

Magnetismoa

Magnetismoa

O. Ecenarro - J. Sáenz

`oscar.ecenarro@ehu.es` - `jon.saenz@ehu.es`

Eremu magnetikoa eta indar magnetikoa

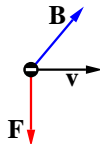
- ▲ Indar grabitatorioa eta elektrostatikoaz gain, badira indar magnetikoak:
 - Bi imanen artean (erakarpen-indarra edo urruntze-indarra).
 - Imana eta zenbait metalen (adibidez, burdina) artean.
 - Korrante elektrikoa eta zenbait metalen artean.
- ▲ Karga elektriko mugikorrak eta magnetismoaren artean lotura hestua dago.
- ▲ Leku batean partikula higikor batek jasango duen indarra adierazteko, $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ eremu magnetikoa erabiltzen da.



Lorentz-en indarra

- Karga higikor baten gaineko indarra, eremu elektrikoa eta eremu magnetikoa dagoen toki batean sartzean:

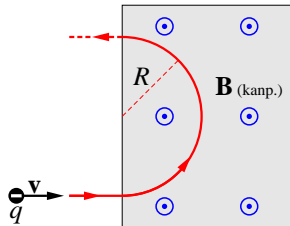
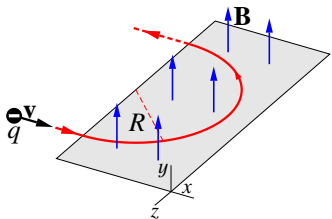
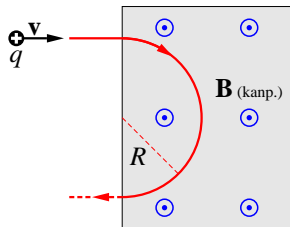
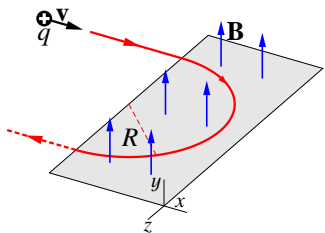
$$\mathbf{F} = q[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}]$$



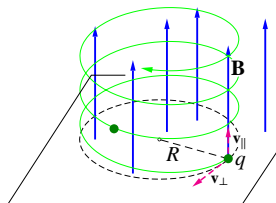
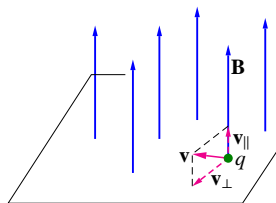
- $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ denean, indar elektrostatikoa dago soilik: $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$.
- \mathbf{B} eremu magnetikoa da.
- \mathbf{B} -ren unitateak: **Tesla**, $1 \text{ T} = 1 \text{ kg s}^{-1} \text{C}^{-1}$ (oso handia)
Gauss $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$
- Indar magnetikoaren propietateak ($\mathbf{E} = \mathbf{0}$ bada):
 - $\mathbf{v} \parallel \mathbf{B}$ denean, $\mathbf{F} = \mathbf{0}$
 - $\mathbf{v} \perp \mathbf{B}$ denean, higidura zirkularra ($\mathbf{B} = k\mathbf{te}$ bada).



Karga positibo eta negatiboen gaineko indarra



Indar magnetikoak sortutako higidura



- Baldintzak: $\mathbf{B} = k\mathbf{te}$ eta $q > 0$ ($\mathbf{E} = \mathbf{0}$).
- Abiadura osagaika: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$.
- \mathbf{v}_{\parallel} -rako : $\mathbf{F} = q\mathbf{v}_{\parallel} \times \mathbf{B} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{v}_{\parallel} = k\mathbf{te}$.
- \mathbf{v}_{\perp} -erako : $\mathbf{F} = q\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B} \neq \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{F} \perp \mathbf{v}_{\perp}$.
 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}_n \rightarrow |\mathbf{v}_{\perp}| = v_{\perp} = k\mathbf{te}$
- Higidura zirkular ‘uniformea’ dugu:

$$F = qv_{\perp}B = m\frac{v_{\perp}^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$

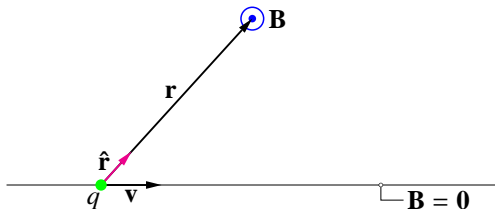
- Higidura zirkularraren periodoa:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

- Kasu orokorra: Higidura helikoidala.



Karga isolatu batek sortutako eremua

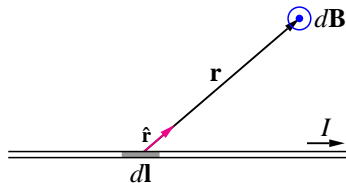


$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$ **hutsaren iragazkortasun magnetikoa** da.
- Abiaduraren norabidean, $\mathbf{B} = \mathbf{0}$.
- Abiaduraren norabide perpendikularrean, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{max}}$.
- Distantzia luzeetara, $B \propto 1/r^2$.



Korronteek sortutako eremu magnetikoa



- Hari eroale batean intentsitaterik badago, karga mugikorrek daude:

$$I = \frac{dQ}{dt} \rightarrow dQ = I dt \rightarrow \mathbf{v} dQ = I \mathbf{v} dt = I d\mathbf{l}$$

$d\mathbf{l}$ korrontearen (q^+ -ren) norabide eta noranzkoan.

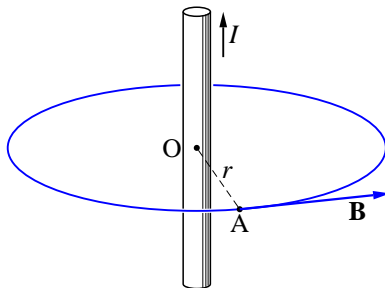
- Korronte-elementu horrek sortutako eremu magnetiko infinitesimala (**Biot eta Savart-en legea**):

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$



ZTF-FCT

Hari zuzen infinituak sortutako eremu magnetikoa



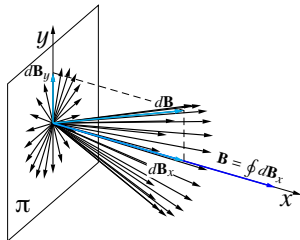
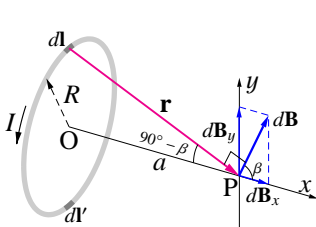
- Biot eta Savart-en legearen integrazioz:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- r : puntutik harirako distantzia
- I : haritik pasatzen den korrontearen intentsitatea



Espira zirkularrak ardatzean sortutako eremu magnetikoa



- Bakarrik ardatzeko puntuetan kalkulatu dugu eremua (Biot eta Savart-en legea erabiliz):

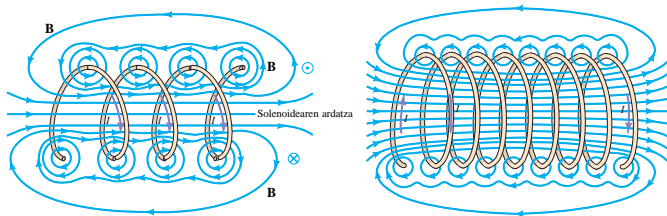
$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + a^2)^{3/2}} \quad (B_y = B_z = 0, \text{ simetriagatik})$$

- Ardatzeko puntu urrunetan ($a \gg R$ bada):

$$B_x \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2a^3}$$



Solenoid luzea



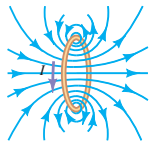
- Solenoid luzeak sortutako eremua:

$$B = \frac{\mu_0 I N}{L}$$

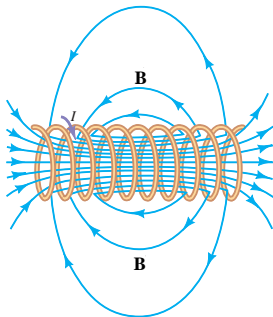
- Eremua solenoidaren ardatzaren norabidean dago
 - I : solenoidetik pasatzen den intentsitatea
 - N : solenoidaren begizta-kopurua
 - L : solenoidaren luzera
- Solenoida infinitua balitz, eremua uniformea litzateke bere barruan.



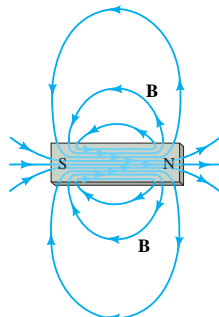
Eremu magnetikoko lerroak: adibideak



Begizta zirkularra

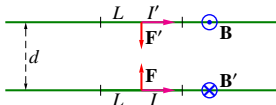
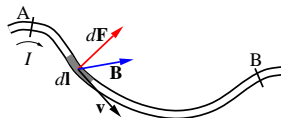


Solenoidea



Imana

Korronteen arteko indarra



- Korronte baten gaineko indarra \mathbf{B} eremu magnetiko batean:

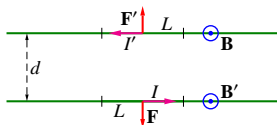
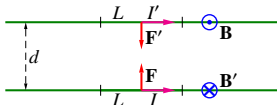
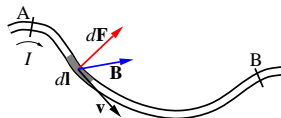
$$\mathbf{F} = I \int_A^B d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

- Biot-Savart-en legearen arabera eta L zatiaren gaineko indarra:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \quad \rightarrow \quad F' = \frac{\mu_0 I I' L}{2\pi d} \\ B' &= \frac{\mu_0 I'}{2\pi d} \quad \rightarrow \quad F = \frac{\mu_0 I' I L}{2\pi d} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \boxed{F = F'}$$



Korronteen arteko indarra



- Korronte baten gaineko indarra **B** eremu magnetiko batean:

$$\mathbf{F} = I \int_A^B d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

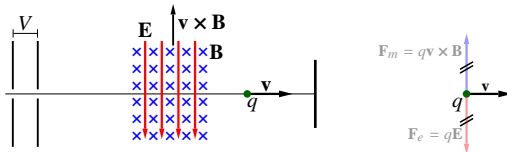
- Biot-Savart-en legearen arabera eta L zatiaren gaineko indarra:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \quad \rightarrow \quad F' = \frac{\mu_0 I I' L}{2\pi d} \\ B' &= \frac{\mu_0 I'}{2\pi d} \quad \rightarrow \quad F = \frac{\mu_0 I' I L}{2\pi d} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \boxed{F = F'}$$

- ...eta intentsitate baten noranzkoa aldatuz gero, alderantzikatu egiten dira indar bien noranzkoak, baina ez haien moduluak.



Abiadura-hautagailua

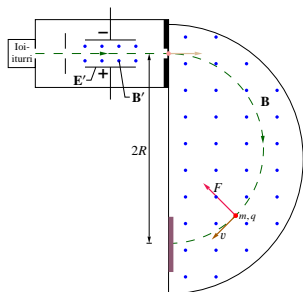


- Zenbait neurketa-tresnatan, emaitza fidagarria izateko, ezinbestekoa da ioien abiadurak berdinak izatea: abiadura-hautagailua.
- Lorentz-en indarraz baliatuko gara.
- Indar elektrostatikoa eta magnetikoa berdinak direnean, karga ez da desbideratuko.
- Karga (q) azeleratu egiten da V potentzial diferentziaren bitartez, eta \mathbf{E} eta \mathbf{B} eremuak dauden esparruan sartzean, \mathbf{F}_e eta \mathbf{F}_m indarrak jasaten ditu. Hauek berdinak direnean, ioiak ez dira desbideratzen.
- Ioien v abiadura hautatzeko (**sintonizatze**) baldintza hau da:

$$F_e = F_m \quad \rightarrow \quad qE = qvB \quad \rightarrow$$

$$v = \frac{E}{B}$$

Masa-espektrometroa



- Lagin bateko masa/karga arrazoi desberdineko ioiak edo isotopoak zehazten ditu.
- Laginak(isotopoak) ionizatu egiten dira eta abiadura-hautagailu batetik pasatu ondoren ($E' \perp B'$), $v = E' / B'$ abiadurako ioiak pasatzen dira soilik...
- ... eta B konstanteko gunera sartzen dira, non, $F \perp v$ izanik, ibilbide zirkularrak osatuko dituzte, v abiadura konstantez.

- Ibilbide zirkularren erradioak, ioien m/q arrazoiaren mende egongo dira:

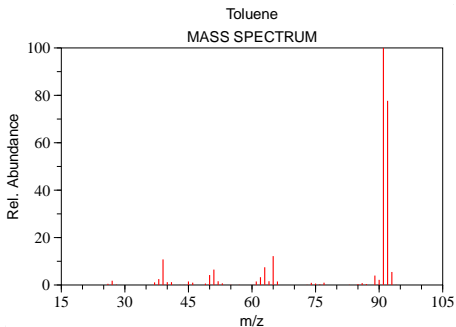
$$F = qvB = m \frac{v^2}{R} \quad \rightarrow \quad \boxed{R = \frac{mv}{qB}}$$

- Masa/karga arrazoi desberdineko ioiek erradio desberdineko ibilbideak osatuko dituzte: R neurtuz gero, m/q ateratzen da, v eta B ezagunak dira eta.



Masa-espektrograma (I)

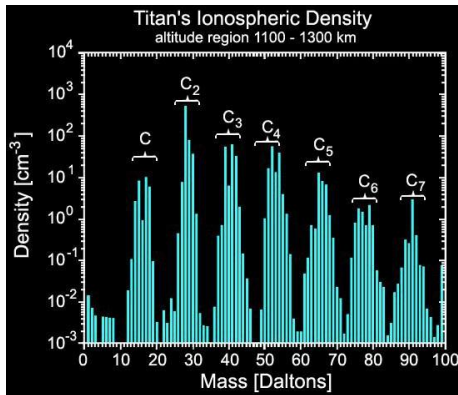
■ Toluenoari dagokion m/k espektrograma:¹



¹Iturria: NIST Chemistry WebBook (<http://webbook.nist.gov/chemistry>)

Masa-espektrograma (II)

- Saturnoko Titan sateliteko eguratseko masa-espektrograma:^{2,3}

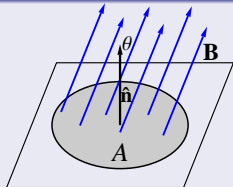


²Iturria: NASA - JPL - Michigango Unibertsitatea: Cassini Zunda

³Dalton (Da) = atomic mass unit (u) = 1.66×10^{-27} kg

Fluxu magnetikoa eta indar elektroeragile induzitua

Fluxu magnetikoa



- **Fluxu magnetikoa:** $\Phi = \int_A \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$
 \mathbf{B} = eremu magnetikoa, A = begiztaren azalera eta
 $\hat{\mathbf{n}}$ = bektore unitarioa, begiztarekiko elkarzuta.
- **Unitatea: weber (Wb)** ($1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$)

Faraday-Henry-ren legea

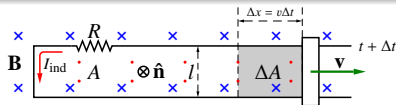
Fluxu magnetiko aldakorrak indar elektroeragilea sortzen du, fluxuaren aldaketa-abiaduraren proportziozkoa (adibidez, sorgailuetan):

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Lenz-en legea

Fluxu magnetiko aldakorrak induzitutako korronteak, fluxu induktorearen aldaketei aurre egiteko noranzkoa hartuko du.

Faraday-Henry-ren legearen adibide bat



- **B** eremu magnetikoa eta \hat{n} azalera-bektore unitarioa paraleloak izango dira, orriaren barrurantz.
- t aldiunean, begizta errektangeluarra zeharkatzen duen fluxua $\Phi = BA$ da.
- Δt denbora-tartea igaro ondoren, zirkuitua ixten duen elementua eskuinerantz desplazatu da, $\Delta x = v\Delta t$ distantzia.
- Fluxua-aldaketa denbora-tarte horretan hau da: $\Delta\Phi = B\Delta A = Blv\Delta t \dots$
- ... eta indar elektroeragile indusitua (eta R erresistentziatik igaroko den intentsitatea, moduluz), beraz:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -Blv \quad \rightarrow \quad \boxed{I_{\text{ind}} = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Blv}{R}}$$

- Sorturiko korrante indusituak bere eremu magnetikoa sortuko du (\cdot), aurreko fluxu-aldaketaren kontra jokatu duena (**Lenz-en legea**).

Lenz-en legea

