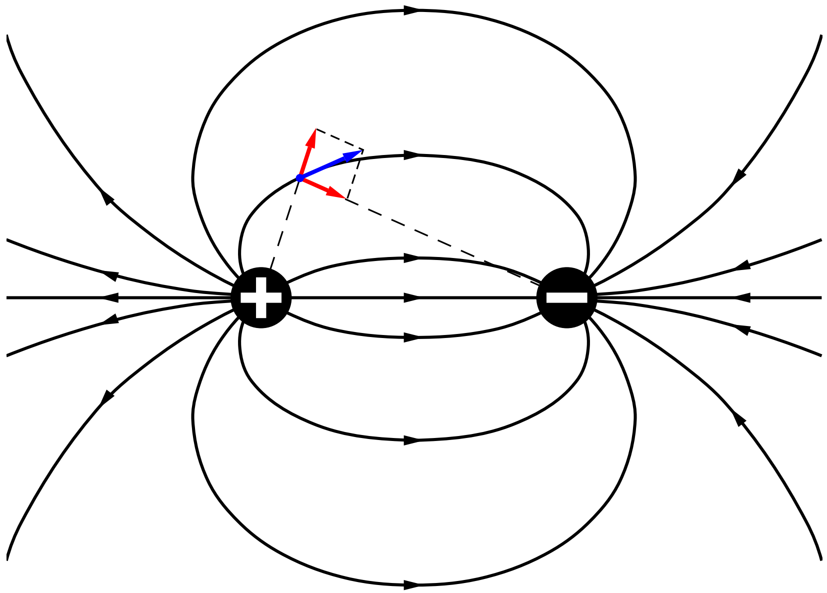


Eremu Elektrikoaren Adibideak

- **Karga baten eremua**



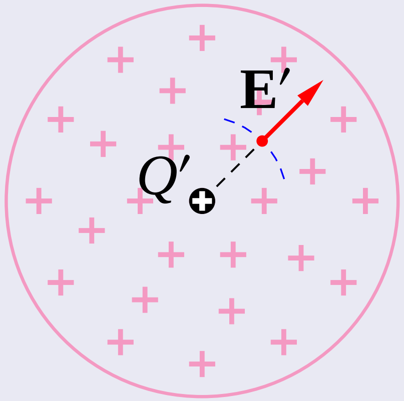
- **Bi kargek sorturiko eremua**



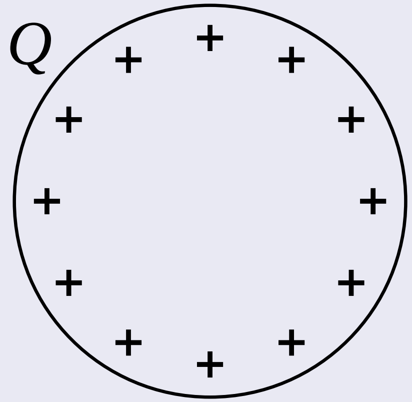
Eremu-lerroen artean ez dago ebakidura-punturik!!

Gorputz jarraituek sorturiko eremuak (I)

Esfera ez eroale kargatua

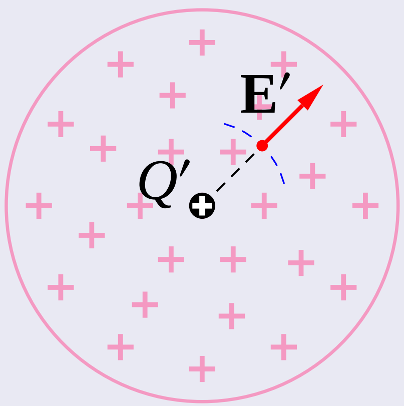


Esfera eroale kargatua

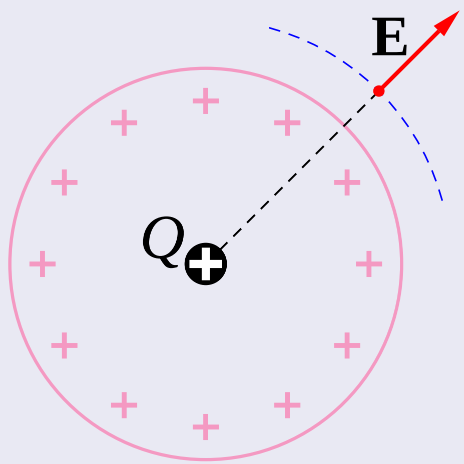


Gorputz jarraituek sorturiko eremuak (I)

Esfera ez eroale kargatua

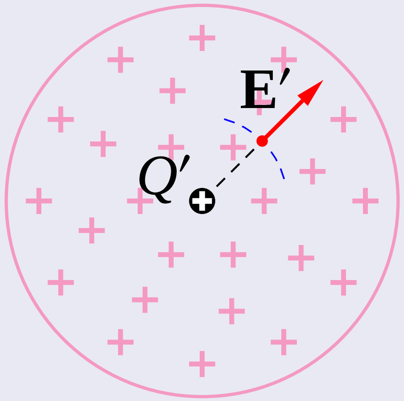


Esfera eroale kargatua

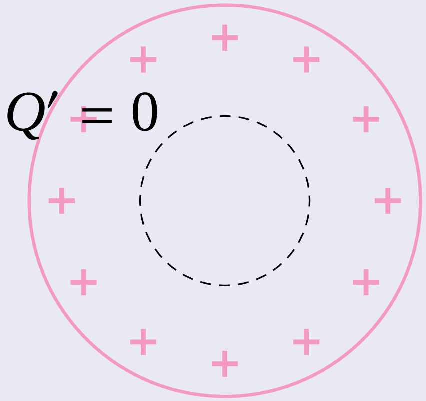


Gorputz jarraituek sorturiko eremuak (I)

Esfera ez eroale kargatua

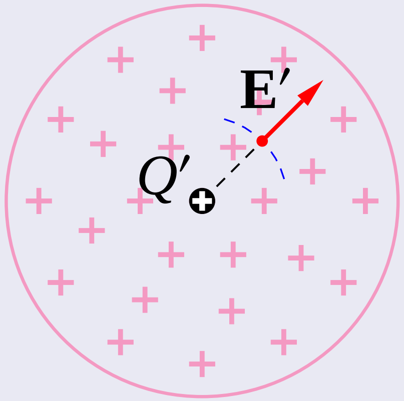


Esfera eroale kargatua

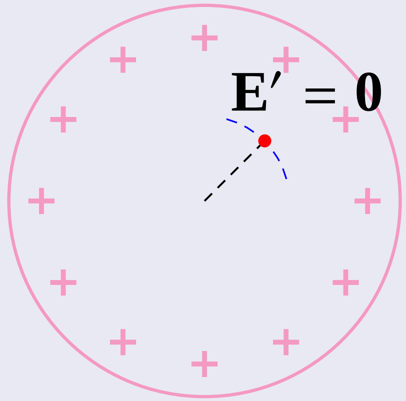


Gorputz jarraituek sorturiko eremuak (I)

Esfera ez eroale kargatua



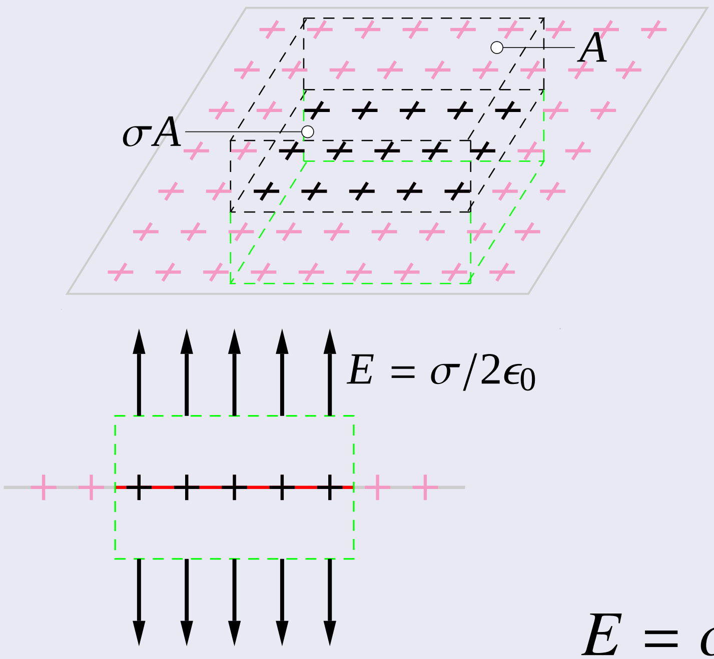
Esfera eroale kargatua



ZTF-FCT

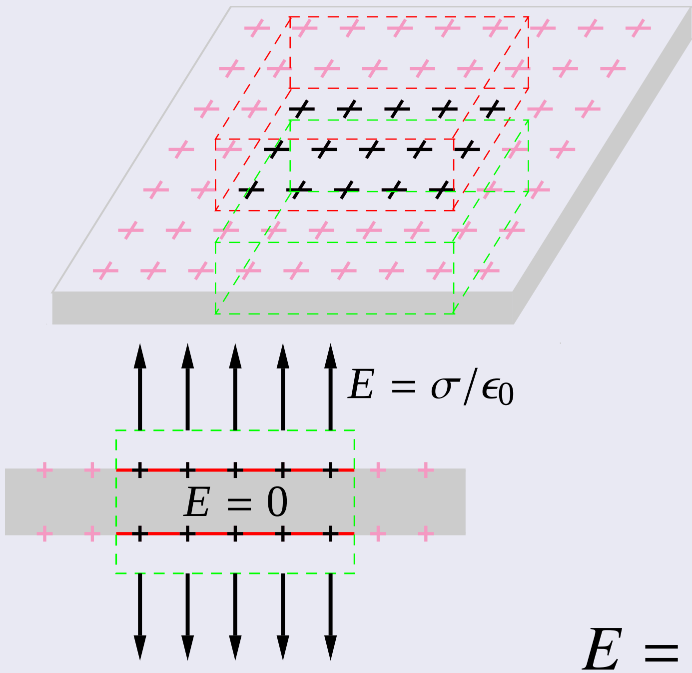
Gorputz jarraituek sorturiko eremuak (II)

Plano ez eroale kargatua



$$E = \sigma/2\epsilon_0$$

Plano eroale kargatua

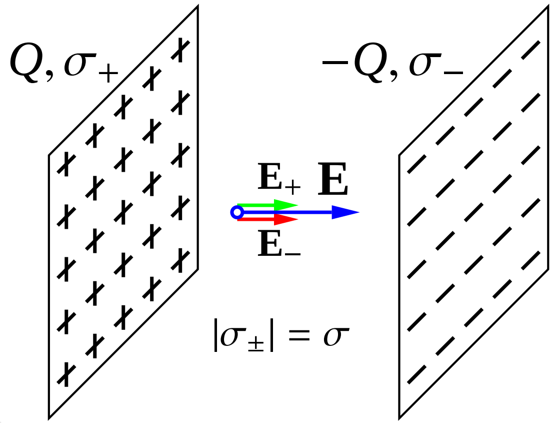


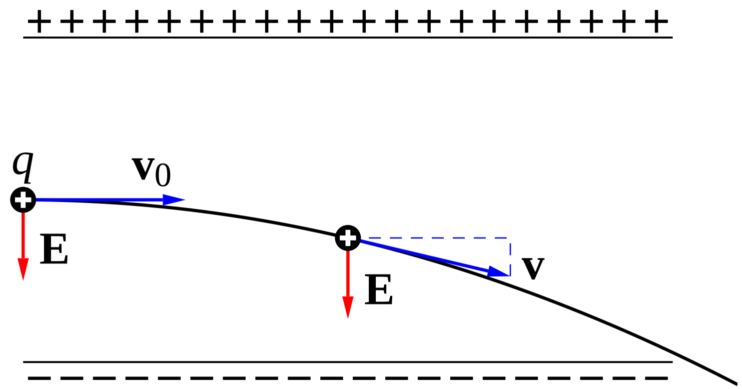
$$E = \sigma/\epsilon_0$$

$\sigma = Q/A \quad \epsilon_0 \equiv$ Hutsaren permitibitatea $\quad k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \times 10^9$ N·m^2/C^2

Kargen Higidura Eremu Elektrikoetan

- Bi xafla paralelo, infinitu eta uniformeki kargatuak.
- Xaflen artean, eremua konstante da.
- Xafletatik at, eremu elektrikoa nulua da.





- Karga baten gaineko indarra:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = m\mathbf{a} \quad \rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m} = \frac{q\sigma}{\epsilon_0 m} = \text{kte}$$

$$\begin{cases} x \text{ ardatzean:} & \text{Higidura uniformea } (v_x = \text{kte} = v_0) \\ y \text{ ardatzean:} & \text{Hig. uniformeki azeleratua } (v_y = at) \end{cases}$$

ZTF-FCT

Elektromagnetismoa (II)

Elektrostatika

Oscar Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Karga bakar baten potentziala

- Eremu elektrikoa kontserbatzailea da → Energia potentziala.
- Eremu grabitazionalaren antzekoa:

$$\text{Masa} \leftrightarrow \text{Karga} \qquad G \leftrightarrow k = 1/4\pi\varepsilon_0$$

$$\boxed{\mathbf{F} = k\frac{qq'}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad \rightarrow \qquad E_p = k\frac{qq'}{r}}$$

- Dimentsioa eta Unitatea: Energiarenak (ML^2T^{-2} eta Joule).
- Potentzial elektrikoa: Karga unitateko energia potentziala da.

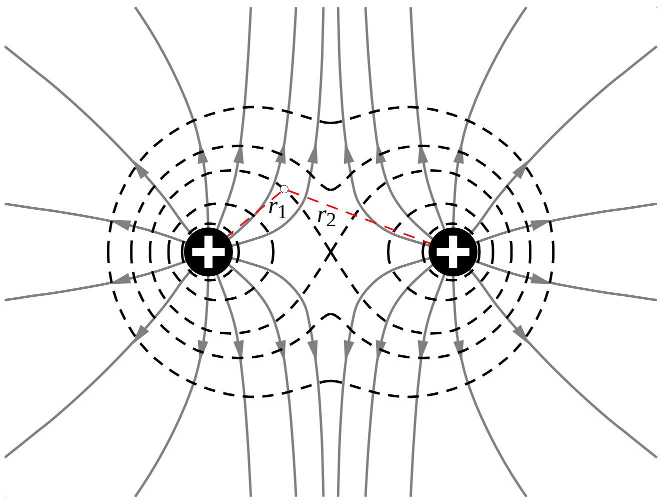
Karga batek sorturiko potentzial elektrikoaren definizioa

Karga unitatea infinitutik puntu horretara poliki-poliki eramateko eremuaren aurka egin behar den lana da.

$$\boxed{V = \frac{E_p}{q'} = k\frac{q}{r} \qquad [V_\infty = 0]}$$

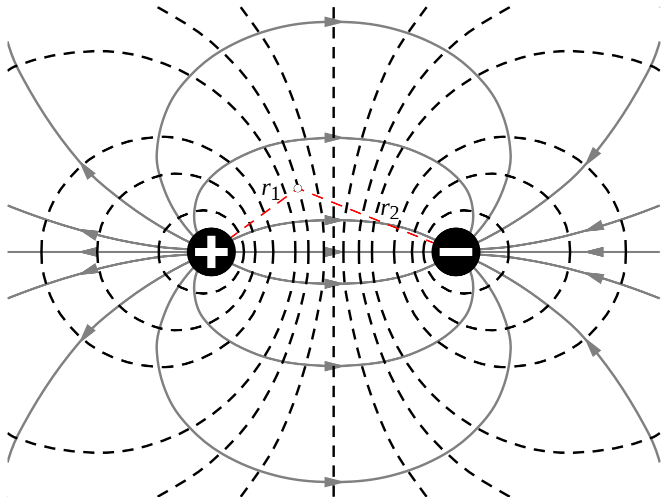
Karga-banaketa finitu baten potentziala (I)

Bi karga berdin: $q' = q$



$$V = k\frac{q}{r_1} + k\frac{q}{r_2} = kq\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

Bi karga aurkakoak: $q' = -q$



$$V = k\frac{q}{r_1} + k\frac{-q}{r_2} = kq\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Lerro ekipotentzialak: eremu-lerroen perpendikularrak.

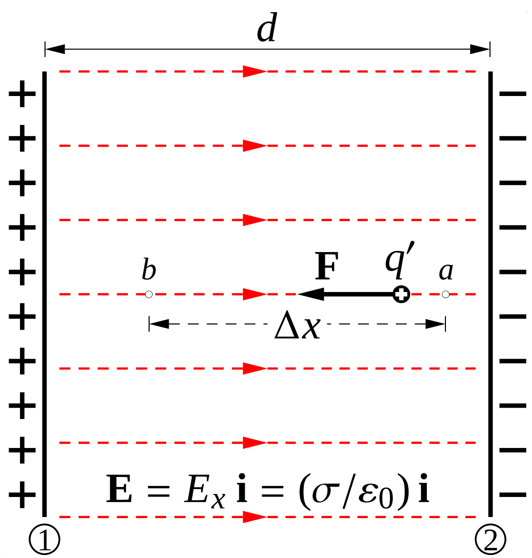
Karga-banaketa finitu baten kasuan, BETI hartuko dugu zerotzat infinituko potentziala!!

Karga-banaketa finitu baten potentziala (II)

- Karga diskretuz osoturiko sistema baten potentziala:

$$\boxed{V = k(q_1/r_1 + q_2/r_2 + q_3/r_3 + \cdots) = k\sum_i (q_i/r_i)}$$

- Eremuaren bi punturen arteko **potentzial-diferentzia**, karga unitate positiboa lehenengo puntutik bigarren puntura poliki-poliki eramateko egin behar den lana da.
- Xafla kargatuen arteko potentzial-diferentzia:



$$E_{p,b} - E_{p,a} = \mathbf{F}\cdot\Delta\mathbf{r} = F\Delta x = q' E_x \Delta x$$
$$V_b - V_a = E_x \Delta x$$

Eta xaflen arteko potentzial diferentzia:

$$\boxed{V_1 - V_2 = E_x d = (\sigma/\varepsilon_0) d}$$

ZTF-FCT

Kapazitatea eta Kondentsadoreak

- Karga berdina (baina aurkako zeinukoa) duten bi xafla aurrez aurre jartzen dira.
- Xaflen artean, eremu elektriko konstantea dugu: $\boxed{E = \sigma/\varepsilon_0}$.
- Xaflen arteko distantzia d bada, beraien arteko potentzial diferentzia hauxe da: $\boxed{V = Ed}$.
- Halako sistemak energia (elektrostatikoa) metatzen du eta **kondentsadorea** deitzen da...
- ... eta energia metatzeko duen ahalmenari, **kapazitatea**.
- **Kondentsadore launaren kapazitatea: Xafla bakarreko kargaren eta xaflen arteko potentzial-diferentziaren arteko zatidura da.**

$$\boxed{C = Q/V}$$

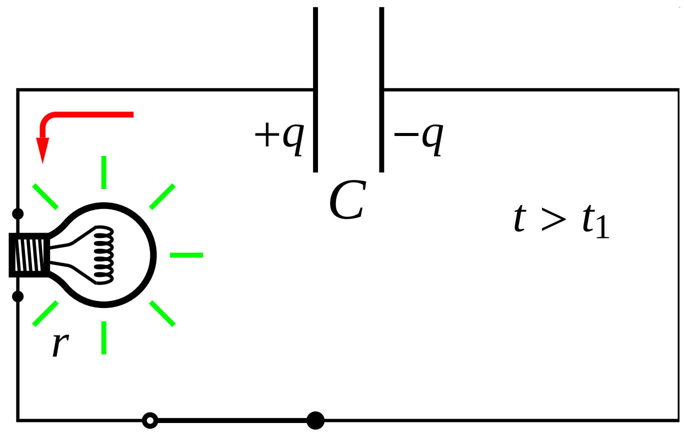
ZTF-FCT

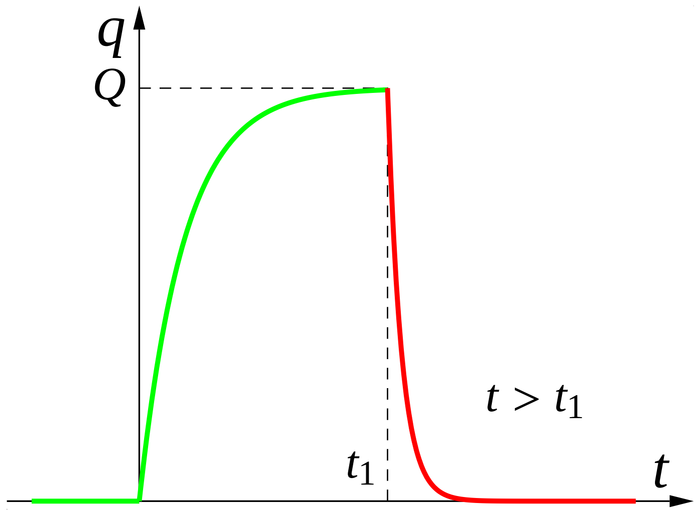
Kondentsadore launak

- Kondentsadore launaren kapazitatea (tartean, airea edo hutsa):

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\sigma A}{Ed} = \frac{\sigma A}{(\sigma/\varepsilon_0)d} \quad \rightarrow \quad \boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$$

- **Kondentsadore baten karga eta deskarga: Flasha.**





Gero eta erresistentzia txikiago, gero eta azkarrago deskargatuko da kondentsadorea.

ZTF-FCT

Unitateak. Kondentsadore baten energia

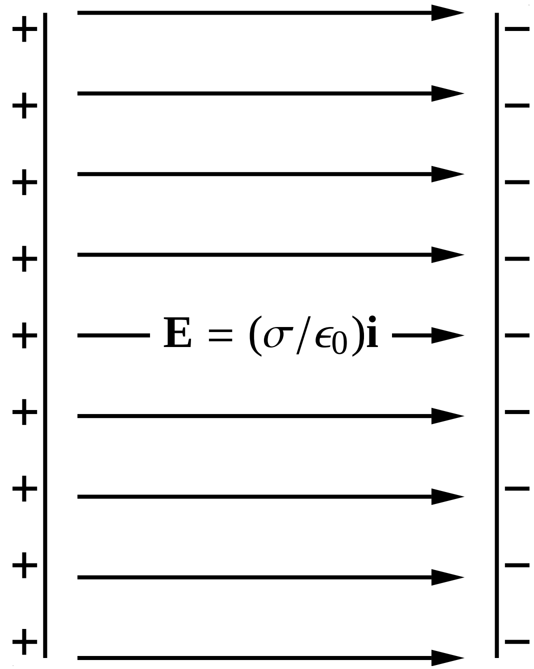
- **Unitatea: Farad, F (handiegia da):** $\boxed{1\ \mathrm{F} = 1\ \mathrm{C/V}}$
- **Azpimultiploak.** $\begin{cases} \text{Microfarad } (\mu\text{F}) = & 10^{-6}\ \text{F} \\ \text{Picofarad (pF)} = & 10^{-12}\ \text{F} \end{cases}$
- **Kondentsadorean metaturiko energia.**
  - Hasieran, xafla biak ez dute kargarik.
  - Kondentsadorea kargatzeko, xafla batetik bestera eraman behar da karga (elementuz elementu).
  - Aldiune bakoitzeko eremu elektrikoaren aurka mugitu behar da karga-elementu bana.
  - Gero eta indar gehiago egin behar da, eremua handituz doa eta.
  - Eta horrela jarraitu behar da, kondentsadorea *bete* arte.
- Hau da kondentsadorean metaturiko energia:

$$\boxed{W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(CV)^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2}$$

ZTF-FCT

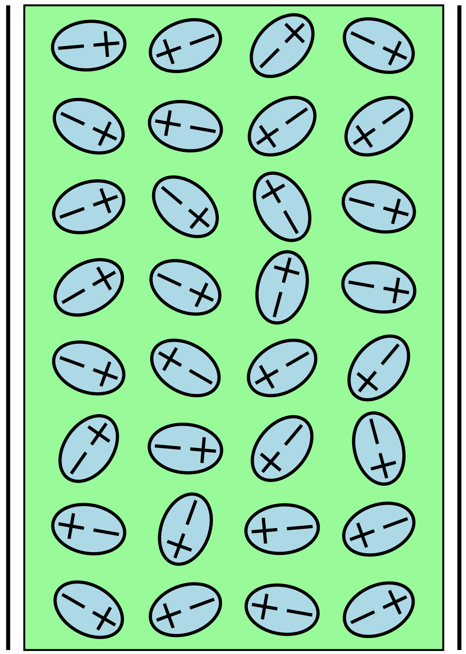
Dielektrikoak (I)

- Xaflak karga gabe: Eremua nulua da.
- Xaflak kargatuta: $\mathbf{E} = (\sigma/\varepsilon_0)\,\mathbf{i}$ da.



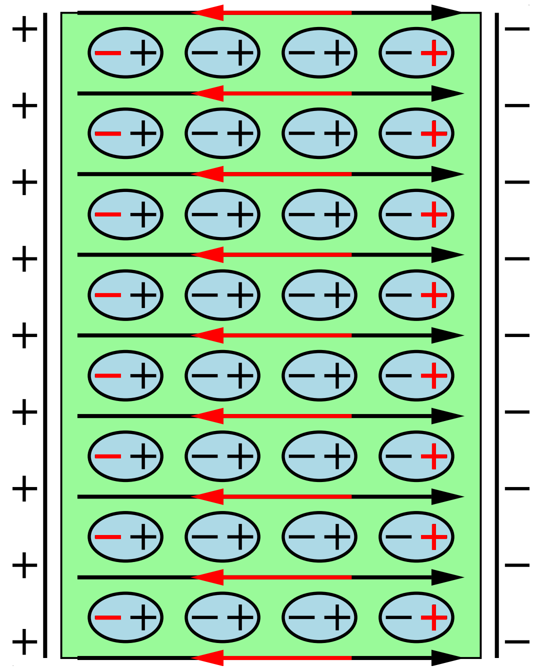
Dielektrikoak (I)

- Xaflak karga gabe: Eremua nulua da.
- Xaflak kargatuta: $\mathbf{E} = (\sigma/\varepsilon_0)\,\mathbf{i}$ da.
- Dielektrikoan, **dipoloen** norabideak nahaspilaturik daude.



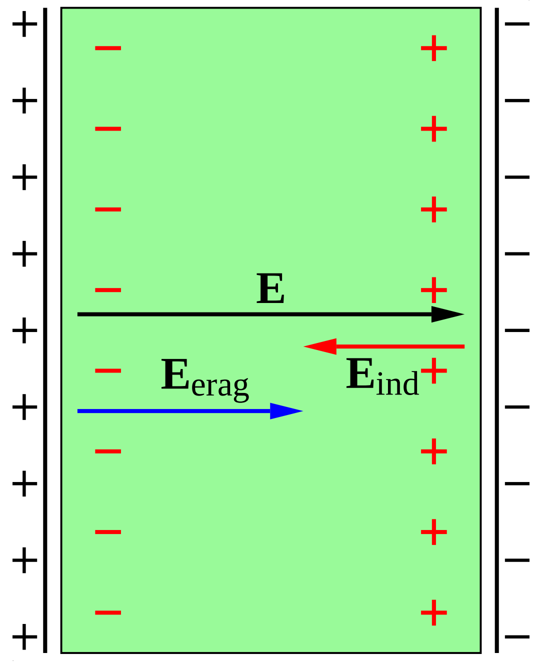
Dielektrikoak (I)

- Xaflak karga gabe: Eremua nulua da.
- Xaflak kargatuta: $\mathbf{E} = (\sigma/\varepsilon_0)\,\mathbf{i}$ da.
- Dielektrikoan, **dipoloen** norabideak nahaspilaturik daude.
- Kanpoko eremua gainezarriz, ordenatu egiten dira (**polarizazioa**), aurkako eremu induzitua sortuz.



Dielektrikoak (I)

- Xaflak karga gabe: Eremua nulua da.
- Xaflak kargatuta: $\mathbf{E} = (\sigma/\varepsilon_0)\,\mathbf{i}$ da.
- Dielektrikoan, **dipoloen** norabideak nahaspilaturik daude.
- Kanpoko eremua gainezarriz, ordenatu egiten dira (**polarizazioa**), aurkako eremu induzitua sortuz.
- Guztira, **eremu eraginkorra** hauxe da:



$$\boxed{\mathbf{E}_{\text{erag}} = \mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{ind}} \quad \rightarrow \quad E_{\text{erag}} = E - E_{\text{ind}}}$$

- Eremu eraginkorra, dielektriko gabekoa baino txikiagoa da, eta ezarritako eremuaren proportzionala:

$$\boxed{E_{\text{erag}} = E/K_e \ (K_e = \text{Konstante dielektrikoa} > 1)}$$

ZTF-FCT

Dielektrikoak (II)

Dielektrikoaren Eragina Kondentsadorean

- Dielektrikorik gabe, xafla bakoitzaren karga Q da (moduloz), eta xaflen arteko eremua, **E**.
- Dielektrikoarekin, karga ez da aldatzen (Q), baina eremua, **E** izan beharrean, $\mathbf{E}_{\text{erag}}$ da:

$$E_{\text{erag}} = E/K_e \qquad (K_e = \text{Konstante dielektrikoa} > 1)$$

- Ondorioz, xaflen arteko potentzial-diferentzia hauxe izango da:

$$V' = E_{\text{erag}} d = Ed/K_e = V/K_e$$

- Beraz, kondentsadorearen **kapazitate** berria, beste hau:

$$\boxed{C' = \frac{Q}{V'} = \frac{Q}{V/K_e} = K_e C \qquad [C' > C]}$$

ZTF-FCT

Dielektrikoak (III)

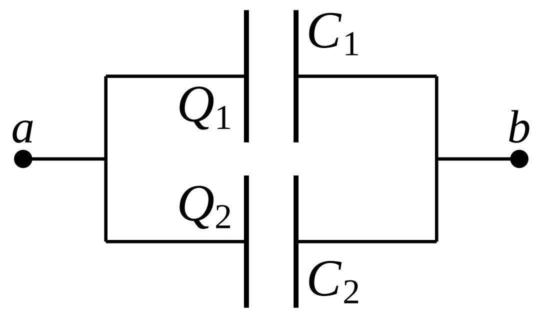
Zenbait Materialen Konstante Dielektrikoak

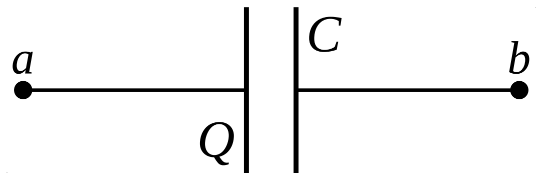
Materiala	K_e
Hutsa	1
Airea (lehorra)	1.0006
Polietilenoa	2.25
Papera	3.5
Portzelana	6.5
Mika	3-tik 7-ra
Beira	5-tik 10-era
Glizerina	56
Ura	80
Estrontzio titanatoa	310

ZTF-FCT

Kondentsadoreen Konbinazioak

■ Paralelo-konexioa





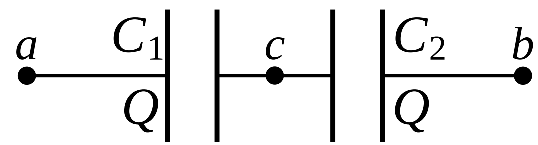
$$Q_1 = C_1 V_{ab} \qquad Q_2 = C_2 V_{ab}$$

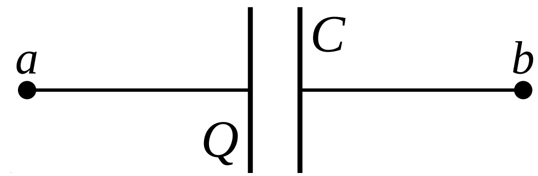
$$Q = Q_1 + Q_2 = C V_{ab}$$

$$C V_{ab} = C_1 V_{ab} + C_2 V_{ab}$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2}$$

■ Serie-konexioa





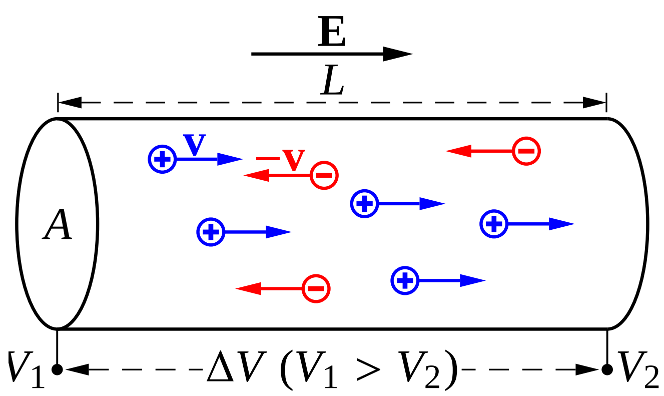
$$V_{ab} = V_{ac} + V_{cb}$$

$$Q/C = Q/C_1 + Q/C_2$$

$$\boxed{1/C = 1/C_1 + 1/C_2}$$

ZTF-FCT

Korronte elektrikoa I



- Eroale baten sekzioa denbora unitateko zeharkatzen duen karga da **intentsitatea**:

$$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad I = \frac{dQ}{dt}$$

- Karga positiboen higiduraren arabera definitzen dira I-ren norabidea eta noranzkoa.
- Nazioarteko Unitate Ssisteman (SI):

$$\mathbf{Ampere = C\,s^{-1}}$$

ZTF-FCT

Korronte elektrikoa II

- **Ohm-en legea**: Eroale batetik igarotzen den intentsitatea eta muturren arteko potentzial-diferentzia lotuta daude.
- R bada eroalearen **erresistentzia**: $V = IR$
- Erresistentzia elektrikoa, materialaren eta eroalearen geometriaren araberakoa da: $R = \rho(L/A)$, non ρ **erresistibitatea**, L luzera eta A sekzioa diren.
- Erresistentziak energia xahutzen du eta sorgailuak lana egin behar du korrontea mantentzeko: $W = \Delta Q \cdot V = VI\Delta t$.
- Denbora unitatean xahuturiko energia (**potentzia**):

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = IV = I^2R$$

ZTF-FCT

Kirchoff-en legeak eta beste formula interesgarri bat

- **Korapiloen legea (kargaren kontserbazioa).** Korapilo batera iristen diren korronteen batura aljebraikoa zero da:

$$\boxed{\sum_i I_i = 0}$$

- **Begizten legea (energiaren kontserbazioa.)** Ibilbide itxian zeharreko potentzial-aldaketen batura zero da:

$$\sum_i \Delta V_i = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\sum_i \varepsilon_i = \sum_i R_i I_i}$$

  Sorgailuak zirkuitura bidaltzen duen energia, bertan zehar galdutako energiaren berdina da.

- **Zirkuituko bi punturen arteko potentzial-diferentzia.**

$$\boxed{V_{ab} = V_a - V_b = \sum_i R_i I_i - \sum_i \varepsilon_i}$$

  Kontuz!! Zirkuituan zehar, *a*-tik *b*-rako bidea hartu behar da.

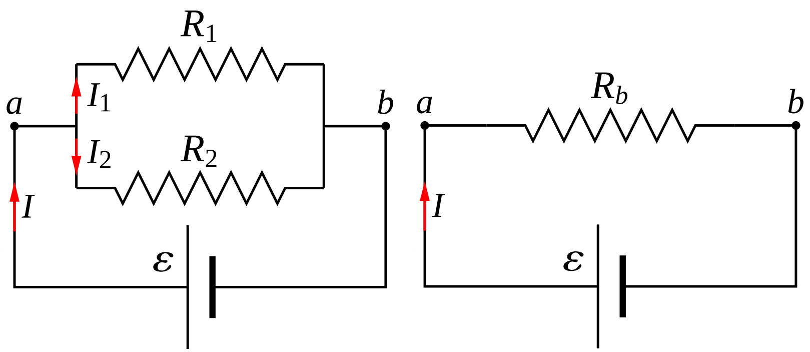
  Intentsitateak $a \rightarrow b$-ren aurkako noranzkoa badu, negatiboa izango da.

  Bide horri jarraituz eta sorgailu bat topatzerakoan **+** polotik **−** polorantz zeharkatzen badu, indar elektroeragile hori negatiboa izango da.

ZTF-FCT

Erresistentzien elkarketa

■ Paralelo-konexioa



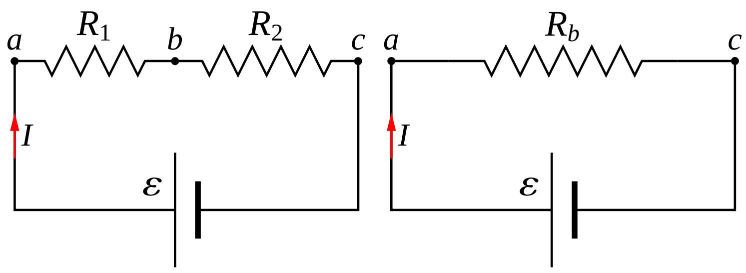
$$I = I_1 + I_2$$

$$V_{ab} = I_1 R_1 = I_2 R_2$$

$$I = \frac{V_{ab}}{R_b} = \frac{V_{ab}}{R_1} + \frac{V_{ab}}{R_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{R_b} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

■ Serie-konexioa



$$V_{aa} = 0 = \varepsilon - IR_1 - IR_2$$

$$V_{aa} = 0 = \varepsilon - IR_b$$

$$I(R_1 + R_2) = IR_b$$

$$\boxed{R_b = R_1 + R_2}$$

Magnetismoa

Magnetismoa

O. Ecenarro - J. Sáenz
oscar.ecenarro@ehu.es - jon.saenz@ehu.es

Eremu magnetikoa eta indar magnetikoa

▲ Indar grabitatorioa eta elektrostatikoaz gain, badira indar magnetikoak:

- Bi imanen artean (erakarpen-indarra edo urruntze-indarra).
- Imana eta zenbait metalen (adibidez, burdina) artean.
- Korronte elektrikoa eta zenbait metalen artean.

▲ Karga elektriko mugikorrak eta magnetismoaren artean lotura hestua dago.

▲ Leku batean partikula higikor batek jasango duen indarra adierazteko, $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ eremu magnetikoa erabiltzen da.

ZTF-FCT

Lorentz-en indarra

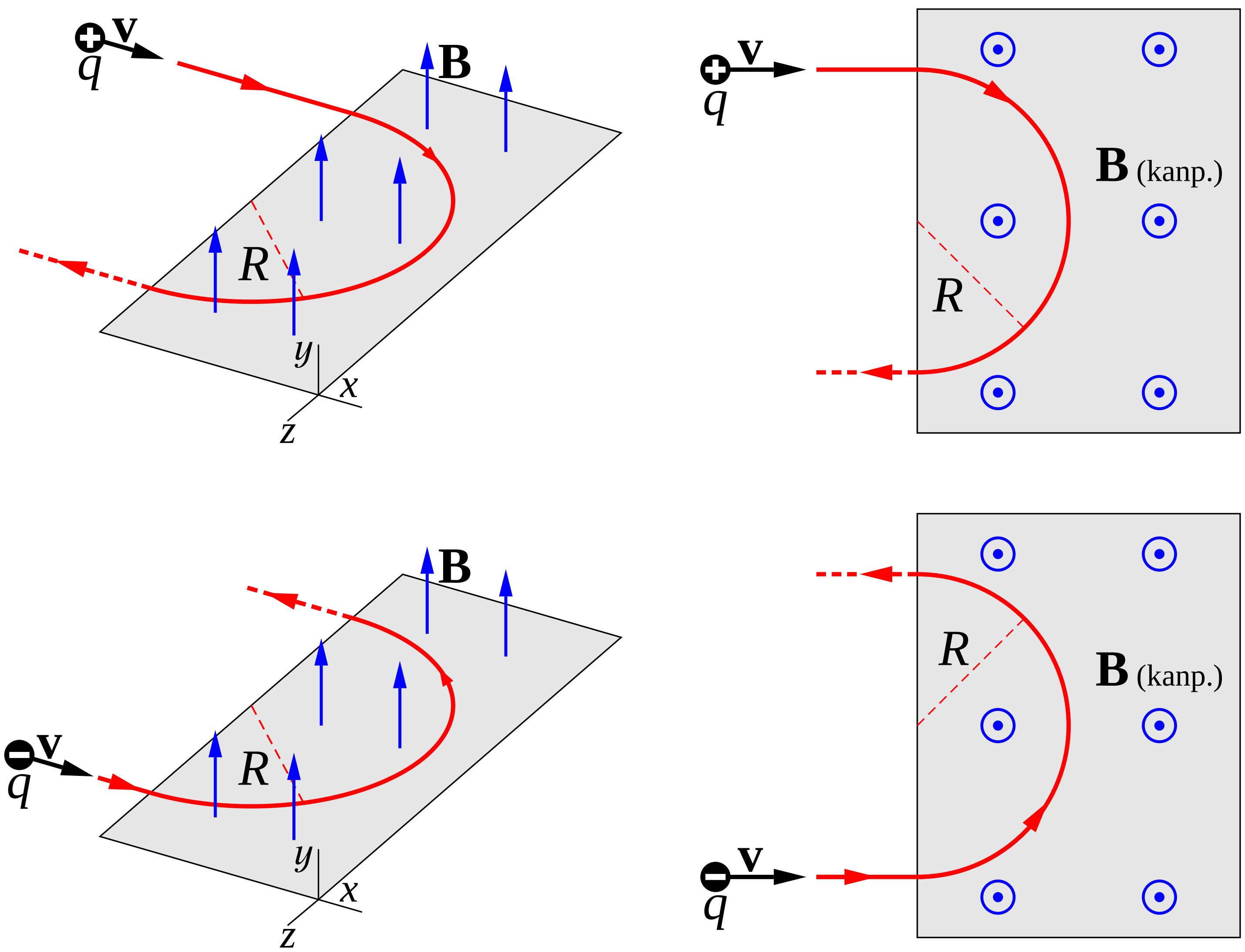
- Karga higikor baten gaineko indarra, eremu elektrikoa eta eremu magnetikoa dagoen toki batean sartzean:

$$\mathbf{F} = q[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}]$$

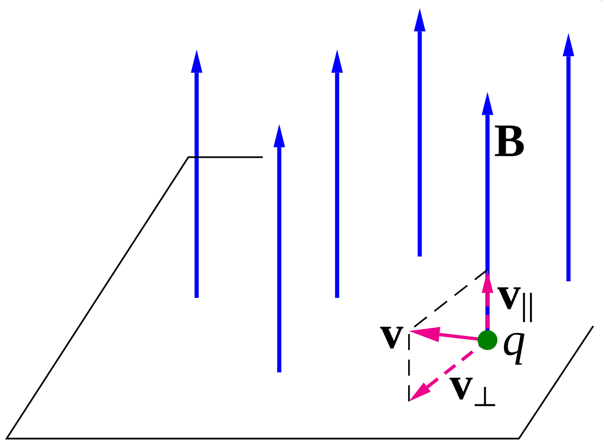
- $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ denean, indar elektrostatikoa dago soilik: $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$.
- $\mathbf{B}$ eremu magnetikoa da.
- $\mathbf{B}$-ren unitateak: **Tesla**, $1\ \mathrm{T} = 1\ \mathrm{kg\ s^{-1}C^{-1}}$ (oso handia)
  Gauss $1\ \mathrm{G} = 10^{-4}\ \mathrm{T}$
- Indar magnetikoaren propietateak ($\mathbf{E} = \mathbf{0}$ bada):
  - $\mathbf{v} \parallel \mathbf{B}$ denean, $\mathbf{F} = \mathbf{0}$
  - $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ denean, higidura zirkularra ($\mathbf{B} = \mathbf{kte}$ bada).

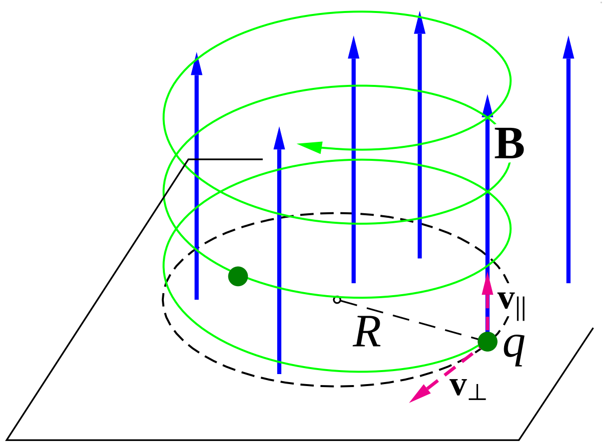
ZTF-FCT

Karga positibo eta negatiboen gaineko indarra



Indar magnetikoak sortutatko higidura





- Baldintzak: $\mathbf{B} = \mathbf{kte}$ eta $q > 0$ ($\mathbf{E} = \mathbf{0}$).
- Abiadura osagaika: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$.
- $\mathbf{v}_{\parallel}$-rako : $\quad \mathbf{F} = q\mathbf{v}_{\parallel} \times \mathbf{B} = \mathbf{0} \;\rightarrow\; \mathbf{v}_{\parallel} = \mathbf{kte}$.
- $\mathbf{v}_{\perp}$-erako : $\mathbf{F} = q\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B} \neq \mathbf{0} \;\rightarrow\; \mathbf{F} \perp \mathbf{v}_{\perp}$.

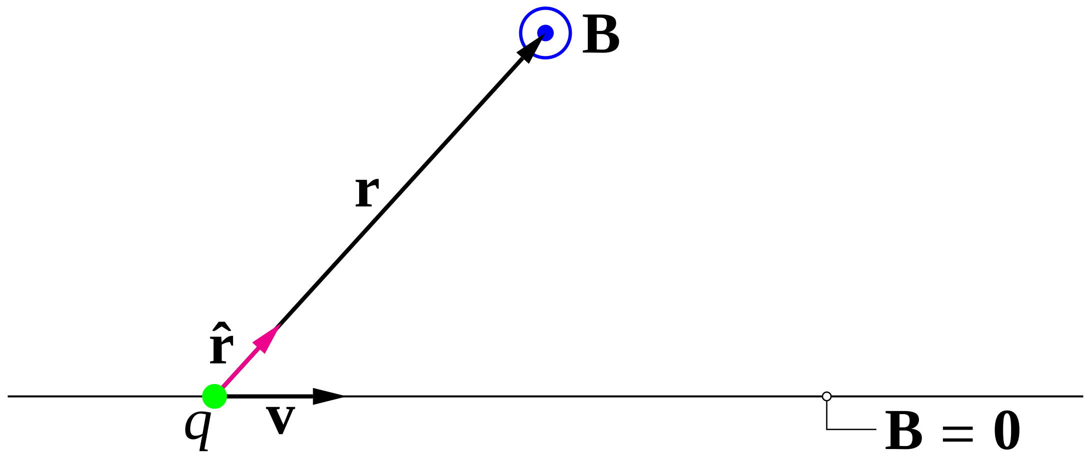
  $$\mathbf{F} = m\mathbf{a}_n \;\rightarrow\; \left|\mathbf{v}_{\perp}\right| = v_{\perp} = \text{kte}$$
- Higidura zirkular 'uniformea' dugu:

  $$F = qv_{\perp}B = m\frac{v_{\perp}^2}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$
- Higidura zirkularraren periodoa:

  $$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$$
- Kasu orokorra: Higidura helikoidala.

ZTF-FCT

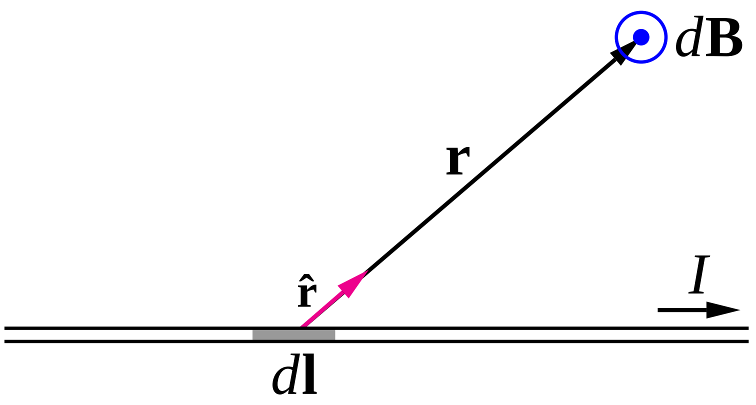
Karga isolatu batek sortutako eremua



$$\boxed{\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\,\mathbf{v}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}}$$

- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m A^{-1} **hutsaren iragazkortasun magnetikoa** da.
- Abiaduraren norabidean, $\mathbf{B} = \mathbf{0}$.
- Abiaduraren norabide perpendikularrean, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{max}}$.
- Distantzia luzeetara, $B \propto 1/r^2$.

Korronteek sortutako eremu magnetikoa



- Hari eroale batean intentsitaterik badago, karga mugikorrak daude:

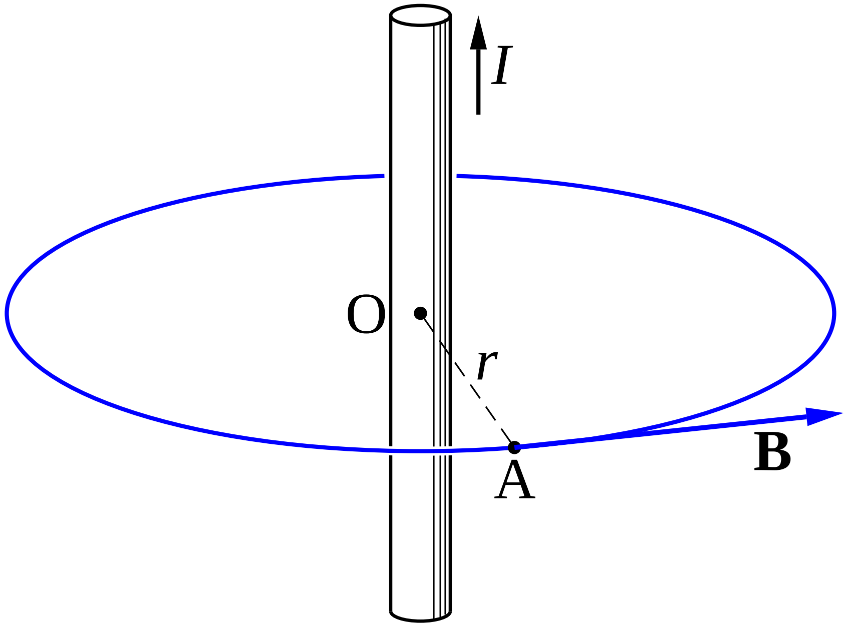
$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \rightarrow \quad dQ = Idt \quad \rightarrow \quad \mathbf{v}\, dQ = I\,\mathbf{v}dt = Id\mathbf{l}$$

  $d\mathbf{l}$ korrontearen (q^+-ren) norabide eta noranzkoan.

- Korronte-elementu horrek sortutako eremu magnetiko infinitesimala (**Biot eta Savart**-en legea):

$$\boxed{d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\mathbf{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}}$$

Hari zuzen infinituak sortutako eremu magnetikoa

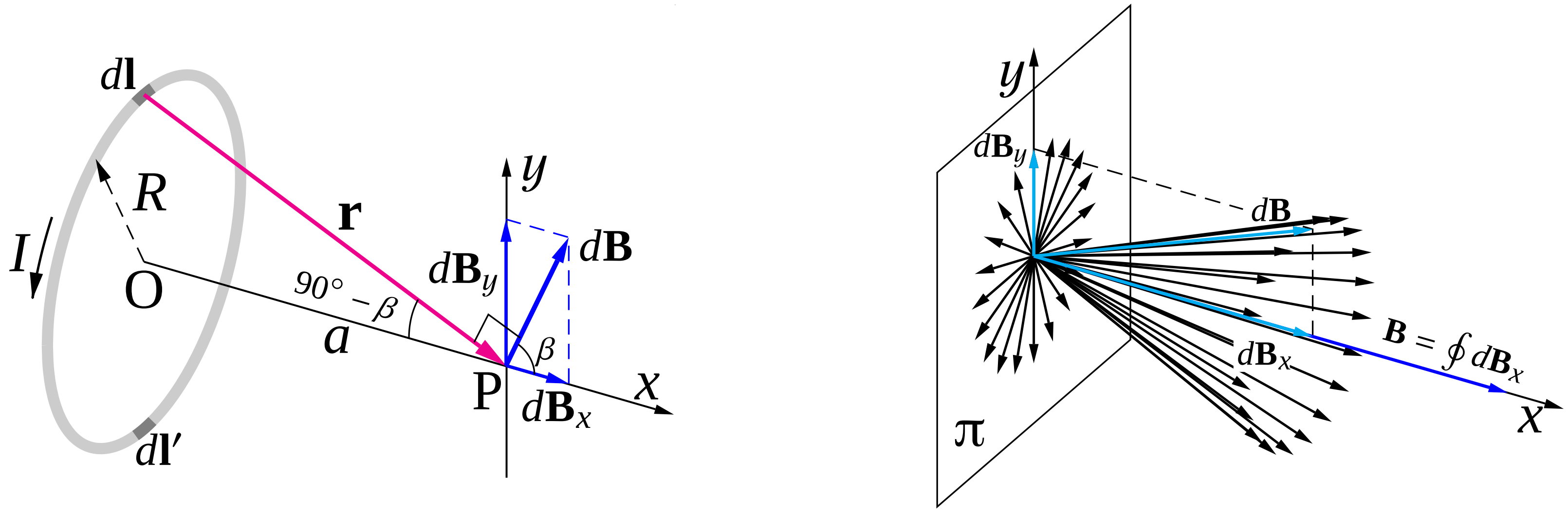


- Biot eta Savart-en legearen integrazioz:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

  - r: puntutik harirako distantzia
  - I: haritik pasatzen den korrontearen intentsitatea

Espira zirkularrak ardatzean sortutako eremu magnetikoa



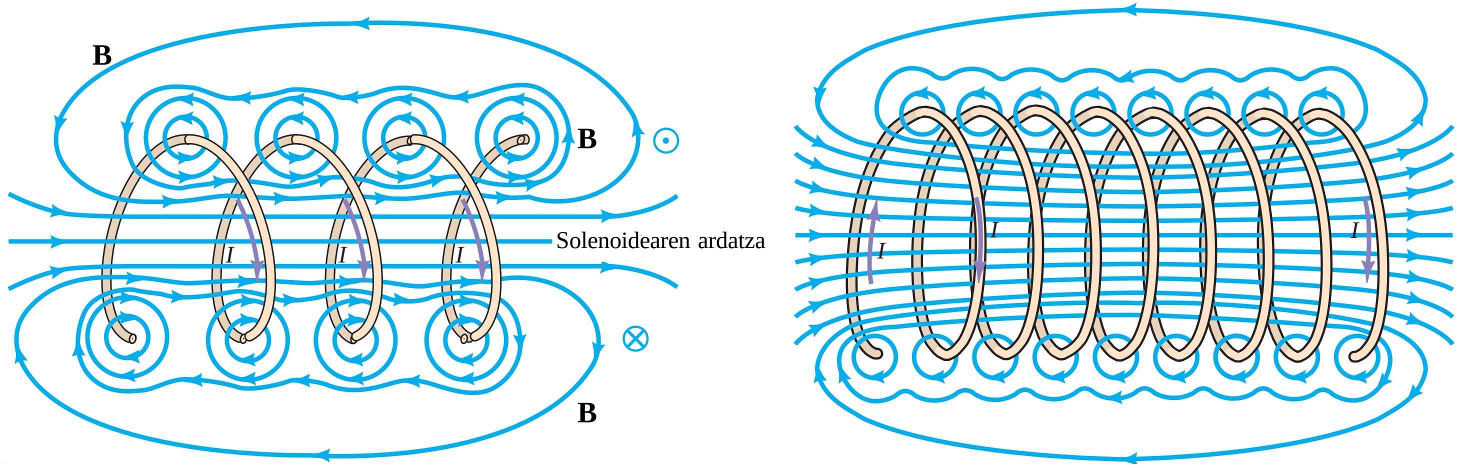
- Bakarrik ardatzeko puntuetan kalkulatuko dugu eremua (Biot eta Savart-en legea erabiliz):

$$\boxed{B_x = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + a^2)^{3/2}} \qquad (B_y = B_z = 0,\ \text{simetriagatik})}$$

- Ardatzeko puntu urrunetan ($a \gg R$ bada):

$$\boxed{B_x \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2a^3}}$$

Solenoide luzea

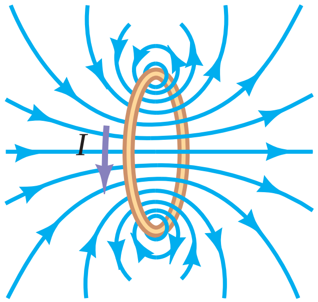


- Solenoide luzeak sortutako eremua:

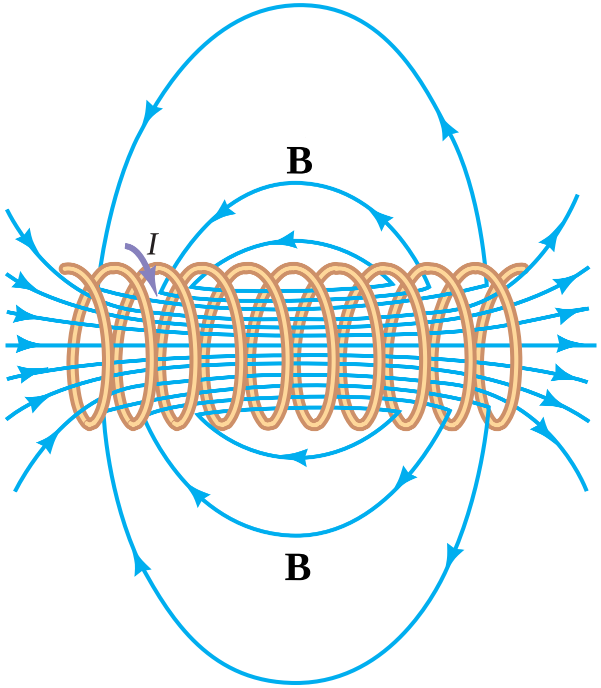
$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I N}{L}}$$

- Eremua solenoidearen ardatzaren norabidean dago
  - I: solenoidetik pasatzen den intentsitatea
  - N: solenoidearen begizta-kopurua
  - L: solenoidearen luzera
- Solenoidea infinitua balitz, eremua uniformea litzateke bere barruan.

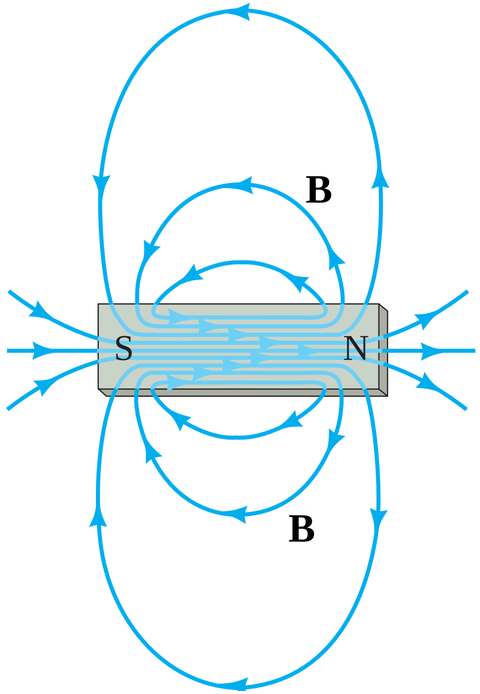
Eremu magnetikoko lerroak: adibideak



Begizta zirkularra



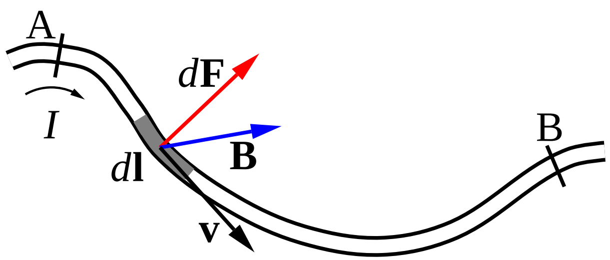
Solenoidea

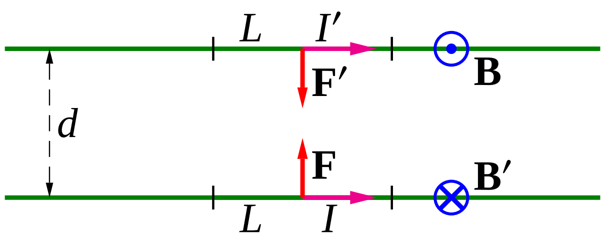


Imana

ZTF-FCT

Korronteen arteko indarra





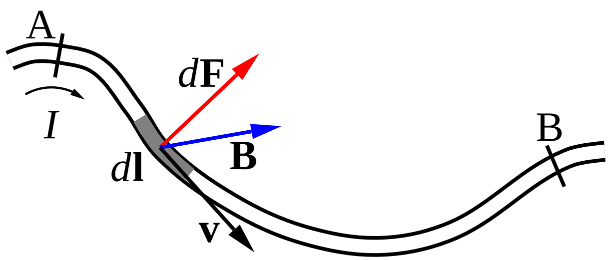
- Korronte baten gaineko indarra **B** eremu magnetiko batean:

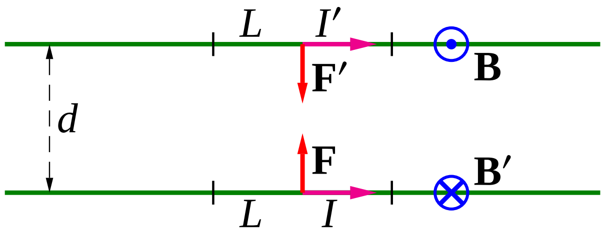
$$\mathbf{F} = I \int_{A}^{B} d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

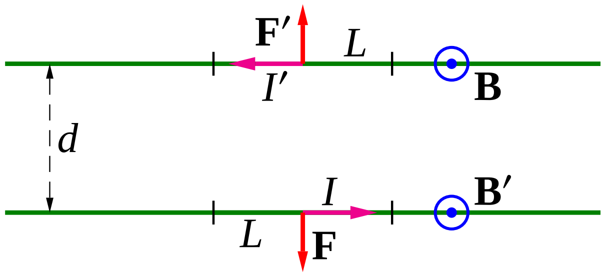
- Biot-Savart-en legearen arabera eta *L* zatiaren gaineko indarra:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \rightarrow F' = \frac{\mu_0 I I' L}{2\pi d}$$
$$B' = \frac{\mu_0 I'}{2\pi d} \rightarrow F = \frac{\mu_0 I' I L}{2\pi d} \rightarrow \boxed{F = F'}$$

Korronteen arteko indarra







- Korronte baten gaineko indarra **B** eremu magnetiko batean:

$$\mathbf{F} = I\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} d\mathbf{l}\times\mathbf{B}$$

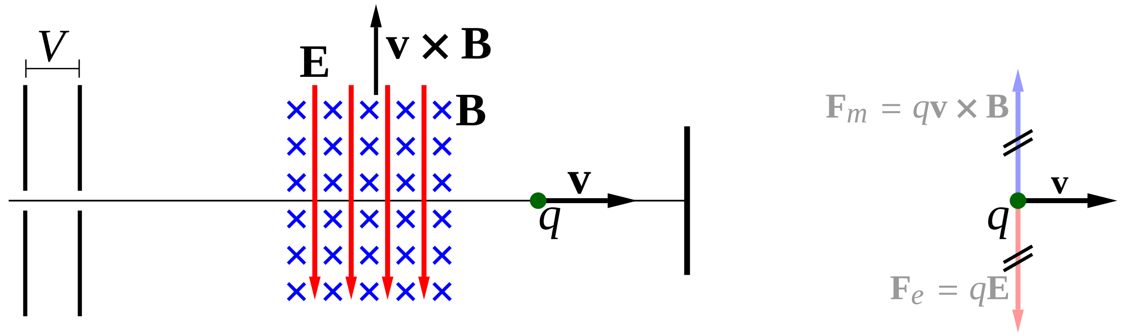
- Biot-Savart-en legearen arabera eta L zatiaren gaineko indarra:

$$\begin{array}{lcl} B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d} & \rightarrow & F' = \dfrac{\mu_0 I I' L}{2\pi d} \\ B' = \dfrac{\mu_0 I'}{2\pi d} & \rightarrow & F = \dfrac{\mu_0 I' I L}{2\pi d} \end{array} \quad \rightarrow \quad \boxed{F = F'}$$

- ...eta intentsitate baten noranzkoa aldatuz gero, alderantzikatu egiten dira indar bien noranzkoak, baina ez haien moduluak.

ZTF-FCT

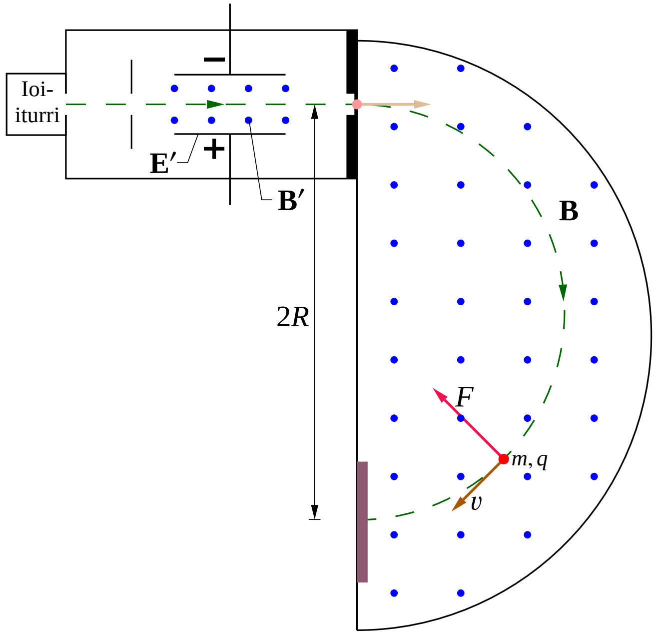
Abiadura-hautagailua



- Zenbait neurketa-tresnatan, emaitza fidagarria izateko, ezinbestekoa da ioien abiadurak berdinak izatea: abiadura-hautagailua.
- Lorentz-en indarraz baliatuko gara.
- Indar elektrostatikoa eta magnetikoa berdinak direnean, karga ez da desbideratuko.
- Karga (q) azeleratu egiten da V potentzial diferentziaren bitartez, eta $\mathbf{E}$ eta $\mathbf{B}$ eremuak dauden esparruan sartzean, $\mathbf{F}_e$ eta $\mathbf{F}_m$ indarrak jasaten ditu. Hauek berdinak direnean, ioiak ez dira desbideratzen.
- Ioien v abiadura hautatzeko (**sintonizatzeko**) baldintza hauxe da:

$$F_e = F_m \quad \rightarrow \quad qE = qvB \quad \rightarrow \quad \boxed{v = \frac{E}{B}}$$

Masa-espektrometroa



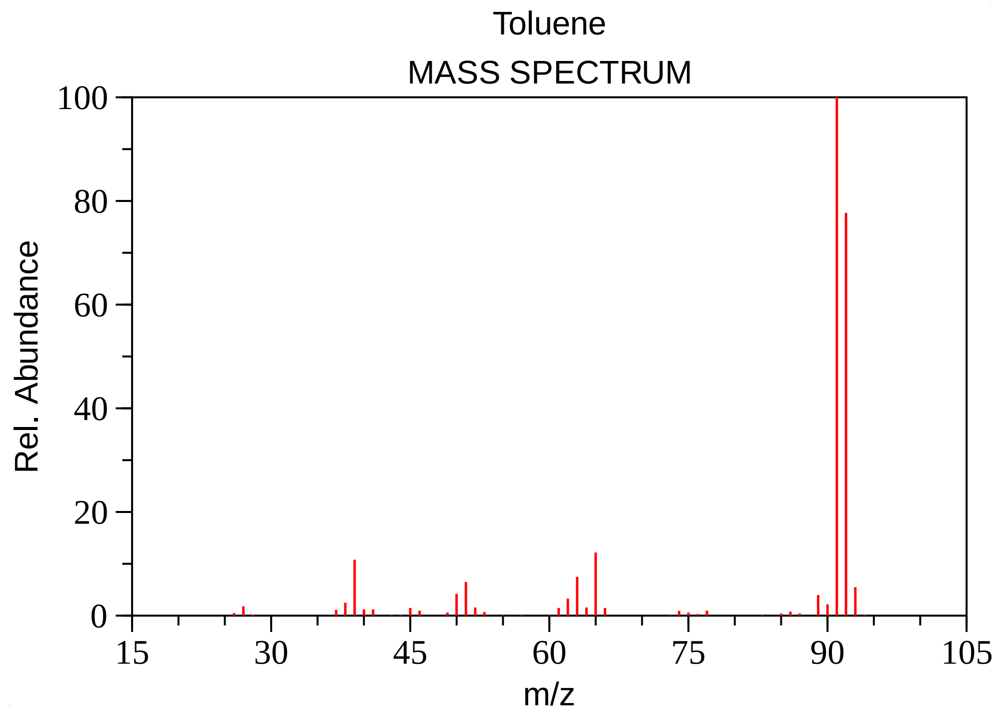
- Lagin bateko masa/karga arrazoi desberdineko ioiak edo isotopoak zehazten ditu.
- Laginak(isotopoak) ionizatu egiten dira eta abiadura-hautagailu batetik pasatu ondoren ($\mathbf{E}' \perp \mathbf{B}'$), $v = E'/B'$ abiadurako ioiak pasatzen dira soilik…
- … eta **B** konstanteko gunera sartzen dira, non, $\mathbf{F} \perp \mathbf{v}$ izanik, ibilbide zirkularrak osatuko dituzte, v abiadura konstantez.
- Ibilbide zirkularren erradioak, ioien m/q arrazoiaren mende egongo dira:

$$F = qvB = m\frac{v^2}{R} \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{R = \frac{mv}{qB}}$$

- Masa/karga arrazoi desberdineko ioiek erradio desberdineko ibilbideak osatuko dituzte: R neurtuz gero, m/q ateratzen da, v eta B ezagunak dira eta.

Masa-espektrograma (I)

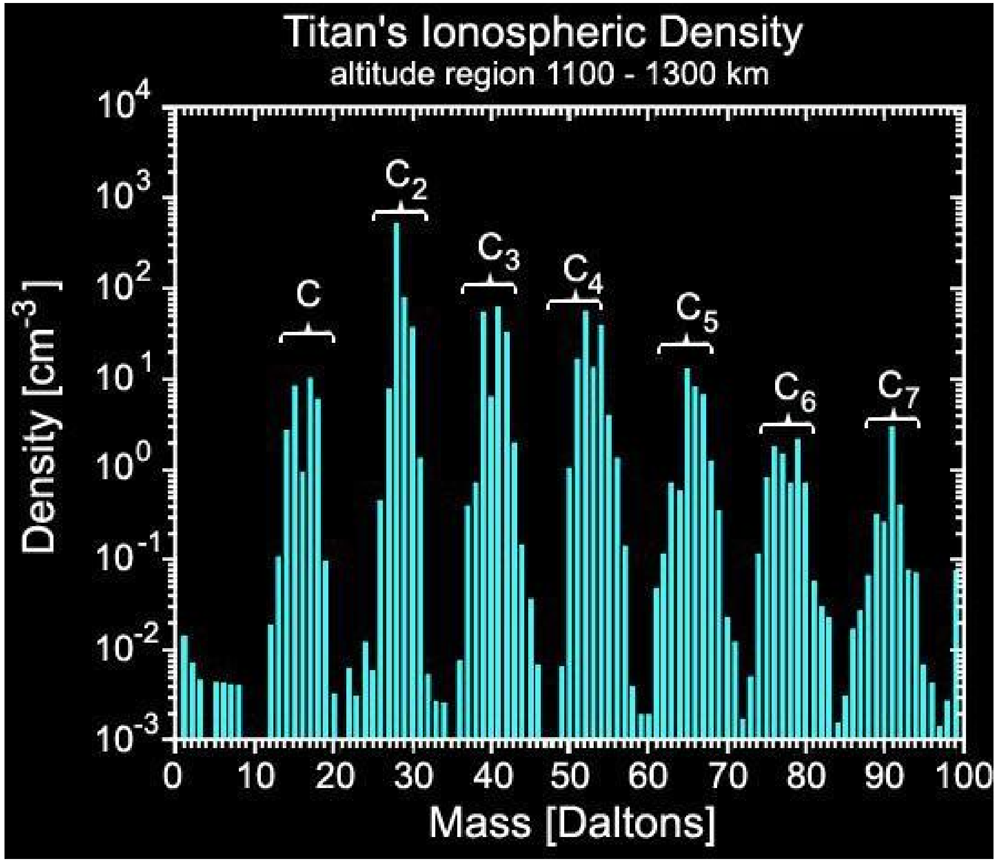
- Toluenoari dagokion m/k espektrograma:[1]



[1] Iturria: NIST Chemistry WebBook (`http://webbook.nist.gov/chemistry`)

Masa-espektrograma (II)

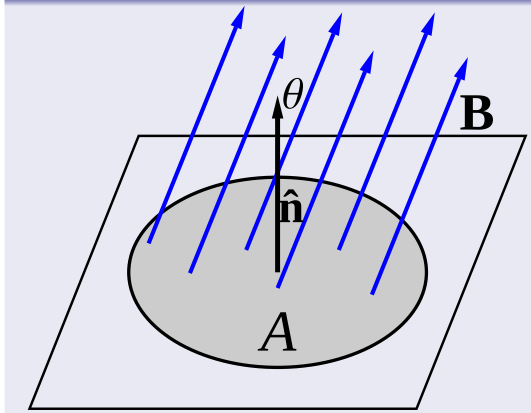
- Saturnoko Titan sateliteko eguratseko masa-espektrograma:[2,3]



[2]Iturria: NASA - JPL - Michigango Unibertsitatea: Cassini Zunda
[3]Dalton (Da) = atomic mass unit (u) = 1.66×10^{-27} kg

Fluxu magnetikoa eta indar elektroeragile induzitua

Fluxu magnetikoa



- **Fluxu magnetikoa**: $\Phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$

  $\mathbf{B}$ = eremu magnetikoa, A = begiztaren azalera eta
  $\hat{\mathbf{n}}$ = bektore unitarioa, begiztarekiko elkarzuta.
- **Unitatea: weber (Wb)** (1 Wb = 1 $\mathrm{T \cdot m^2}$)

Faraday-Henry-ren legea

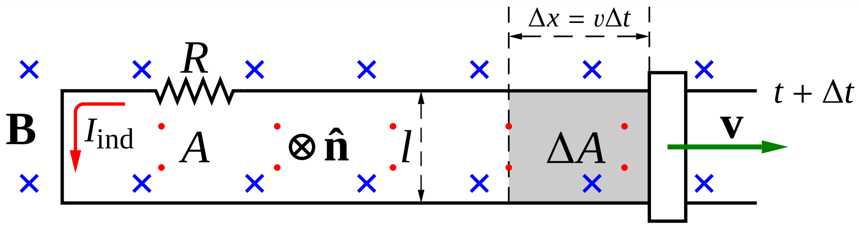
Fluxu magnetiko aldakorrak indar elektroeragilea sortzen du, fluxuaren aldaketa-abiaduraren proportziozkoa (adibidez, sorgailuetan):

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Lenz-en legea

Fluxu magnetiko aldakorrak induzitutako korronteak, fluxu induktorearen aldaketei aurre egiteko noranzkoa hartuko du.

Faraday-Henry-ren legearen adibide bat



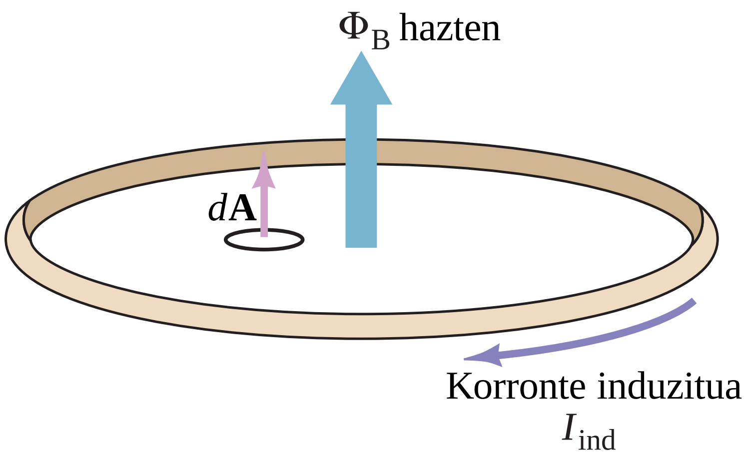
- **B** eremu magnetikoa eta **n̂** azalera-bektore unitarioa paraleloak izango dira, orriaren barrurantz.
- t aldiunean, begizta errektangeluarra zeharkatzen duen fluxua $\Phi = BA$ da.
- Δt denbora-tartea igaro ondoren, zirkuitua ixten duen elementua eskuineranz desplazatu da, $\Delta x = v\Delta t$ distantzia.
- Fluxua-aldaketa denbora-tarte horretan hau da: $\Delta\Phi = B\Delta A = Blv\Delta t \ldots$
- … eta indar elektroeragile induzitua (eta R erresistentziatik igaroko den intentsitatea, moduluz), beraz:

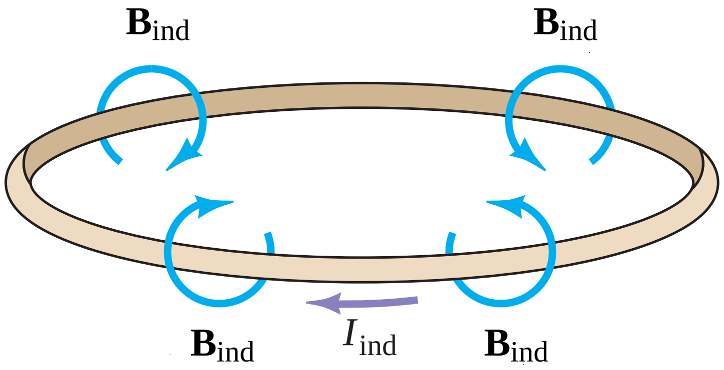
$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -Blv \qquad \rightarrow \qquad \boxed{I_{\text{ind}} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R}}$$

- Sorturiko korronte induzituak bere eremu magnetikoa sortuko du (•), aurreko fluxu-aldaketaren kontra jokatuko duena (**Lenz-en legea**).

ZTF-FCT

Lenz-en legea





Optika (I)

Oinarriak eta Ispiluak

O. Ecenarro - J. Sáenz
oscar.ecenarro@ehu.es - jon.saenz@ehu .es

Higidura Harmoniko Sinplea (HHS)

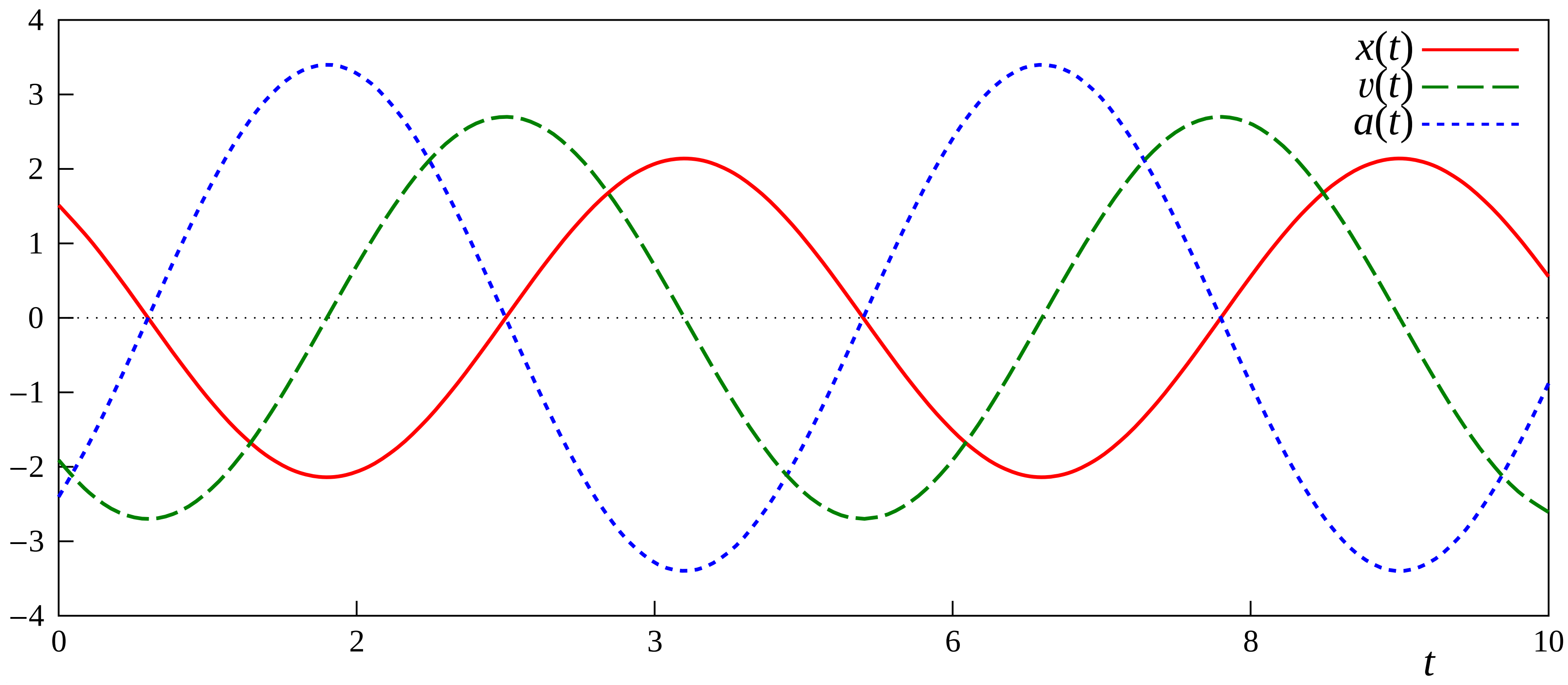
- Naturan sarritan agertzen da higidura mota hau
- Partikula bat oreka posizio baten inguruan higitzen da, Δx oreka-posizioarekiko desplazamendua izanik (pendulua, malgukia,...).
- Perturbazioaren kontrako indarrak (indar berreskuratzaileak) perturbarzioarekiko proportzionaltasuna mantentzen du: $F = -k\Delta x$.
- Higiduraren ekuazioak (posizioa, abiadura eta azelerazioa):

$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= x_0 \sin(\omega t + \phi_0) \\ v(t) &= x_0\omega \cos(\omega t + \phi_0) = x_0\omega \sin\left[(\omega t + \phi_0) + \frac{\pi}{2}\right] \\ a(t) &= -x_0\omega^2 \sin(\omega t + \phi_0) = x_0\omega^2 \sin\left[(\omega t + \phi_0) + \pi\right] \end{aligned}}$$

- x_0: anplitudea
- T: periodoa $[x(t) = x(t+T)]$
- $\nu = 1/T$: maiztasuna
- $\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$: maizt. angeluarra
- $\omega t + \phi_0$: fasea
- ϕ_0: hasierako fasea

ZTF-FCT

Higidura Harmoniko Sinplearen Grafikak



- $x(t)$ elongazioa.
- $v(t)$ abiadura: posizioarekiko 90°-ko desfasearekin.
- $a(t)$ azelerazioa: posizioarekiko oposizioan (180°-ko desfasearekin).

ZTF-FCT

Uhinak (I)

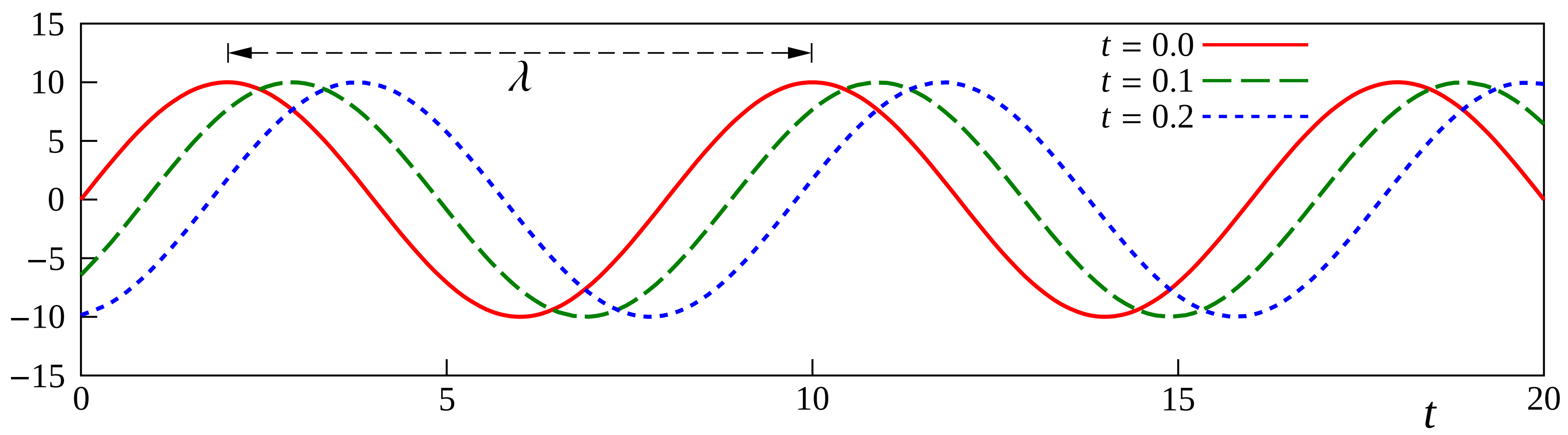
- Espazioan zehar energia hedatzen duten perturbazioak dira:
  - Batzuk, materia behar dute hedatzeko: Itsas-uhinak, soinu-uhinak...
  - Hutsunean zehar ere hedatzen dira beste batzuk: Argia, irrati-uhinak (uhin elektromagnetikoak).
  - Puntu bakaneko higidura HHS bada: $V(\mathbf{r}, t) = V_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$.
  - Puntu finko batean, higidura HHS da. Espazioan ere, une batean, uhinak itxura harmonikoa du.
  - Uhin-luzerak espazioan dagoen periodikotasuna neurtzen du.

$$\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k_x} = T v_x = \frac{v_x}{\nu}}$$

- T = periodoa
- ν = maiztasuna
- v_x = hedatze-abiadura (fase abiadura) x norabidean

ZTF-FCT

Uhinak (II)



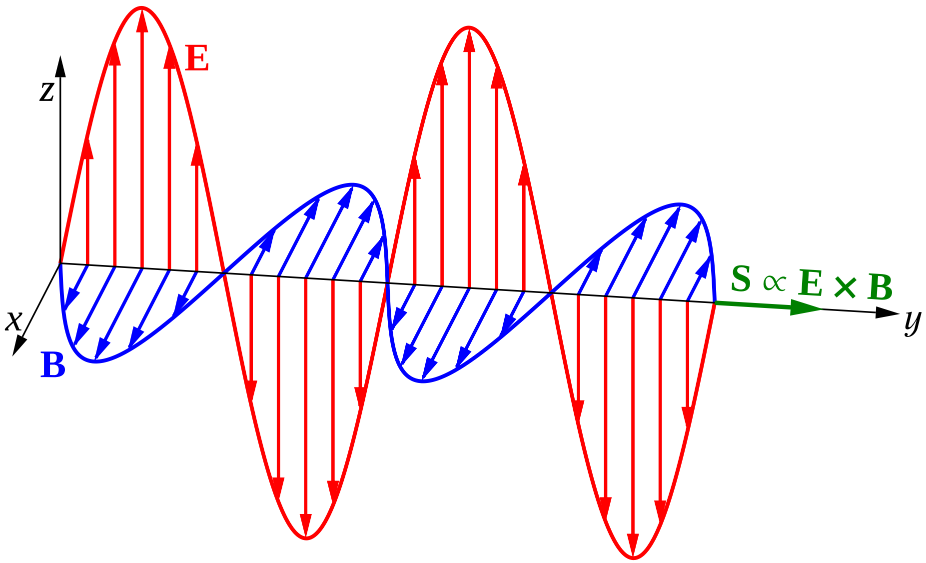
- **k** norabidean hedatzen den uhinaren ekuazioa:

$$\boxed{V(\mathbf{r}, t) = V_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

  - V_0 = anplitudea
  - ω = maiztasun angeluarra
  - $\mathbf{k}$ = uhin-zenbakia bektorea
  - λ = uhin-luzera (fase bereko puntuen arteko distantzia)

ZTF-FCT

Argia: Uhina



- **E** eta **B** eremuak elkarren perpendikularrak dira.
- Perturbazioa $\mathbf{S} \propto \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ norabidean hedatzen da (**Poynting-en bektorea**).
- Ez du materiarik behar hedatzeko (hutsean ere hedatzen da).
- **Polarizazio** izeneko propietatea izan dezake argiak (normalean ez).
- **E** eta **B** eremuen oszilazio-planoek finko jarraitzen badute denborak aurrera joan ahala, uhina *linealki polarizatuta* dago.

ZTF-FCT

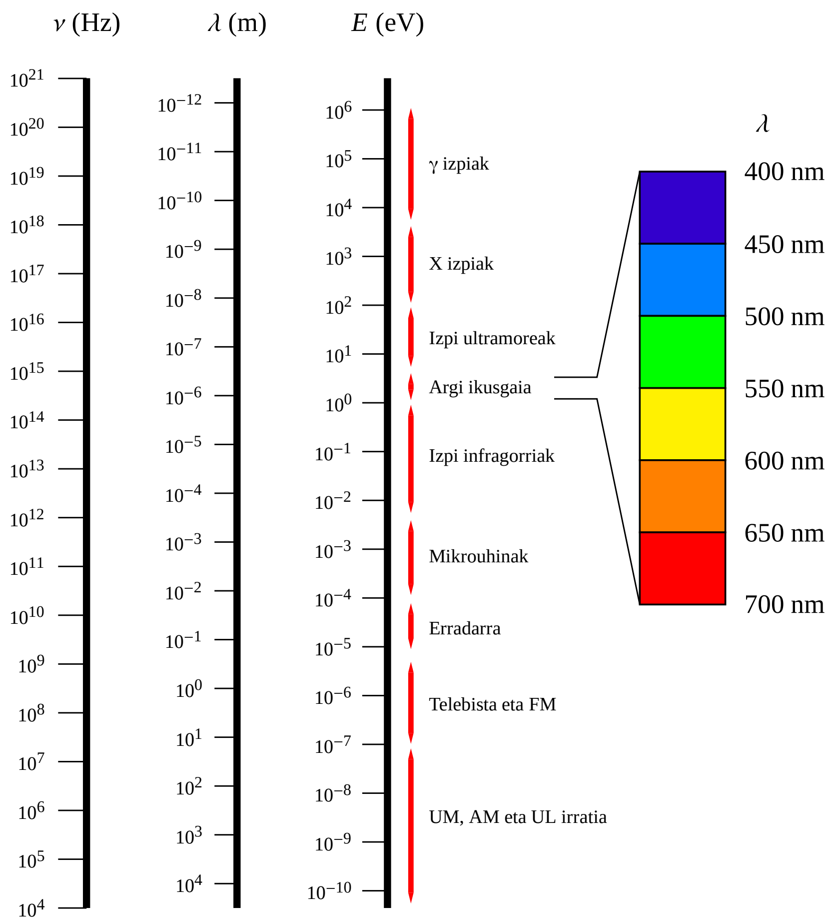
Argia: Partikula

- Esperimentu batzu argia uhintzat hartuta azaltzen dira (interferentziak eta difrakzioa).
- Beste esperimentu batzu hobeto azaltzen dira argia partikulatzat hartuta, hala nola, efektu fotoelektrikoa.
- Argia fotoiez dago osatuta ('perdigoi-txorrotada' bat).
- Fotoi bakoitzaren energia: $\boxed{E = h\nu}$
  - $h = 6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$ = Planck-en konstantea
  - ν = fotoiaren maiztasuna
- Erradiazio elektromagnetikoaren intentsitatea, fotoi-kopuruaren funtzioa da.
- Fotoiek badute momentu lineala ere bai: $p = h/\lambda$.
- Fotoien abiadura konstantea da hutsean: $c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s.
- Fotoien abiadura hutsean, lortu daitekeen abiadurarik handiena da (**Einstein-en postulatua**).

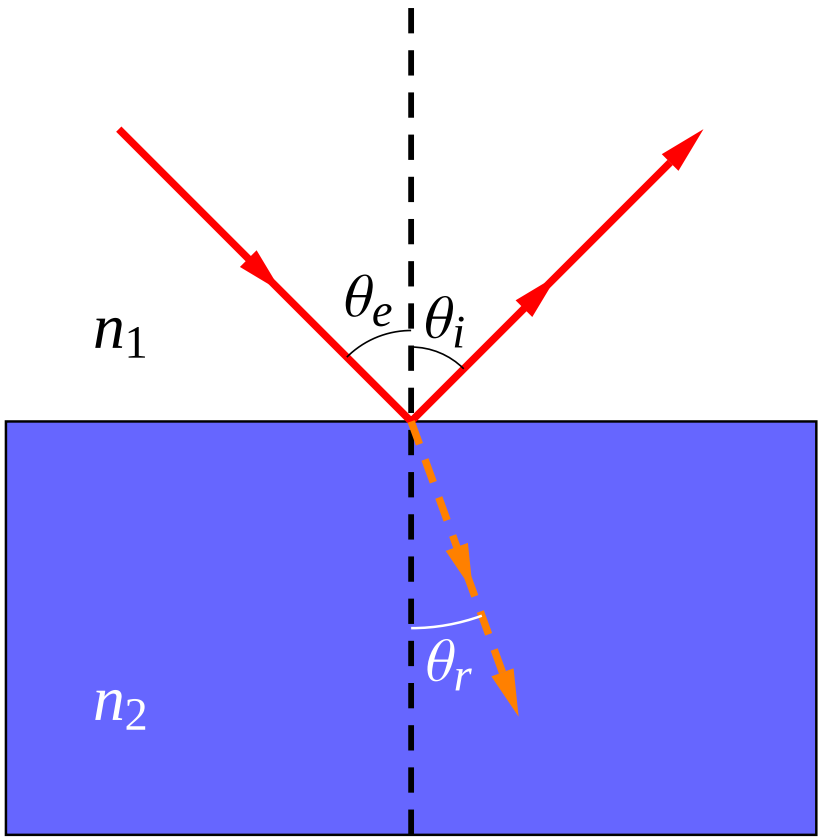
ZTF-FCT

Espektro elektromagnetikoa

- Uhin elektromagnetiko mota asko dago. Hona hemen sailkapen bat:



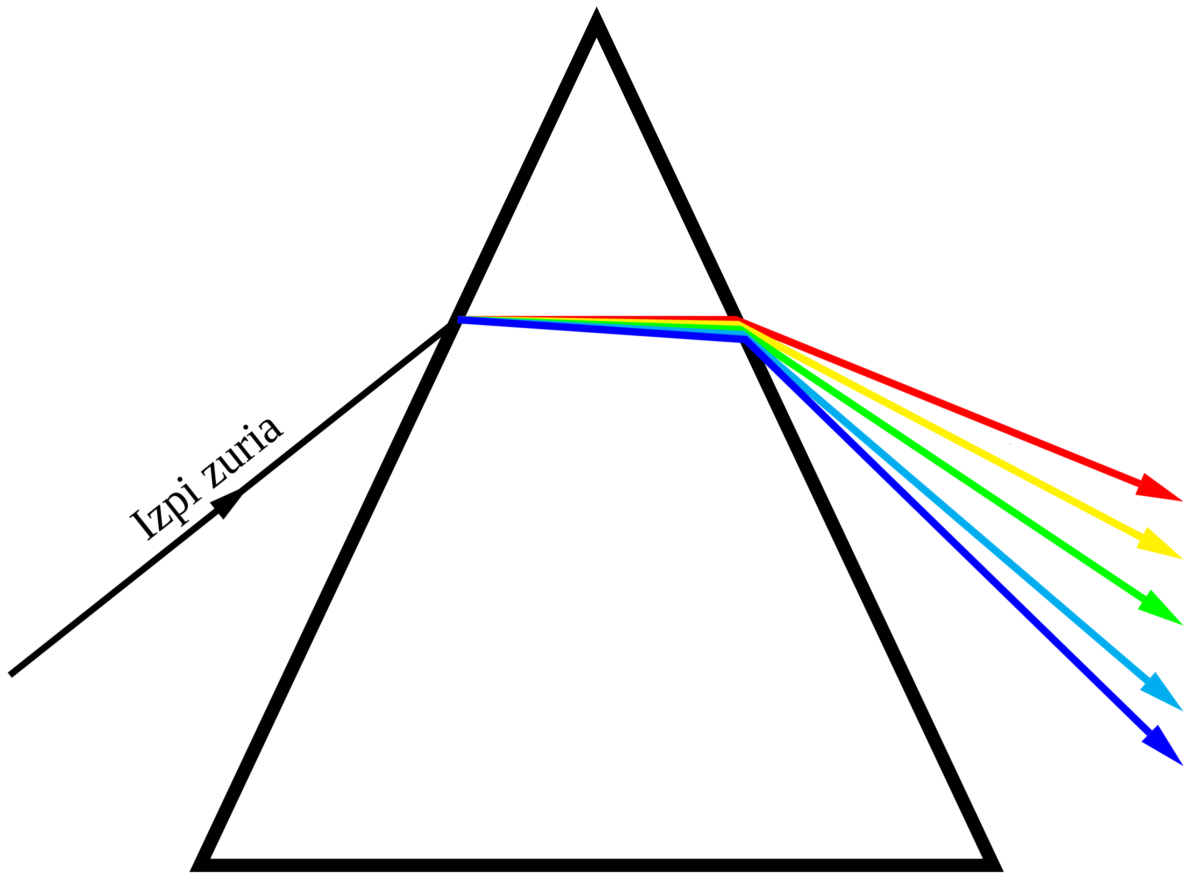
Optika geometrikoa: Errefrakzioa eta islapena



- Argiak, ingurune batetik bestera pasatzean, bere hedapen abiadura aldatzen du, eta izpi erasotzailea bitan banatzen da: islatua eta errefraktatua.
- Ingurune bakoitzean, honela definitzen da **errefrakzio-indizea**:
  $$n_i = c/v_i \qquad \longrightarrow \qquad n_i \geq 1$$
- Hiru izpiak (erasotzailea, islaturikoa eta errefraktatutakoa) planokideak dira.
- Islatutakoan: $\theta_e = \theta_i$
- Errefraktatutakoan (**Snell**-en legea):
  $$n_1 \sin\theta_e = n_2 \sin\theta_r$$

Sakabanaketa kromatikoa

- Errefrakzio indizea, n, maiztasunaren (uhin-luzeraren) funtzioa da $[n = n(\nu) = n(\lambda)]$ eta honek sakabanaketa kromatikoa sortarazten du errefrakzioa agertzen denean ($n_{\text{gorri}} < n_{\text{urdin}}$).



Snell-en legearen ondorioak

$$\sin\theta_r = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_e \quad \Leftrightarrow \quad \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin\theta_r}{\sin\theta_e}$$

$n_1 < n_2$ denean: $\theta_r < \theta_e$

Errefraktaturiko izpia normalerantz hurbiltzen da.

$n_1 > n_2$ denean: $\theta_r > \theta_e$

Errefraktaturiko izpia normaletik urruntzen da.

- $n_1 > n_2$ kasuan, **barne islapen osoa** gerta daiteke:
  - θ_e handituz doan einean, θ_r azkarrago handitzen da. . .
  - . . . $\theta_r = 90°$ egin arte.
  - $\theta_r = 90°$ ematen duen θ_e angeluari, **muga-angelua** deritzo, θ_L.
  - $\theta_e = \theta_L$ angelutik gora, **islapen osoa** dugu.

ZTF-FCT

Barne islapen osoa ($n_1 > n_2$) (I)

Muga-angeluaren kalkulua

- Egin dezagun $\theta_r = 90°$ Snell-en legean:

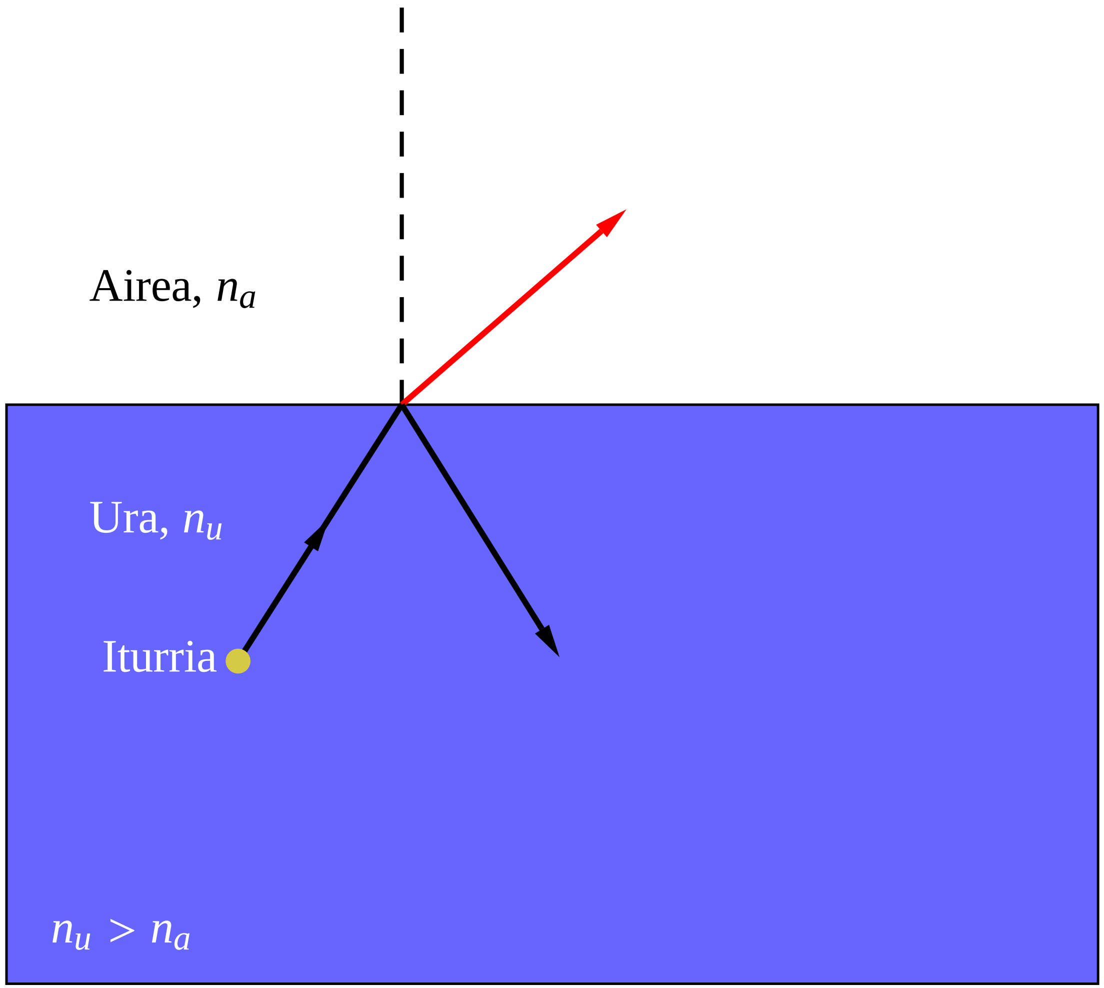
$$\sin\theta_r = \sin\,90° = (n_1/n_2)\sin\theta_e = 1$$

- ... eta θ_e-k bete behar duen baldintza izpi errefraktatua arrasean irten dadin (hau da, $\theta_e = \theta_L$ muga-angeluak bete behar duen baldintza):

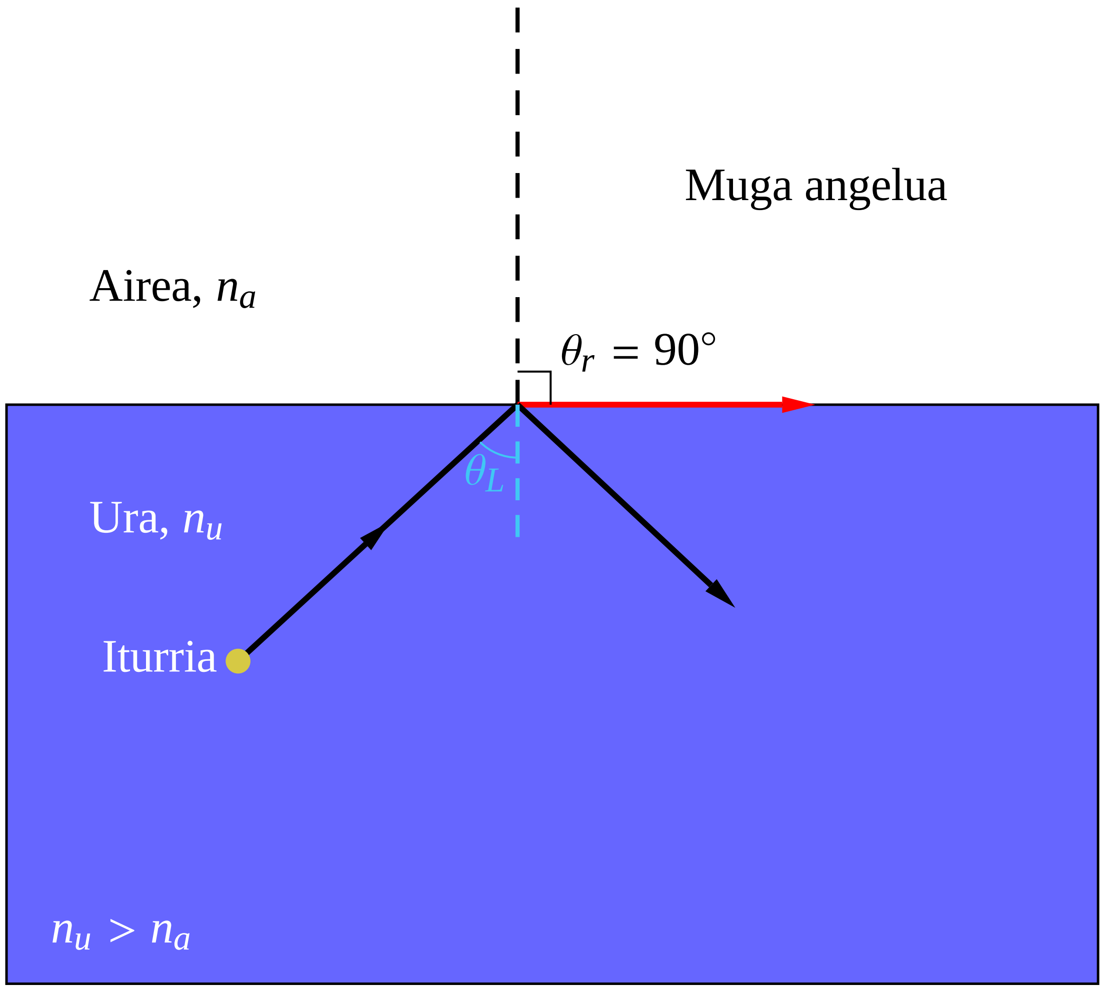
$$\boxed{\sin\theta_L = n_2/n_1}$$

- Eta $\theta_e > \theta_L$ bada? Orduan ez da egongo izpi errefraktaturik (barne islapen osoa): izpi erasotzailea ingurune biak banatzen dituen gainalazean islatuko da.
- Barne islapen osoa bakarrik iturria indize handiena duen ingurunean aurkitzen bada ($n_1 > n_2$). Horrela ez balitz, muga-angeluaren balioak hau bete beharko luke: $sin\theta_L = n_2/n_1 > 1$, eta hori ezinezkoa da.
- Barne islapen osoaren aplikazioak: endoskopioen fabrikazioan eta zuntz optikoetan.

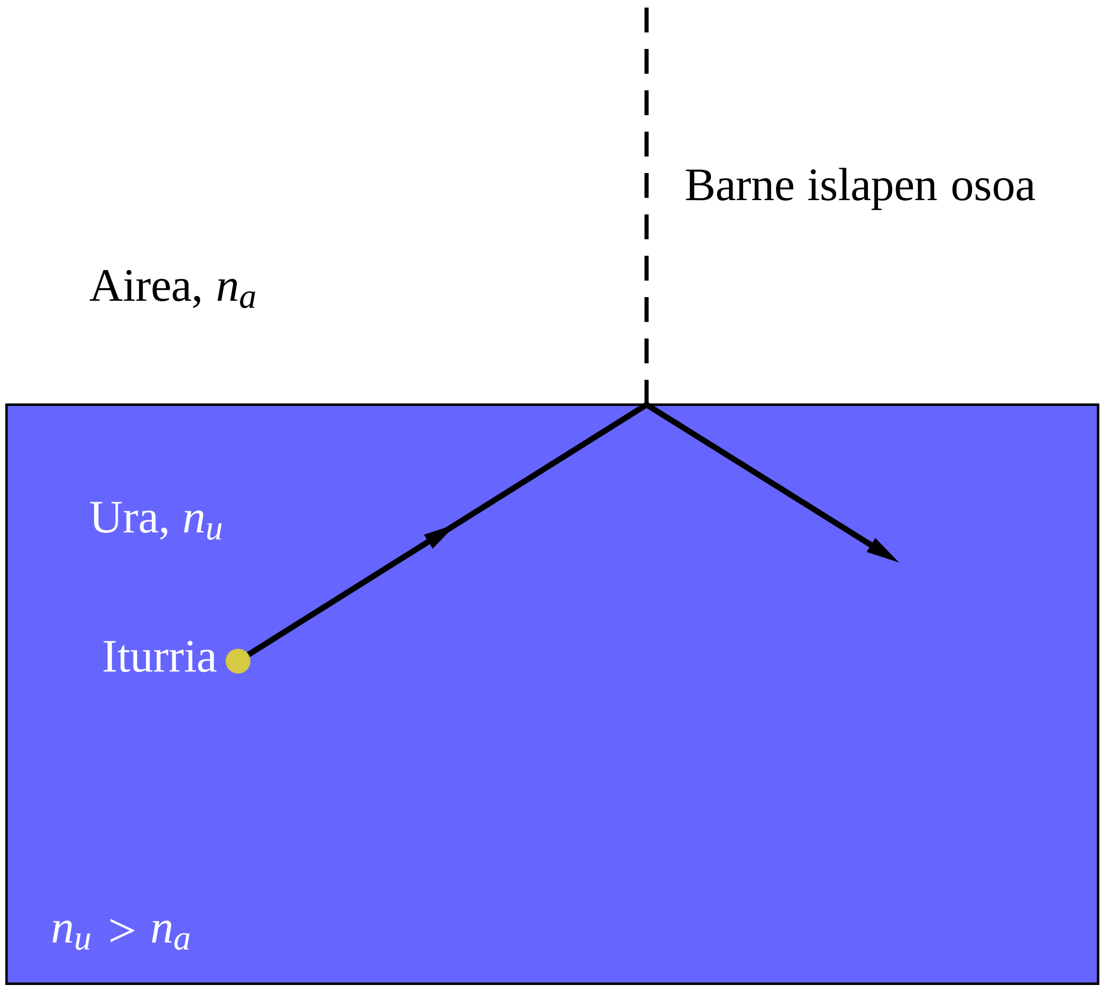
Barne islapen osoa ($n_1 > n_2$) (II)



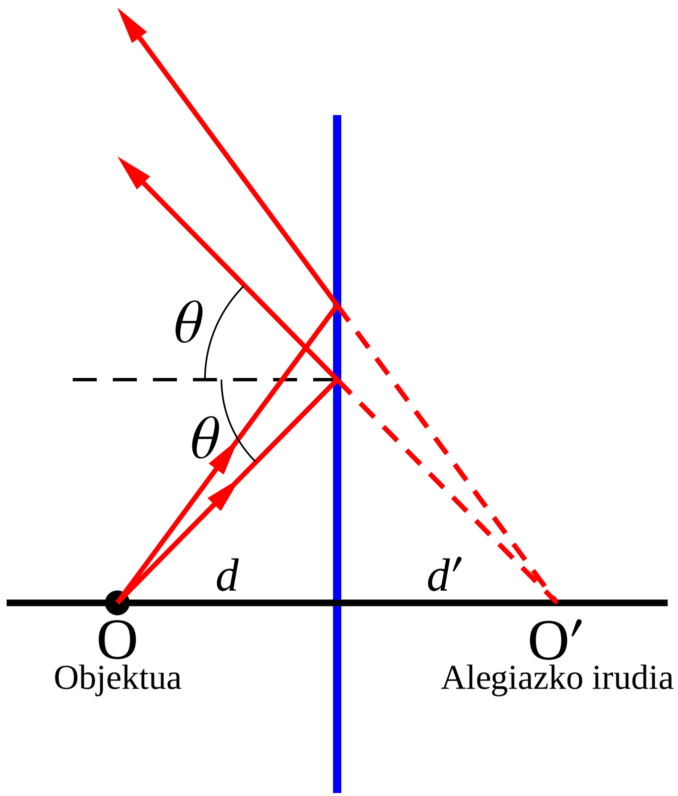
Barne islapen osoa ($n_1 > n_2$) (II)



Barne islapen osoa ($n_1 > n_2$) (II)

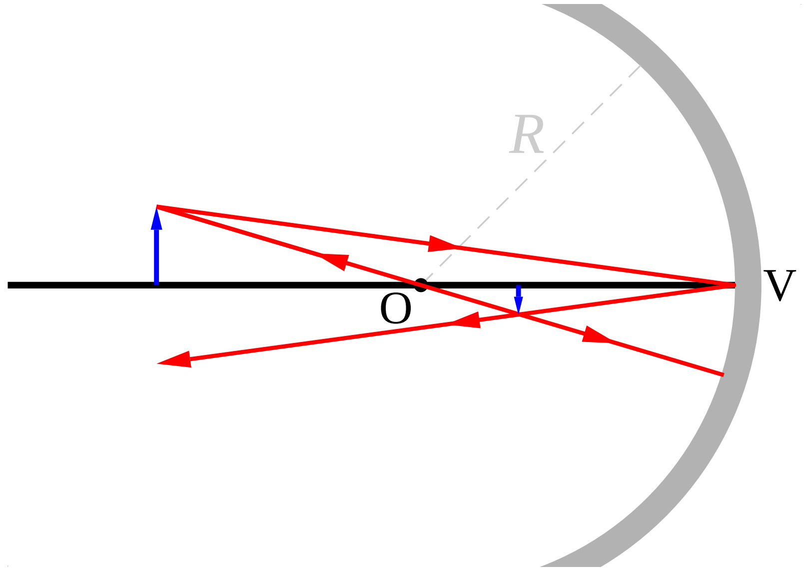


Oinarrizko elementu optikoak: Ispilu laua



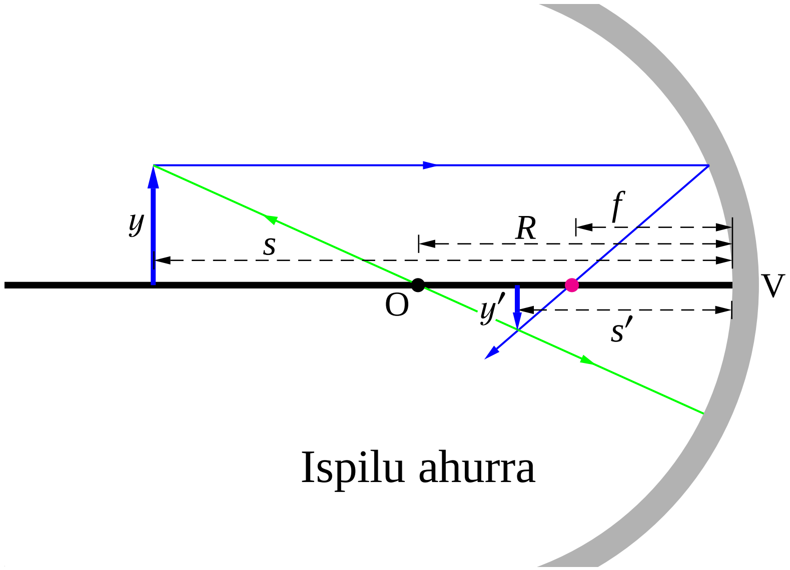
- Ispilu lauak sortzen dituen irudiak:
  - alegiazkoak (izpiak ez dira ebaten, haien luzapenak baizik)
  - zuzenak
  - Irudian, $d = d'$.

Ispilu esferikoa

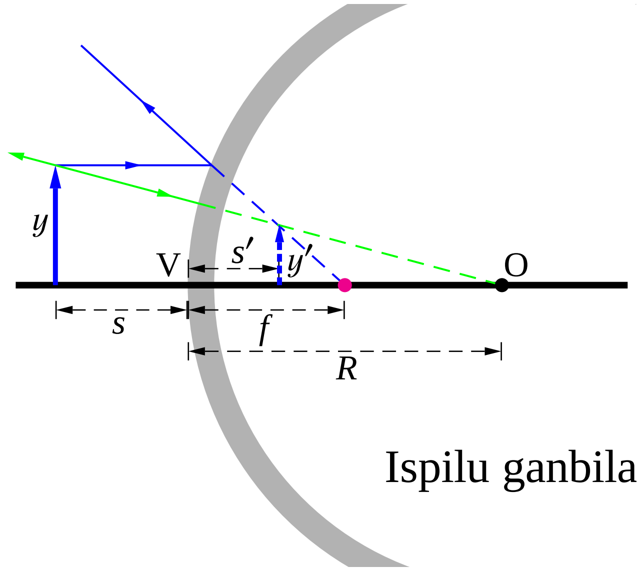


- Kurbadura-zentrotik pasatzen den izpia ez da desbideratzen, eta doan bidetik itzultzen da.
- Zentro optikotik pasatzen dena, angelu berdinaz islatzen da.
- Izpi biak ebaten diren tokian sortuko da irudia.
- Marrazkian erakusten den kasuan, irudia **txikiagoa**, **alderanztua** eta **erreala** da.

Ispilu esferikoak: Motak eta zeinu-arauak



Ispilu ahurra



Ispilu ganbila

- Ardatz optikoak ispilua ebaten duen puntua: V zentro optikoa.
- Ardatz optikoan neurtutako distantzietarako, V da erreferentzia-puntua:
  - V-tik ezkerrerantz neurtutako distantziak: negatiboak (s, s', R).
  - V-tik eskuinerantz neurtutako distantziak: positiboak (s, s', R).
- Ardatz optikoaren perpendikularrean neurtutako distantzietarako, ardatz optikoa bera da erreferentzia:
  - ardatzetik gora neurtutako distantziak: positiboak (y, y').
  - ardatzetik behera neurtutako distantziak: negatiboak (y, y').

Ispilu esferikoak: Ekuazioak

- s objektuaren posizioa, s' irudiaren posizioa eta R kurbadura-erradioa, hurrengo erlazioaz lotuta daude:

$$\boxed{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}}$$

- Albo-handipena = ispiluak sorturiko irudiaren eta objektuaren altueren arteko arrazoia da:

$$\boxed{m = -\frac{s'}{s}}$$

ZTF-FCT

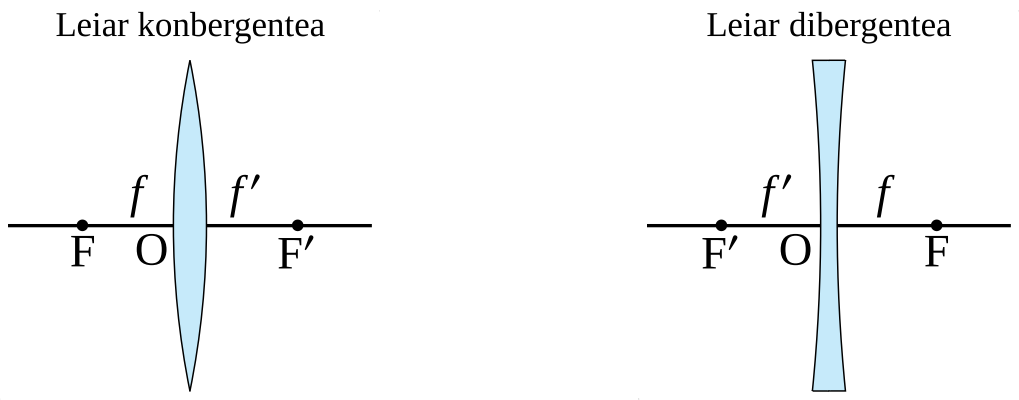
Optika (II)

Leiarrak eta Tresna Optikoak

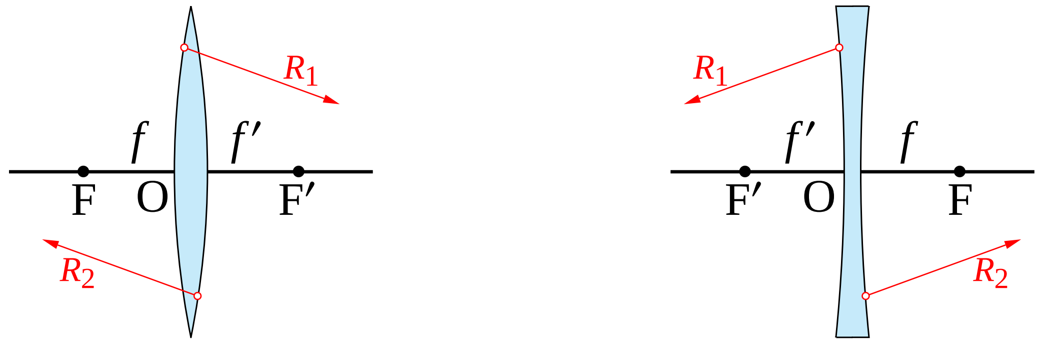
O. Ecenarro - J. Sáenz
oscar.ecenarro@ehu.es - jon.saenz@ehu .es

Leiarrak: Egitura eta sailkapena

- Beiraz edo plastikoz egindako tresnak dira (gehienak).
- Haien gainazalak esferikoak edo/eta launak izaten dira gehienetan.
- Guk kontsideratuko ditugunak:
    - Meheak izango dira (gainazalen erradioak askoz handiagoak dira lentearen lodiera baino).
    - Leiarraren alde bietan airea egoten da ($n = 1$), eta, ondorioz, $|f| = |f'|$ da.
    - Leiarren materialaren errefrakzio-indizea n izango da.
- Leiarren sailkapena:
    - **Konbergenteak.** Lodiagoak dira erdiko puntuan ertzetan baino.
    - **Dibergenteak.** Lodiagoak dira ertzeko puntuetean erdikoan baino.



Leiarren elementu osagarriak



- Osagai garrantzitsuak:
  - Ardatz optikoa
  - Objektu-fokua (F) eta objektu foku-distantzia (f)
  - Irudi-fokua (F′) eta irudi foku-distantzia (f')
  - Zentro optikoa (O)
  - **Potentzia optikoa** edo **leiar-egilearen formula**:

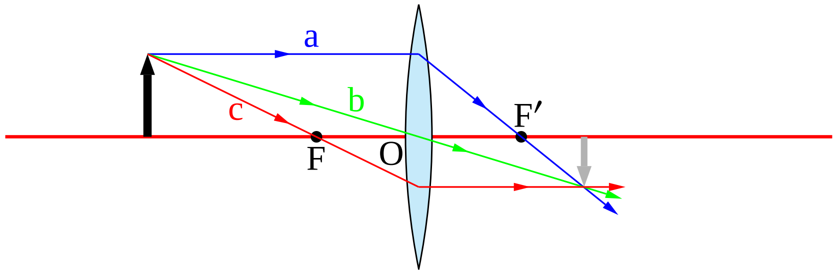
$$\boxed{P = \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

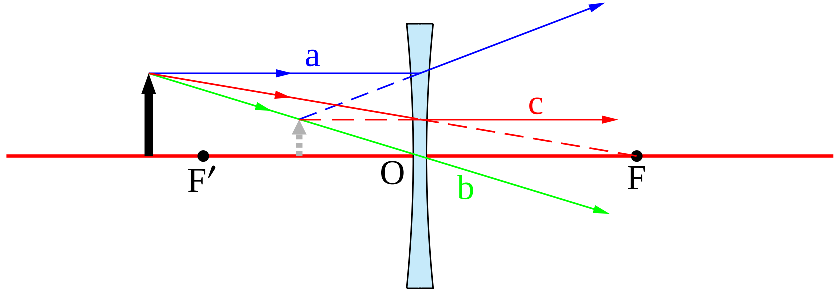
Irudien ebazpen grafikorako arauak

- Irudiak egiteko arauak:
  - Marraztu irudi guztiak argiak gainazal errefringenteari ezkerretik eskuineranzko noranzkoan jo diezaion.
  - Objektuari dagozkion neurriak eta angeluak, letra etzanaz idatziko ditugu.
  - Irudiari dagozkienak, ordea, letra etzan primatuez idatziko ditugu.
  - Ardatz optikoaren norabidean neurtutako luzerak, ardatz optiko horrek leiarrarekin duen ebakidura puntutik (O zentro optikotik) neurtuko dira.
  - Ardatz optikoaren norabide elkartzutean neurtutako luzerak, positibotzat hartuko dira gorantza daudenean.
  - $|f| = |f'|$ denez (egia esan, $f' = -f$, zeinu-arauak kontuan hartuz), f' erabiliko dugu beti leiarren ekuazioan.

ZTF-FCT

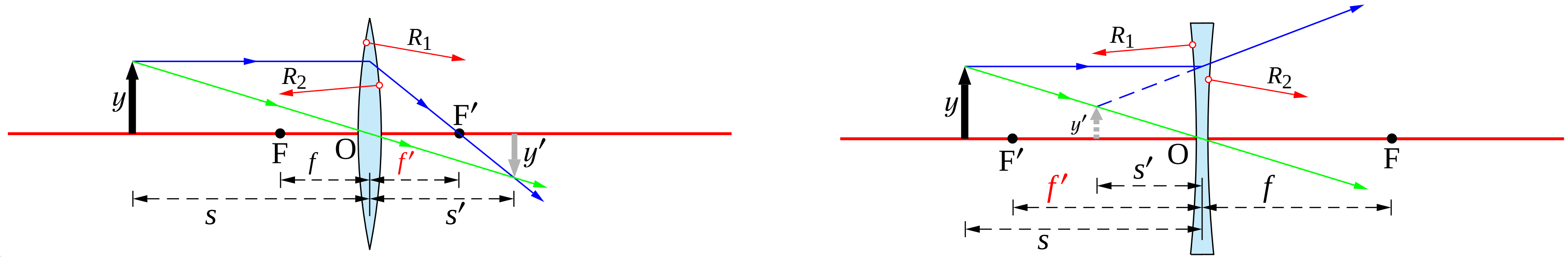
Irudien ebazpen grafikorako izpien marrazketa





- Izpi bereziak:
  - Objektutik irteten den ardatz optikoaren izpi paraleloa, F′ irudi-fokutik pasatuko da (bera edo bere luzapena) [a].
  - Leiarraren O zentro optikotik pasatzen den izpia ez da desbideratzen [b].
  - F objektu-fokutik pasatzen den izpia (bera edo bere luzapena), leiarra zeharkatuz gero ardatz optikoaren paralelo irteten da [c].
  - Hiru izpi hauek ematen digute gure objektuaren puntu hautatuaren irudia (gezi bertikalaren muturraren irudia).

Leiarrak: Irudien ebazpen matematikorako zeinu-arauak



- Ardatz optikoak leiarra ebaten duen puntua: O zentro optikoa.
- Ardatz optikoan neurtutako distantzietarako, O da erreferentzia-puntua:
  - O-tik ezkerrerantz neurtutako distantziak: negatiboak (s, s', R, f, f').
  - O-tik eskuinerantz neurtutako distantziak: positiboak (s, s', R, f, f').
- Ardatz optikoaren perpendikularrean neurtutako distantzietarako, ardatz optikoa bera da erreferentzia:
  - ardatzetik gora neurtutako distantziak: positiboak (y, y').
  - ardatzetik behera neurtutako distantziak: negatiboak (y, y').
- $f' > 0$ leiar konbergenteetan, eta $f' < 0$ dibergenteetan.

Irudien ebazpen matematikoa: leiar meheen ekuazioa

- s objektuaren posizioa, s' irudiaren posizioa eta f foku-distantzia, hurrengo erlazioaz lotuta daude:

$$\boxed{-\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'}}$$

- Kontuz!! Lehenengo atalean, ispiluetarako erabilitako oso ekuazio antzekoa dugu, baina ez da berdina, '$-$' zeinuagatik!!
- Albo-handipena = ispiluak sorturiko irudiaren eta objektuaren altueren arteko arrazoia da:

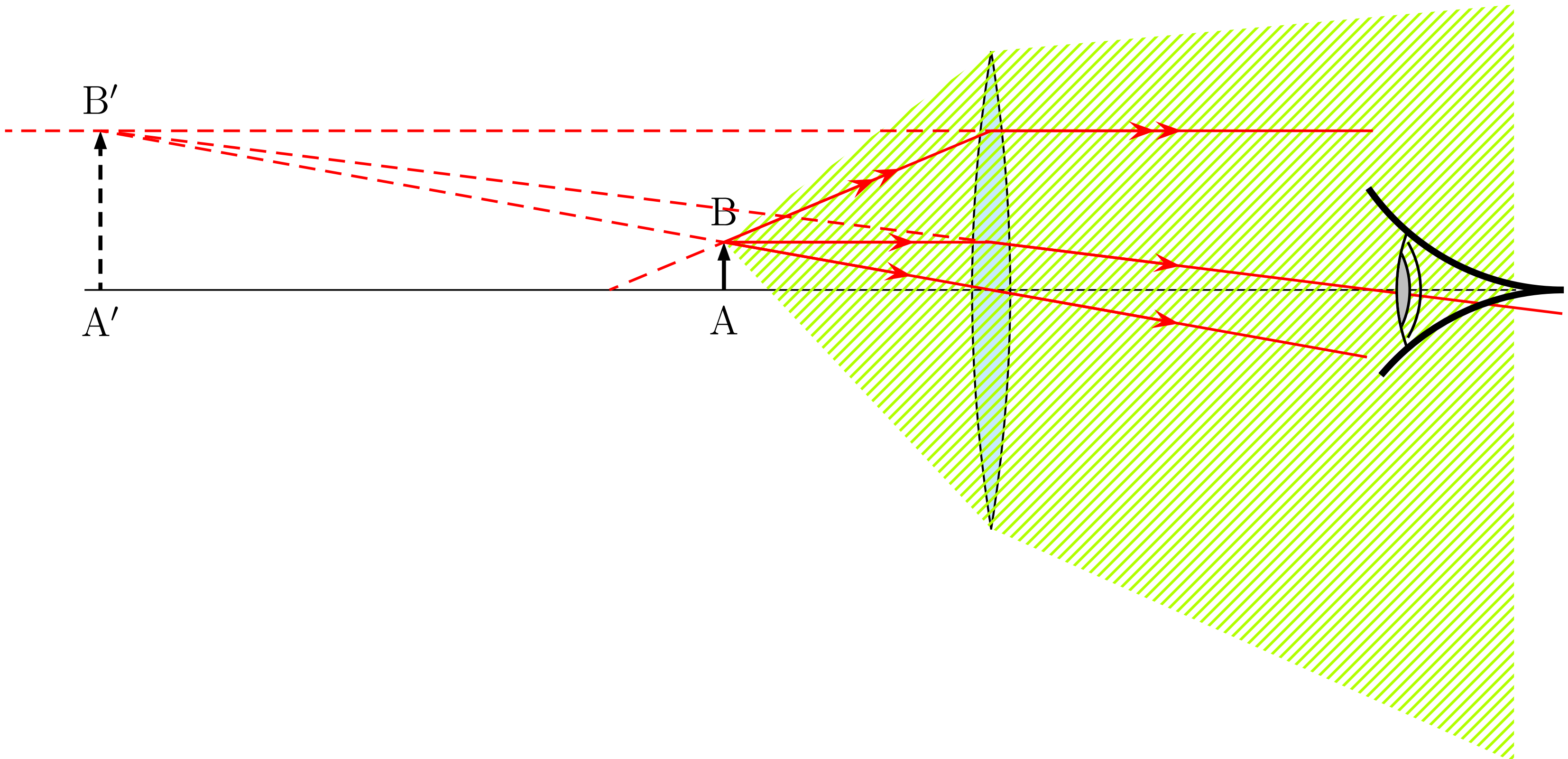
$$\boxed{m = \frac{s'}{s}}$$

y, y' positiboak izango dira ardatz optikoaren gainetik agertzen badira.

ZTF-FCT

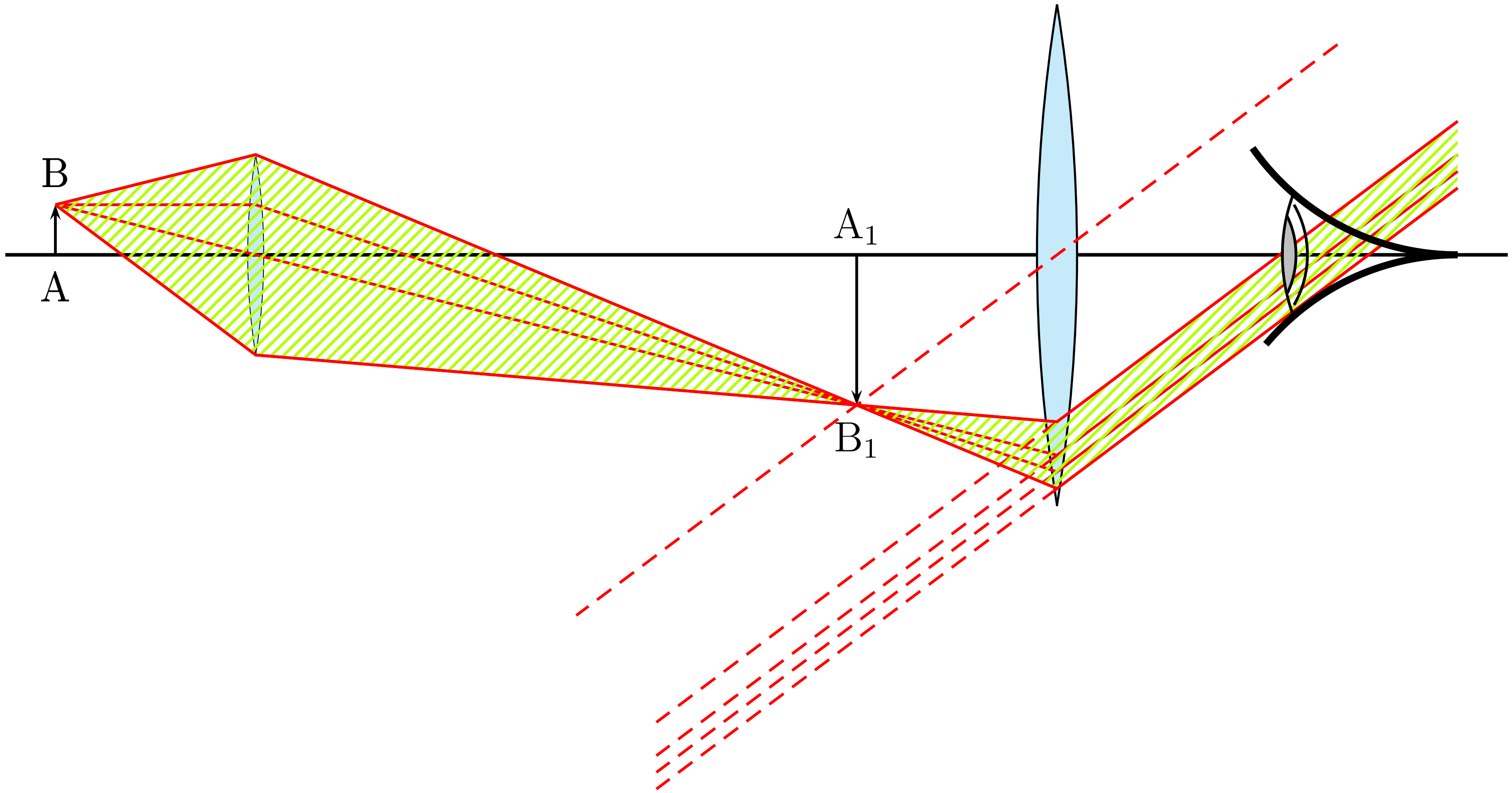
Tresna optikoak: Lupa

- Objektua objektu-fokutik ahalik eta gertuen kokatzen da, zentro optikorako bidean (objektu-fokuan ere koka daiteke).
- Irudia **alegiazkoa** da, **handiagoa** eta **zuzena**.



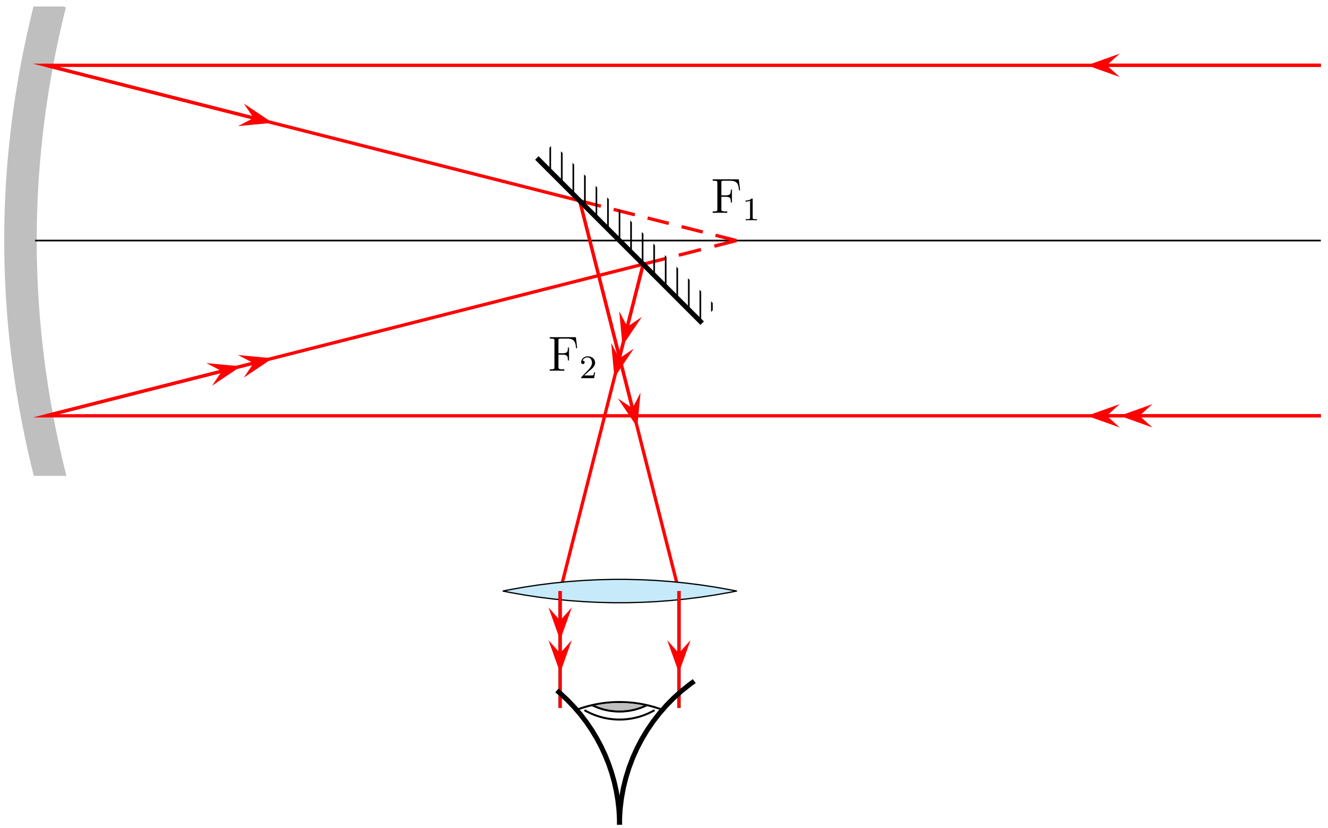
Mikroskopioa

- Objektua objektu-fokutik harago kokatzen da, bere irudia bigarren leiarraren plano fokalean bertan sor dadin.
- Irudia **alegiazkoa** da, **handiagoa** eta **alderanztua**.



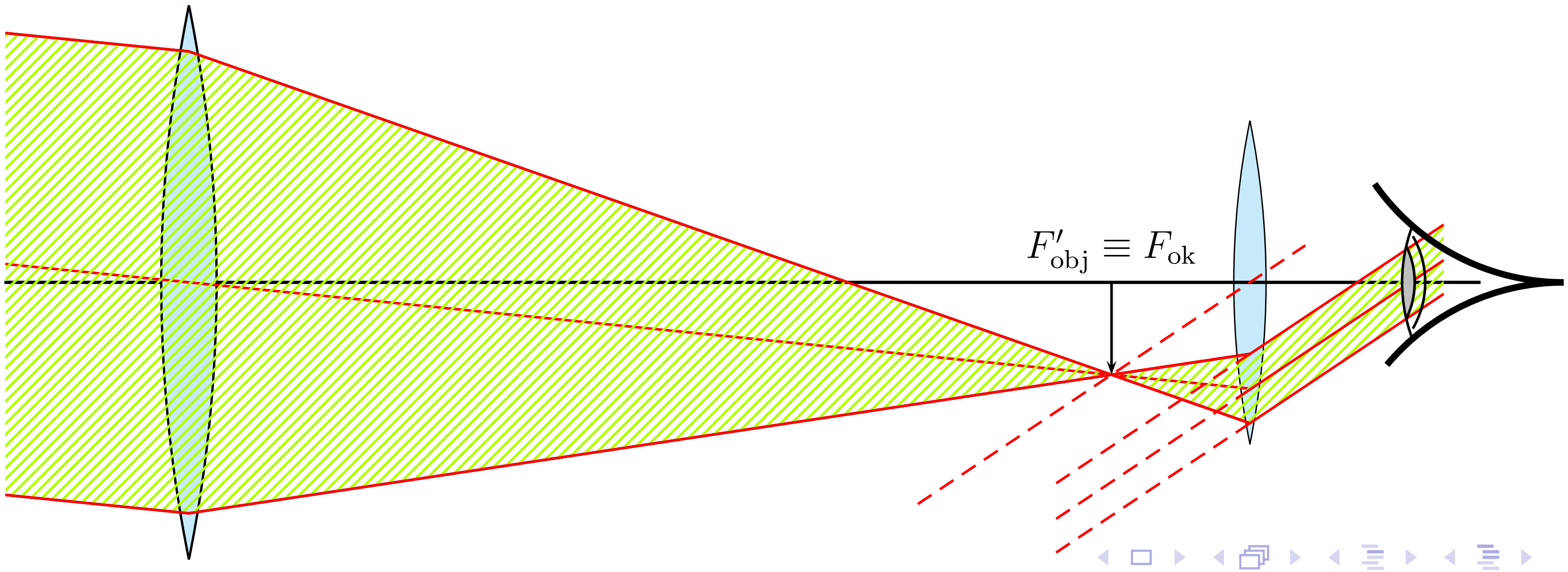
Islapen-teleskopioa

- Ispilu parabolikoak ematen duen irudia, beste ispilu laun baten bitartez ateratzen da teleskopioaren hoditik.
- Irudi horrek leiar konbergente baten objektu-gisa eragiten du (**okularrera**rena) (**Newtonen muntaia**).



Errefrakzio-teleskopioa

- Objektiboak ematen duen infinituko irudia (**erreala** dena), okularraren objektu-fokuan eratzen da.
- Irudi hori objektua da okularrarentzat, eta honen irudia infinituan eratzen da.
- Hasierako objektua eta honen azkenengo irudia angelu oso desberdinen pean ikusten dira. Hortik dator tresna honek ematen duen **handipen ikusgarria**.
- **Galileo**k asmatu zuen tresna hau, 1609. urtean.



Erradioaktibitatea (I)

Atomo eta nukleoen egiturak

O. Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Atomoaren eta nukleoaren egitura (I)

- **Thomson. Atomoa**, positiboki kargatutako materia zatia, bertan itsatsita elektroiak dituelarik, atomoaren bolumen osoa betez ($\sim 10^{-10}$ m).
- **Rutherford.** α partikulen sakabanaketa urrezko xafla mehe baten bitartez. Atomoa ia hutsik dago, eta **nukleo**aren diametroa atomoarena baino 10^4–10^5 aldiz txikiagoa da. A bada masa-zenbakia:

$$\boxed{R_n = r_0 A^{1/3} \qquad\qquad [r_0 \approx 10^{-15}\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{fm}]}$$

- **Nukleoan biltzen da atomoaren karga positiboa eta ia masa guztia**. Elektroiek, nukleoko karga positiboak beste, distantzia handitara biraka inguratzen dute nukleoa, honen karga positiboa neutralizatzen dutelarik.
- Nukleoak **protoi**ez (p, karga positibodunak) eta **neutroi**ez (n, karga gabekoak) daude osatuta: **nukleoi**ak deitzen dira.
- **Indar nuklearrak** dira protoiak (eta neutroiak) hain toki txikitan bilduta mantentzen dituztenak, indar elektrostatikoei aurre eginez.
- Indar nuklearrek gehien nukleoaren erradioaren distantzia barruan eragiten dute. Erakarleak dira eta elektrostatikoak baino askoz sendoagoak.

ZTF-FCT

Atomoaren eta nukleoaren egitura (II)

- Elektroiak geruzetan kokatzen dira, ez distantzia bakar batera edota edozien distantziatara (espektro atomiko ez-jarraien ondorioa da hau).
- Ezaugarriak:

Partikula	Masa	Karga
Elektroia	9.11×10^{-31} kg	-1.602×10^{-19} C
Protoia	1.673×10^{-27} kg	1.602×10^{-19} C
Neutroia	1.675×10^{-27} kg	0

- Masak, askotan, energiaren funtzioan adierazten dira, eV$/c^2$-tan.

  1 eV (elektronvolt), elektroi batek irabazitako energia zinetikoa 1 V-eko potentzial-diferentzia batean azeleratzen denean da:

$$\boxed{1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}}$$

- Horretarako, $E = mc^2$ Einstein-en masa–energia erlazioa erabiltzen da. Horrela, hauxe da masa eta energiaren arteko baliokidetasuna:

$$\boxed{1 \text{ eV}/c^2 = 1.602 \times 10^{-19}/(2.9979 \times 10^8)^2 = 1.7825 \times 10^{-36} \text{ kg}}$$

ZTF-FCT

Atomoaren eta nukleoaren egitura (III)

- **Masa atomikoaren unitatea (u)**: C^{12} *atomo baten masaren $\frac{1}{12}$-a da.*

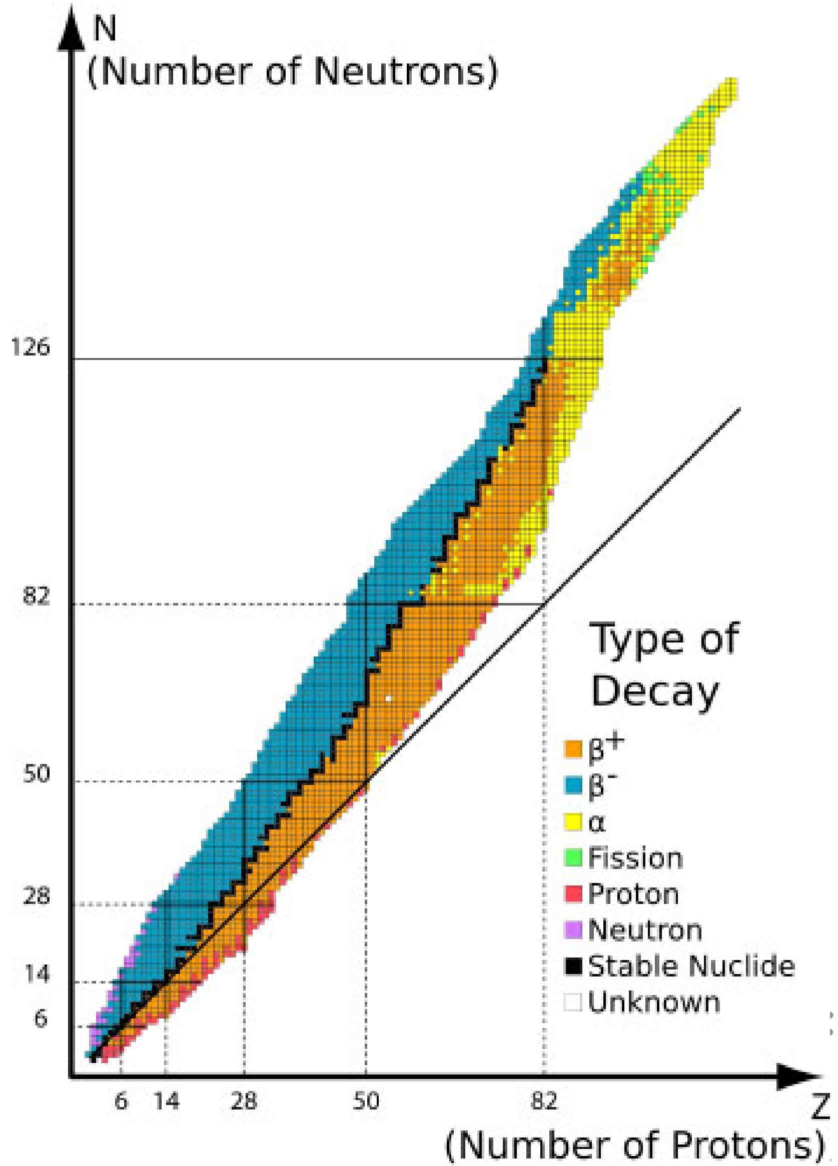
$$\boxed{1\ \text{u} = 1\times 10^{-3}/6.02214\times 10^{23} = 1.660539\times 10^{-27}\ \text{kg} = 931.5\ \text{MeV}/c^2}$$

Partikula	Masa (kg)	Masa (MeV/c^2)	Masa (u)
Elektroia	9.11×10^{-31}	0.512	5.5×10^{-3}
Protoia	1.673×10^{-27}	938.27	1.0073
Neutroia	1.675×10^{-27}	939.56	1.0087

- **Zenbaki atomikoa**, Z: Protoi kopurua (elementua zein) adierazten du.
- **Neutroi-zenbakia**, N: Neutroi kopurua adierazten du.
- **Masa-zenbakia**, $A = Z + N$: Protoi + neutroi kopuru osoa da.
- **Isotopoak**, zenbaki atomiko berdina baina neutroi kopuru desberdina.

Nuklidoen egitura eta egonkortasuna

- Nukleo barruko elkarrakzio motak: n–n, p–p eta n–p, lehenengo biak antzekoak eta azkena da sendoena.
- Z txikietarako ($Z < 22$), protoi eta neutroi kopuruak ia berdinak dira, baina Z handituz joan ahala protoien arteko aldaratze-indarra handiagotu egiten da. Egonkortasuna, neutroi-proportzioa handituz lortzen da.
- Bismutoa ($Z = 83$) da azken elementu egonkorra. $Z > 83$ duten elementu guztiak ez-egonkorrak dira, eta egonkorrenagoak direnak ere desintegratu egiten dira α partikula bat igorriz.



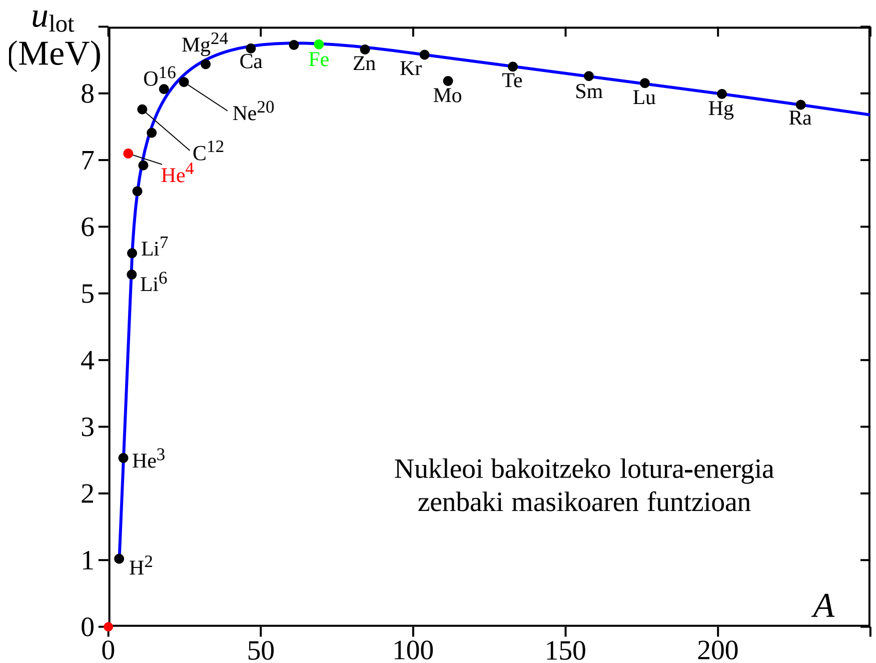
Lotura-energia

- **Nukleo bat bere osagarrietatik eraikitzeko behar den energia.**
- **Nukleo baten masa osoa ≠ partikula-partaideen masen batura.**
- **Masa-diferentziari dagokion energia da lotura-energia osoa: U_{lot}.**

$$\boxed{U_{\text{lot}} = c^2 \Delta m = [m_A - (Zm_p + Nm_n)]c^2}$$

- **Nukleoi bakoitzeko lotura-energia: u_{lot}.**

$$\boxed{u_{\text{lot}} = U_{\text{lot}}/A = [m_A - (Zm_p + Nm_n)]c^2/A}$$



- Adibidea: Helioa, bi protoiz + bi neutroiz bilduz lortzen da

p (MeV/c^2)	n (MeV/c^2)	He^4 (MeV/c^2)
$2 \cdot 938.3$	$2 \cdot 939.6$	3 727.4
	U_{lot} =	−28.4 (MeV)
	u_{lot} =	−7.1 (MeV)

ZTF-FCT

Fusioa

- Bi nukleo arin bildu beste nukleo astunago bat ($Z < 26$) eraikitzeko.
- Nukleo berriak nukleo osagarriak baino masa txikiagoa du, eta soberako masa hori energia gisa igorriko da: **Fusioa**.
- Izarretan gertatzen da berez, edota ITER izeneko proiektuan.
- Bi eratan:

$$
\begin{aligned}
4\,\mathrm{H}^1 \quad & \rightarrow \quad \mathrm{He}^4 \;+\; 26.7\ \mathrm{MeV} \\
\mathrm{H}^2 \;+ \mathrm{H}^3 \quad & \rightarrow \quad \mathrm{He}^4 \;+\; n \;+\; 17.6\ \mathrm{MeV}
\end{aligned}
$$

- $\Delta m < 0$ bada, fusioan igorri egiten da energia.

  Fe^{56}-ren ezkerrera dagoen nukleo bat sortzeko masa-galera gertatzen da (energia igorri egiten da).
- $\Delta m > 0$ bada, fusiorako energia izugarria behar da (supernobetan).

  Fe^{56}-ren eskuinera dagoen nukleo bat sortzeko masa-irabazia gertatzen da (energia xurgatu egiten da).

ZTF-FCT

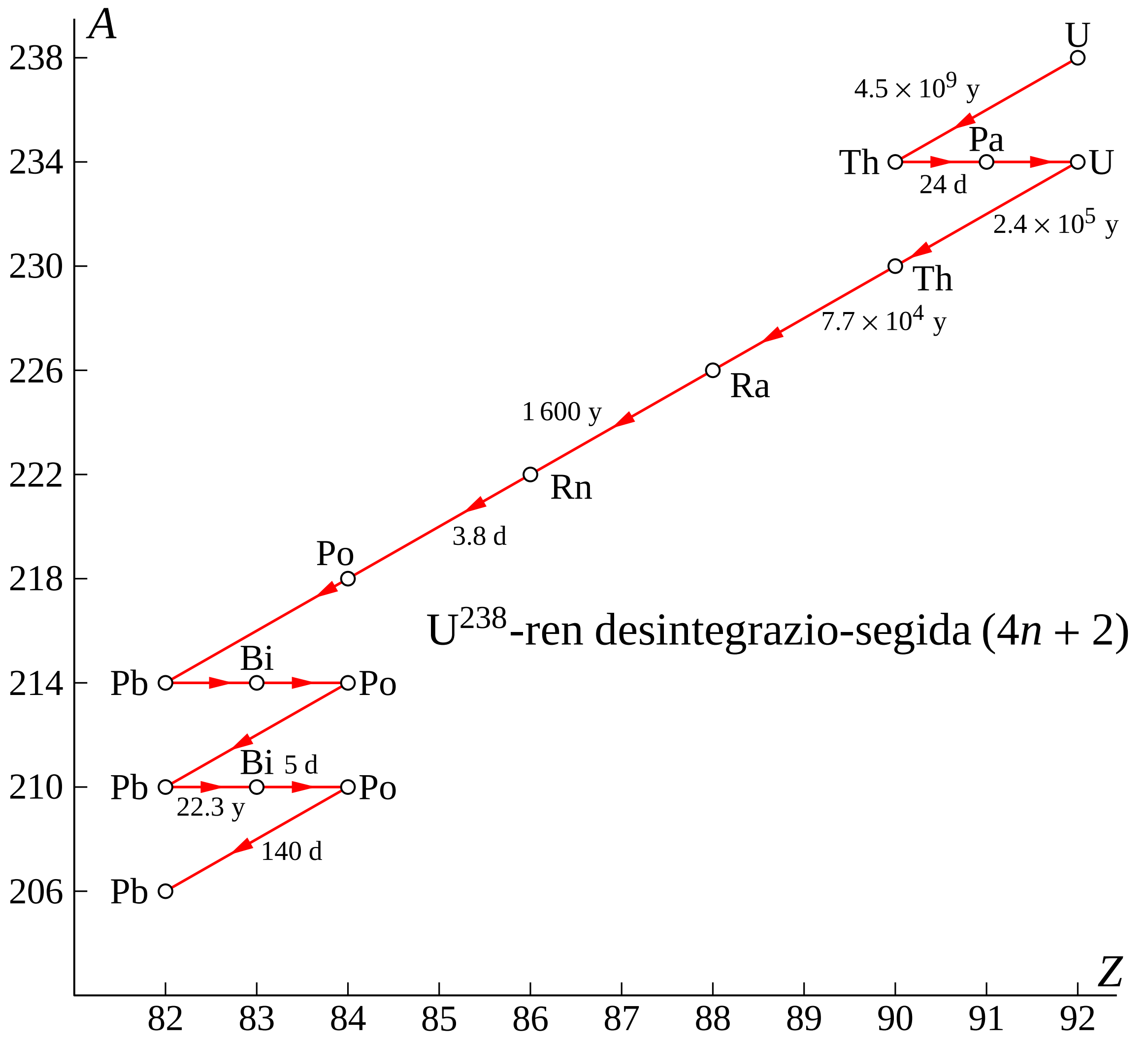
Fisioa (I)

- **Fisioa, fusioaren alderantzizko prozesua da: nukleo astun bat bi (edo gehiago) nukleo arinagoetan zatikatzen da, hauen masa osoa jatorrizkoarena baino txikiagoa izanik.**
- Nuklido-semeen lotura-energia (u_{lot}), jatorrizko nuklidoarena baino handiagoa da.
- Fisioa pizteko, energia bat eman behar zaio nukleoari, hau desegonkortzeko.
- Neutroia erabiltzen da horretarako (ez du kargarik eta).
- Naturan, bakarrik bi nukleo sasiegongor daude: U_{92}^{238} eta Th_{90}^{232} (bizitza oso luzekoak, Lurraren bizitzaren parekoak edo luzeagokoak).
- Hauetatik, eta berez, **desintegrazioz**, beste nuklido ez-egonkor eta egonkor sortzen dira, guztiek beruna dutelarik kate-bukaeraz (Pb_{82}).

ZTF-FCT

Fisioa (II)

- Lau kate erradioaktibo, $4n + k$ izenekoak: segidako edozein isotopori k kendu eta 4-rekin zatituz, zenbaki osoa lortzen da:



Fisioa (III)

Nuklidoa	Erdibizitza		Beruna			Segida
Th^{232}	1.4×10^{10} u.	$\rightarrow$	Pb^{208}			$4n$
Np^{237}	2.1×10^{6} u.	$\rightarrow$	Pb^{209}	$\rightarrow$	Tl^{205}	$4n + 1$
U^{238}	4.5×10^{9} u.	$\rightarrow$	Pb^{206}			$4n + 2$
U^{235}	7.1×10^{8} u.	$\rightarrow$	Pb^{207}			$4n + 3$

- Fisioa lortzeko bidea: **neutroiak jaurtigai gisa**.
- Neutroi **azkarrak (1 MeV) — geldoak — termikoak (0.025 MeV)**
- U^{235}_{92} (%0.72a Naturan), neutroi termikoez fisionatu daitekeen soila.
- U^{235}_{92}-ren fisio-prozesu batean askatutako azpiproduktuak:
$$U^{235}_{92} + n^{1}_{0} \quad \rightarrow \quad Sr^{95}_{38} + Xe^{139}_{54} + 2n^{1}_{0} + 184 \text{ MeV}$$
- Ez da fisio-bide bakarra, 200 inguru nuklido-seme ager baitaitezke, ez-egonkorrak direnak eta berez desintegratu egiten direnak.
- **Kutxadura erradioktibo oso kaltegarria.**
- Fusioaren etekina fisioarena baino askoz handiagoa.

ZTF-FCT

Erradioaktibitatea (II)

Desintegrazio-fenomenoa, legeak eta isotopoen bidezko datazio-teknikak

O. Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Desintegrazio motak eta legeak

- Nuklidoen zerrendan (milaka) gehienak ez-egonkorrak dira, eta $Z = 83$-tik gorakoak (Bismutoa), guztiak.
- **α erradioaktibitatea.**
  - Nukleo astunen barruko nukleoi-bilduma oso egonkorrak (He nukleoak).
  - Potentzial putzua eta tunel-efektua; α partikularen igorpena.
  - **Soddy-ren lehenengo legea:**

$$\boxed{\mathrm{X}_Z^A \;\rightarrow\; \mathrm{Y}_{Z-2}^{A-4} + \alpha \quad \rightarrow \quad \mathrm{U}_{92}^{238} \;\rightarrow\; \mathrm{Th}_{90}^{234} + \alpha}$$

- **β erradioaktibitatea.**
  - **β^-** (neutroi gehiegi): $n \;\rightarrow\; p + e^-$ (p barruan eta e^- kanpora).
  - **β^+** (protoi gehiegi): $p \;\rightarrow\; n + e^+$ (n barruan eta e^+ kanpora).
  - **Soddy-ren bigarren legea:**

$$\boxed{\mathrm{X}_Z^A \;\rightarrow\; \mathrm{Y}_{Z\pm1}^{A} + \beta^{\mp} \quad \rightarrow \quad \mathrm{C}_{6}^{14} \;\rightarrow\; \mathrm{N}_{7}^{14} + \beta^- + \bar{\nu}}$$

- **γ erradioaktibitatea.**
  - Nuklidoaren egoera kitzikatua $\rightarrow$ oinarrizko egoerara dasaktibatzen da.
  - **Soddy-ren hirugarren legea:**

$$\boxed{\mathrm{X}_Z^{A^*} \;\rightarrow\; \mathrm{X}_Z^A + \gamma \quad \rightarrow \quad \mathrm{Ni}_{28}^{60^*} \;\rightarrow\; \mathrm{Ni}_{28}^{60} + \gamma}$$

ZTF-FCT

Desintegrazio-konstantea, erdibizitza etab. (I)

- Ezin da esan, ezta ere aurresan, noiz desintegratuko den nuklido konkretu bat.
- Jakin daitekeen bakarra nuklido konkretu horrek desintegratzeko duen probabilitatea da. Hau da, nuklido kopuru handi bat badugu, zein frakzio desintegratuko den denbora-tarte batean.
- Frakzio hori konstante bat da nuklido bakoitzarentzat, eta ez du zerikusirik aurretik desintegratu den nuklido-kopuruarekin.
- Probabilitate hau da λ **desintegrazio-konstantea: nuklido bakar batek segundu batean desintegratzeko duen probabilitatea.**

Nuklido kopuruaren aldaketa eta erdibizitza

$$\boxed{\mathrm{d}N = -\lambda N(t)\mathrm{d}t \quad \rightarrow \quad N(t) = N_0 e^{-\lambda t}}$$

$$\boxed{N(\tau) = \tfrac{1}{2}N_0 \quad \rightarrow \quad \tau = \ln 2/\lambda}$$

Erdibizitza: nuklido kopurua erdira jaisteko denbora-tartea

Desintegrazio-konstantea, erdibizitza etab. (II)

Batez besteko bizitza (T)

Nuklido batek desintegratu arte duen batez besteko bizitza

- Desintegrazio-konstantea (λ delakoa) nuklido batek segundo batean desintegratzeko duen probabilitatea denez, **batez besteko bizitza** honen alderantzizkoa izango da:

$$\boxed{T = 1/\lambda = \tau/\ln 2}$$

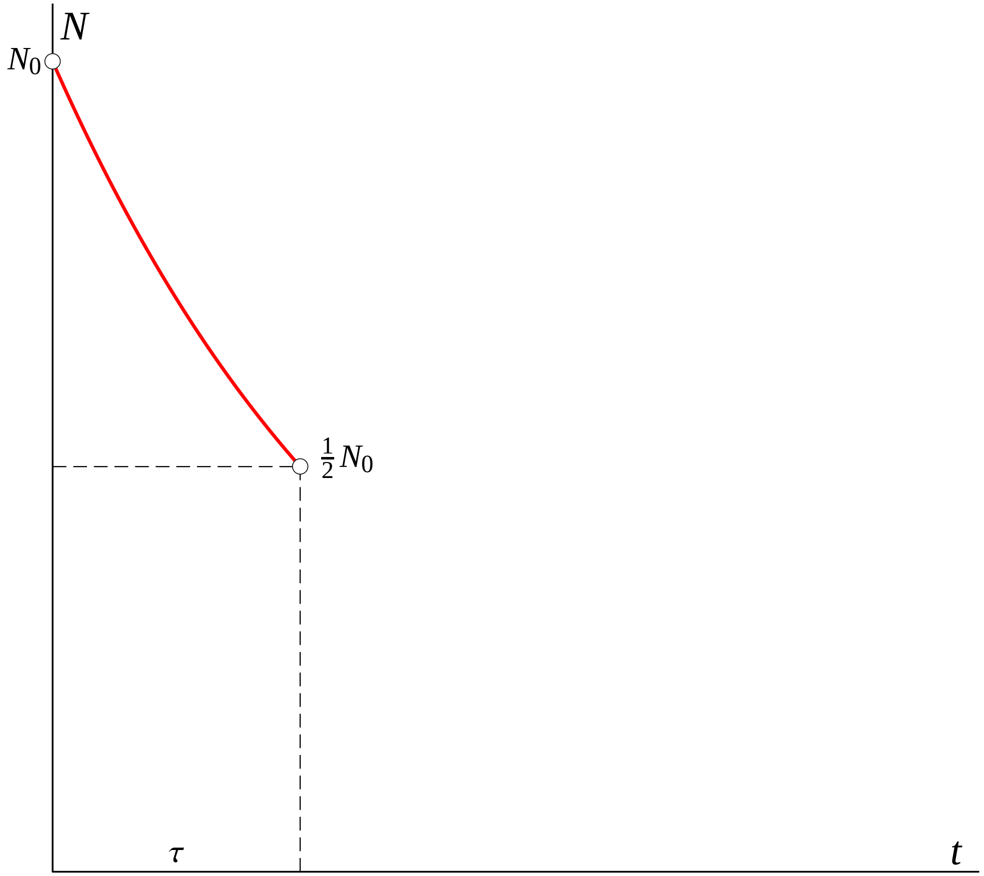
- ***Beste definizio bat.*** Batez besteko bizitza (T delakoa) nuklido-kopurua $1/e$ frakziora murrizteko behar duen denbota-tartea da:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \;\rightarrow\; \frac{N_0}{e} = N_0 e^{-\lambda T} \;\rightarrow\; \boxed{T = 1/\lambda}$$

Desintegrazio-konstantea, erdibizitza etab. (III)

Nuklido kopurua adierazteko beste bide bat

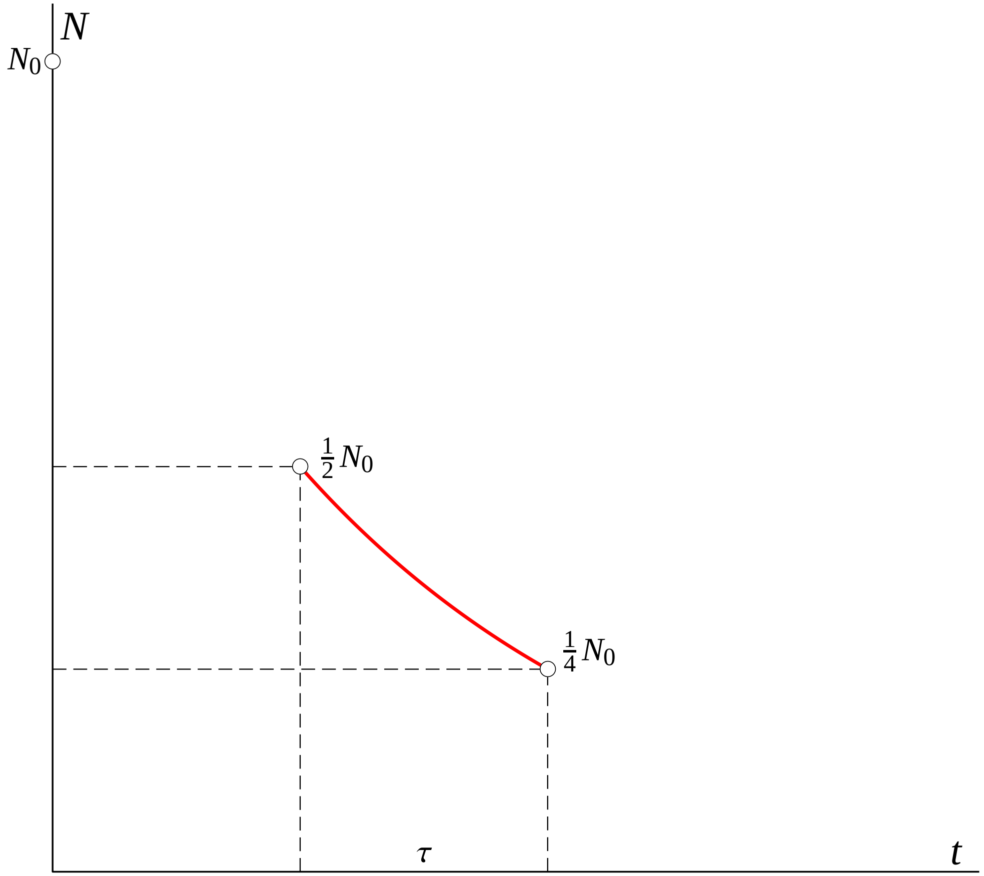
$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-(t/\tau)\ln 2} = N_0\left(e^{-\ln 2}\right)^{t/\tau} = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau}}$$



Desintegrazio-konstantea, erdibizitza etab. (III)

Nuklido kopurua adierazteko beste bide bat

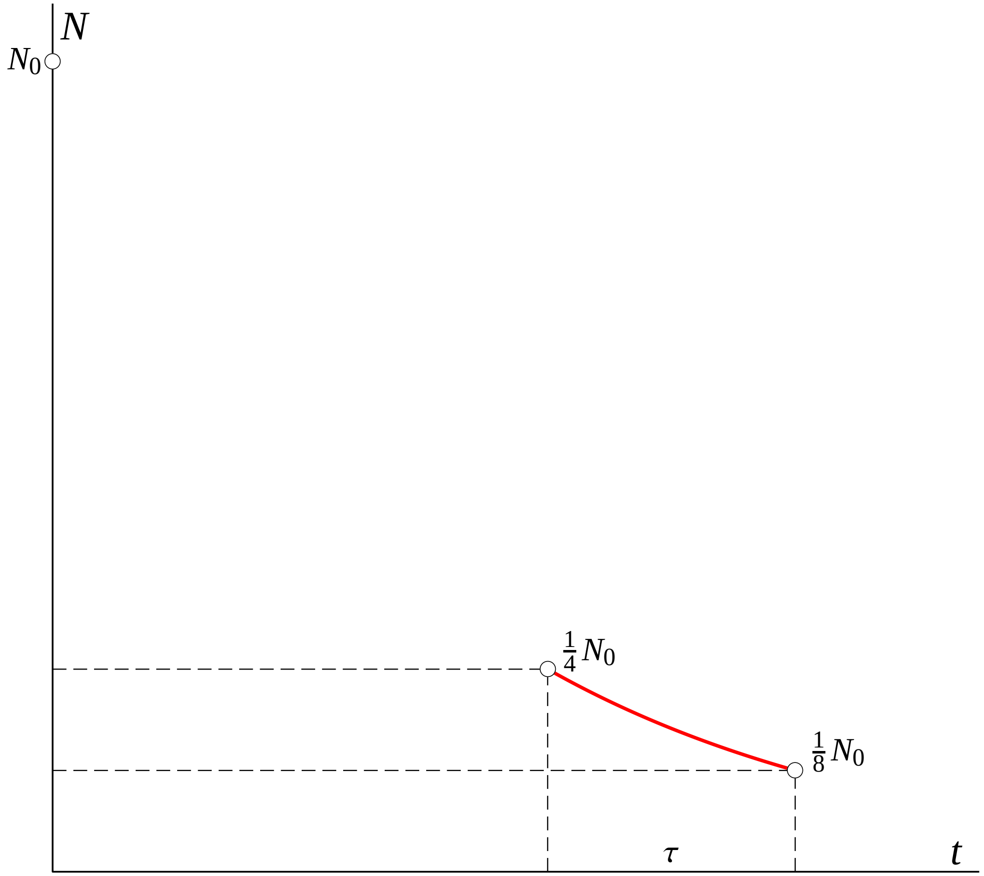
$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-(t/\tau)\ln 2} = N_0\left(e^{-\ln 2}\right)^{t/\tau} = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau}}$$



Desintegrazio-konstantea, erdibizitza etab. (III)

Nuklido kopurua adierazteko beste bide bat

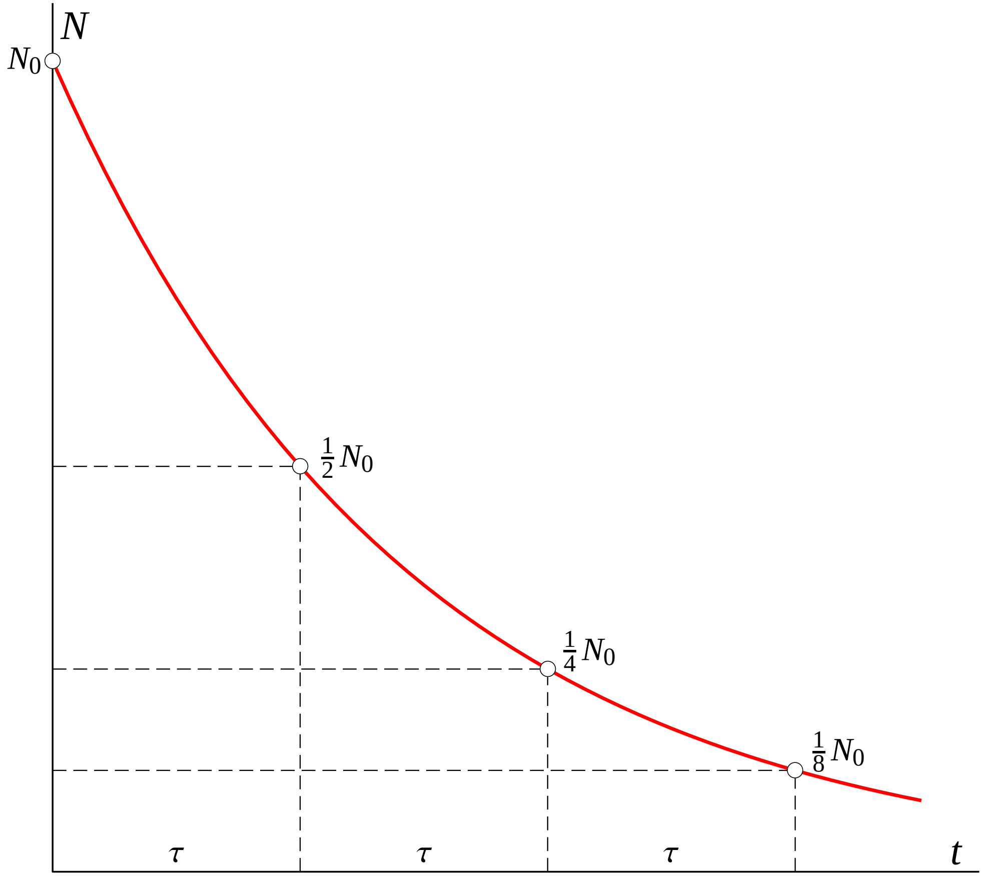
$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-(t/\tau)\ln 2} = N_0\left(e^{-\ln 2}\right)^{t/\tau} = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau}}$$



Desintegrazio-konstantea, erdibizitza etab. (III)

Nuklido kopurua adierazteko beste bide bat

$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-(t/\tau)\ln 2} = N_0\left(e^{-\ln 2}\right)^{t/\tau} = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau}}$$



Aktibitatea

Definizioa

Lagin erradioaktibo baten aktibitatea, A delakoa, segundo bakoitzeko lagin horrek duen desintegrazio-kopurua da. Hau da:

$$\boxed{A(t) = -\mathrm{d}N/\mathrm{d}t = \lambda N = (\ln 2/\tau)N_0 e^{-(t/\tau)\ln 2} = A_0 e^{-(t/\tau)\ln 2} = A_0(\tfrac{1}{2})^{t/\tau}}$$

non $A_0 = \lambda N_0 = N_0 \ln 2/\tau$ den.

- $N(t)$ bada t aldiunean desintegratzeke geratzen den nuklido-kopurua, $N_0 - N(t)$ izango da orduraarte desintegratu dena, eta segundoko desintegratzen dena, beraz, $\mathrm{d}(N_0 - N)/\mathrm{d}t = -\mathrm{d}N/\mathrm{d}t$ izango da.
- Aktibitatea, ***desintegrazio-abiadura*** bezala ere ezagutzen da.

Aktibitatearen unitateak

Becquerel (1 Bq)	**=**	**1 desint/s**
Curie (1 Ci)	**=**	**3.7×10^{10} Bq**

Isotopoen bidezko datazio-teknikak (I)

- Aktibitatearen adierazpenetik t denbora askatuz gero:

$$\boxed{t = \frac{\tau}{\ln 2} \ln\left[\frac{N_0 \ln 2}{\tau A(t)}\right] = \frac{\tau}{\ln 2} \ln\left[\frac{A_0}{A(t)}\right]}$$

- **C^{14} isotopoa.** Goi atmosferan sortzen da, N^{14} nukleoak erradiazio kosmikotik datorren neutroi bat harrapatzen duenean:

$$\boxed{N_7^{14} + n \quad \rightarrow \quad C_6^{14} + p \qquad [\tau_{C^{14}} = 5\,730 \text{ urte}]}$$

- $C^{14} \xrightarrow{O_2} CO_2 \ \rightarrow$ kate biologikora (fotosintesia dela medio).
- C^{14}aren desintegrazio-erritmoaren eta izpi kosmikoen bitartez sortutakoaren arteko oreka:

$$\boxed{C^{14}/C^{12} = f = 1.3 \times 10^{-12}}$$

- Bizirik dirauten bitartean, organismo biziek proportzio horretan edukiko dute beraien egituretako karbono-isotopoak.
- C^{14} isotopoaren desintegrazioa bidea:

$$\boxed{C_6^{14} \quad \rightarrow \quad N_7^{14} + e^- + \bar{\nu}}$$

ZTF-FCT

Isotopoen bidezko datazio-teknikak (II)

- Elektroiak 160 keV inguruko energia du eta hori da C^{14} isotoparen ***desintegrazio-marka***, eta guk neurtuko duguna.
- Organismo bizia hilda, ez du C^{14} gehiagorik bereganatuko, eta bere aktibitatea gutxiagotzen joango da denbora pasa ahala.
- Organismo hilaren aktibitate-maila ingurukoarenarekin alderatuz gero, zenbat periodo igaro diren jakingo dugu, hau da, laginaren adina.
- Aktibitatea karbono osoaren mol batera erreferitzen da. Bertan C^{14}aren $N_0 = fN_A$ atomo erradioaktibo edukiko ditugu orekan (N_A, Avogadroren zenbakia, eta $f = 1.3 \times 10^{-12}$ izanik).
- $\tau = 5\,730$ urte da, eta $A_0 = (\ln 2/\tau)N_0 = fN_A \ln 2/\tau = 3$ Bq. Ondorioz:

  $$\boxed{t \simeq 8\,270 \ln[3/A(t)] \text{ urte}}$$

  lagineko $A(t)$ aktibitatea karbono osoaren mol bakoitzeko neurtuta.
- C^{14}ak bakarrik 50 000 urte baino gutxiagoko laginak datatzeko balio du, hortik gorako laginen aktibitateak oso txikiak bihurtzen baitira.

ZTF-FCT

Erradioaktibitatea (III)

Erradiazio ionizatzaileak

O. Ecenarro
oscar.ecenarro@ehu.es

Erradiazio motak eta ionizazio-ahalmena

- Nuklidoen desintegrazioan igorritako partikulek energia handikoak dira eta zeharkatzen duten materian utziko dute energia hori.
- Atomoak ionizatu, nukleoak desplazatu, lotura kimikoak desegin...

Erradiazio mota eta ionizazio-ahalmena

Part.	Karga	Masa	En. max.	Ion.-ahal.	Irismena
$\boldsymbol{\alpha}$	$2e^-$	OH ($2p+2n$)	5 MeV	OH	0.2 mm
$\boldsymbol{\beta^\pm}$	$e^\pm$	OT ($e^\pm$)	3 MeV	T	1.5 cm
$\boldsymbol{\gamma}$	Ez	Ez			
$\boldsymbol{n}$	Ez	H (n)		H	

- γ. Ez dute kargarik $\rightarrow$ ez dute partikula kargatuekin elkarrakzionatzen.
  - Elektroiekin talka egiten dute.
  - Elektroi hauek atomoak ioniza ditzakete.
  - Atomo hauek inguruko materia ioniza dezakete.
  - Fotoientzak ez da definitzen materian zeharreko irismenik.
  - Bai ordea **erdimoteltze-luzera**.

ZTF-FCT

X eta γ izpiak

- **γ (jarr.). Erdimoteltze-luzera: ingurune batean fotoi sorta batek ibili behar duen distantzia bere intentsitatea erdira jaitsi dadin, $\lambda_{1/2}$.**

$$\boxed{I(x) = I_0 e^{-(x/\lambda_{1/2})\ln 2}}$$

X eta γ izpiak eta $\lambda_{1/2}$ material desberdinetan

Energia (MeV)	Giza-ehuna $\lambda_{1/2}$ (cm)	Beruna $\lambda_{1/2}$ (cm)
0.01	0.13	0.00076
0.05	3.1	0.0072
0.10	4.1	0.012
0.50	7.2	0.42
1.0	9.8	0.85
5.0	23	1.3

ZTF-FCT

Neutroiak

- Ez dute kargarik eta ez dute elkarrazkio elektrikorik atomoekin.
- Materia zeharkatzerakoan, talkaz talka galtzen dute euren energia zinetikoa.
- Ituak nukleo arinak badira [uraren H atomoaren nukleoa (protoia)], talkan ia energia osoa transferitzen diete (bi altzairuzko bolen talkaren antzerako adibidea)…
- …eta protoi hauek bai, ionizazio-ahalmen handia daukate.
- Beraz, distantzia luzea ibil dezakete edozein materiatan.

Neutroien sailkapena beraien energiagatik: $E_z = \sqrt{\frac{1}{2} k_B T}$

- **Azkarrak.** $E_z \simeq 1$ MeV: Fisioan sortzen dira ($v \simeq 14\,000$ km/s).
- **Geldoak.** $E_z \simeq 0.4$ eV
- **Termikoak.** $E_z \simeq 0.025$ eV: Fisiozko erreaktoreak ($v \simeq 2$ km/s).

ZTF-FCT

Materian utzitako energia (I)

- Organismoan sortutako efektuak beraien barruan utzitako energiaren araberakoak dira.
- Erradiazioek edozein materialean utzitako energiaren unitatea (**dosi *fisikoaren* unitatea**, D delakoa): **rad (*r*adiation *a*bsorbed *d*ose)** eta **Gray (Gy)**.

$$\boxed{1\ \text{rad} = 10^{-2}\ \text{J/kg} \qquad\qquad 1\ \text{Gy} = 100\ \text{rad} = 1\ \text{J/kg}}$$

- Erradiazio oso sarkorren kasuan (X edo γ izpiak) bakarrik organismoa zeharkatzen ez duen erradiazioaren partea kontsideratzen da.
- Erradiazioaren efektu biologokoek ez dute bakarrik utzitako energiaren mendekotasunik, baizik eta erradiazio motarena ere.
- Erradiazio mota bakoitzari ***E*raginkortasun *B*iologiko e*R*latibo** parametroa lotzen zaio: w_R **ponderazio-faktorea**, energiaren eta honen transferentzia linealaren mendekoa (***L*inear *E*nergy *T*ransfer**) dena.

Erradiazio mota	EBR (w_R)
X eta γ izpiak	1
Elektroiak eta muoiak	1
10 keV–20 MeV bitarteko neutroiak	10 – 20
Beste energiako neutroiak	5
Protoiak	5
α partikulak, fisio-produktuak edo nukleo astunak	20

ZTF-FCT

Materian utzitako energia (II)

- **Poderazio-faktorea, edo eraginkortasun biologiko erlatiboa:** $\boxed{w_R = \frac{D_{\mathrm{X}}}{D_{\mathrm{R}}}}$
  - D_{X} : Giza-ehunean hartutako X izpien erradiazio-dosia kalte konkretuak sortzeko
  - D_{R} : Giza-ehunean hartutako R motatako erradiazio-dosia kalte berdinak sortzeko
- **Unitateak eta dosi baliokidea (*H*).**
  - **Roentgen**: Aire lehor kilo bakoitzeko 2.58×10^{-4} C uzten duen erradiazioaren energia da (bakarrik X eta γ izpientzako).
  - **rem (*r*oentgen *e*quivalent *m*an)**: $\boxed{1 \text{ rem} = 1 \times 1 \text{ rad}}$
  - **Sievert (Sv):** $\boxed{1 \text{ Sv} = 1 \times 1 \text{ Gy} = 100 \text{ rem}}$
  - **Dosi baliokidea**: $\boxed{H(\text{rem,Sv}) = w_R \times D(\text{rad,Gy})}$
- **Giza-ehunetan dosi erradiaktiboen absortzioa metatze-prozesua da.**
- w_R **poderazio-faktorea desberdina da giza-ehun desberdinetarako.**

Erradiazio ionizatzaileen iturriak (I)

- **Iturri naturalak:**
  - **Izpi kosmikoak.** Eguzkitik eta unibertso osotik (supernobak) datozen energia oso handiko α partikulak eta protoiak.
    - Eguzkitikoak, 11 urteko periodoa daukate (*eguzkitiko lohiuneak*).
    - Egazkinean, 10 km-ko altueran, lurrazalean baino 100 aldiz handiagoa da.
    - Urteroko batez besteko dosi baliokidea: $H = 0.4$ mSv ($H = 0.05$ µSv/h).
  - **Haitzak eta elikagaiak.** Bereziki granitoan eta gure gorputz barruan (K^{40}).
    - Granitoan (gehien) kontzentratzen da.
    - Pertsona bakoitzeko K^{40}-ren 14 mg inguru dago ($\tau = 1.3 \times 10^9$ urte).
    - Urtero hartutako batez besteko dosi baliokidea: $H = 0.5$ mSv.
  - **Radon gasa.** $U^{238} \rightarrow \cdots \rightarrow Ra^{226} \xrightarrow{\alpha} Rn^{222}$.
    - Rn^{222}-aren erdibizitza $\tau \simeq 3.8$ egunekoa da.
    - Gasa da eta arnasa hartzen dugun bakoitzean, birikietara, handik odolera eta edonora joan daiteke.
    - Urteroko batez besteko dosi baliokidea: $H = 0.6$–1.0 mSv.

- **Iturri natural guztietatik urtero hartutako dosi baliokidea:** $\boxed{H_{\text{osoa}} \sim 1.5 \text{ mSv}}$

ZTF-FCT

Erradiazio ionizatzaileen iturriak (II)

- **Iturri artifizialak:**
  - **Jatorri medikoa.**
    ▲ Toraxeko erradiografia bakoitzari dagokion dosi baliokidea: $H = 0.25$ mSv.
    ▲ Mendebaldeko herrialdeetako biztanleek urtero jasotako dosi baliokidea: $H = 0.5$ mSv.
  - **Jatorri militarra.**
    ▲ 70–80 hamarkadan atmosferan egindako estanda nuklearrengatiko hauts erradioaktiboari dagokion urtero jasotako dosi baliokidea: $H = 0.005$ mSv.
  - **Jatorri industriala.**
    ▲ Txernobil-eko istripuari (1986) dagokion urteroko dosi baliokidea: $H = 0.002$ mSv.
    ▲ Gainontzeko zentral nuklearrei eta beste industria nuklearrari dagokion urteroko dosi baliokidea: $H = 0.0002$ mSv.

□ **Iturri guztietatik urtero hartutako dosi baliokidea:** $\boxed{\boldsymbol{H_{\text{osoa}} \sim 2.4\ \text{mSv}}}$

- **Hala ere, minbiziaren tratamenduan dosi handiagoak erabiltzen dira, baina denboran luzatzen bada eta oso fokalizatuta badaude, jasan daiteke, albo-ondorioak sortuko diren arren.**

ZTF-FCT

Gizakien gaineko efektuak

- Eragin nagusia: ADNa, proteinak, enzimak, etab., apurtu edota aldatu.
- Adibidea: zelulen zatiketa-ahalmena aldatuz, minbizia sor dezakete.
- Erradiazioe sentikorrenak diren zelulen artean, azido nukleikoak agertzen dira.
- Erradiazioak ***eragile mutagenikoak*** dira.
- Azkarren ugaltzen diren zeluak dira erradioazioe sentikorrenak:
  - Odolaren osagaiak sortzen dituzten organoak, bereziki, hezur-muina.
  - Hesteen barne-estalkia (ehun hau etengabe ari da ugaltzen).
- **Kontuz hurrengo isotopo erradoiaktiboekin!!!**
  - Plutonioa [Pu^{239} (α)]: aktibitate gutxikoa (periodo oso luzekoa), baina hezurretan kontzentratzen da.
  - Zesioa [Cs^{134} (β), Cs^{137} (γ)]: giharretan finkatzen da, baina bi urteren buruan zeharo desagertzen da (lehenengoa, bestea 20 urteren buruan).
  - Iodoa (I^{131}): tiroidean finkatzen da, baina bi asteren buruan zeharo desagertzen da.
  - Estrontzioa [Sr^{90} (β)]: kaltzioaren ordez sartzen da hezurretan, eta zaila da eliminatzea (28 urteko periodoa).

ZTF-FCT