ZENBAKIZKO METODOETAN SAKONTZEA

INDUSTRIA TEKNOLOGIAREN INGENIARITZAKO GRADUA

2014KO UZTAILAK 5

Oharra: Azterketa atsedenik gabe egingo da eta 35 punturen gainean ebaluatuko da.

1.- Ondorengo taulako datuak $f(x)$ funtzio bati dagozkio:

x_i	0	1	1.5	11	11.5	12.5
y_i	0	1	0	0	1	0

3 dijitu esanguratsurekin lan eginez:

a) Diferentzien taula kalkulatu. **(1.5p)**

b) Idatzi $p_5(x)$ polinomioa Newton-en adierazpenean eta bere maila adierazi. Taulako datuetatik igarotzen den beste polinomio ezberdinen bat existituko al da? Zein mailakoa? **(1.5p)**

c) Zein zentzutan da hoberena Hörner-en algoritmoa polinomioak ebaluatzeko? **(0.5p)**

d) Ebaluatu $p_5(6.8)$ modurik hoberenean. **(1p)**

e) Idatzi $p_5(x)$ Lagrange-ren oinarri funtzioen bidez eta 6.8 puntuan ebaluatu.

$p_5(6.8)$=-15.0052… dela jakinik, ateratako emaitzan ezerk harritzen al zaitu? **(1.5p)**

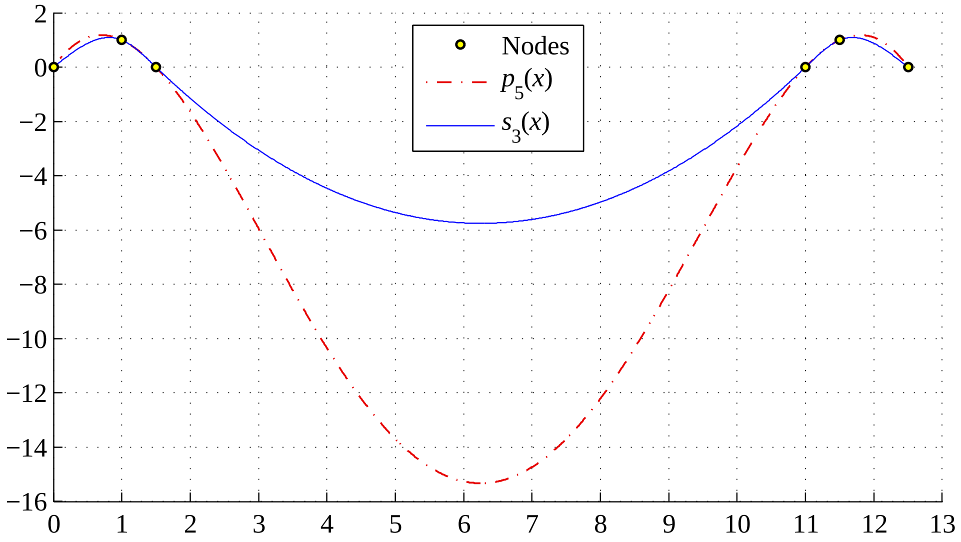
f) $f(x)$-en bi datu gehiago izango bazenitu, $f(6.8)$-en balioa $p_5(6.8)$-ren bidez hurbiltzerakoan egindako errorea estimatzeko egin beharreko kalkuluak deskribatu.

(1.5p)

g) $f(6.7)=0$ eta $f(6.9)=0$ badira, estimatu ezazu aurreko ataleko errorea inolako eragiketarik egin gabe. **(0.5p)**

2.- **a)** Azaldu zehaztasunez zein zentzutan diren hoberenak spline kubiko arruntak. **(2p)**

b) Komenta ezazu aurreko emaitza hurrengo grafikoarekin, non $p_5(x)$ eta $s_3(x)$ lehenengo ariketako taulako datuak betetzen dituzten interpolazio polinomioa eta spline kubiko arrunta diren, hurrenez hurren. **(1p)**



3.- *Gauss-en errore funtzioa*, probabilitate teorian, estatistika, deribatu partziealetako ekuazio diferentziak, etab. arlotan agertzen den ekuazio berezi bat da. Horrela definitzen da:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Bi nodoetako Newton-Cotes arau ireki konposatu bat erabiliz, erf(0.3)-ren balioa hurbildu bat lortu nahi dugu:

a) Arau sinplearen pisuak kalkulatu, nodoen arteko h distantziaren funtzioan. **(1p)**

b) Arau sinplearen errore gaia kalkulatu. **(1p)**

c) Arau konposatuaren errore gaia kalkulatu, emandako pausuak justifikatuz. **(1p)**

d) $\exp(-t^2)$ funtzioaren bigarren deribatua [0,0.3] tartean gorakorra dela jakinik, zenbat N azpitartek ziurtatuko dute $5\cdot 10^{-4}$ baino txikiagoko errore absolutua? **(1p)**

e) Azpitarte kopuru horrekin, kalkula ezazu erf(0.3)-ren balioa 5 hamartarrekin. **(1p)**

f) Borna ezazu aurreko atalean egindako errorea. Balio zehatza $\operatorname{erf}(0.3) = 0.32862675946...$ dela jakinik konproba ezazu emandako bornaketa betetzen dela. **(1p)**

g) Balio zehatza eta metodoaren konbergentzia ordena erabiliz, estima ezazu $N = 4$ azpitarterekin lortuko genukeen balioa. **(1p)**

h) “Zehaztasun bikoitzeko” aritmetikaren IEEE 754 estandarrak 16 zifra esanguratsu erabiltzen ditu (ez dira 16 zehazki eragiketak 2-ko oinarrian egiten baitira). Kalkula ezazu zenbat N azpitarte behar dira 10^{-16} baino txikiagoko errore absolutua ziurtatzeko. Emaitzaren ondorio praktikoren bat atera. **(1p)**

4.- **a)** Ondorioztatu deribazio formula baten biribiltze errorearen hedapen faktorearen adierazpena $f^{k)}(z)$-ren kalkulurako. **(4p)**

b) $f(z)$ funtzioak z, $(z+2h)$, eta $(z-2h)$ puntuetan duen balioak erabiliz, lortu $f''(z)$ erarik zehatzenean hurbilduko duen formula bat. **(2p)**

c) Kalkula ezazu errore gaia. Zein ordenakoa da lortutako formula? **(2p)**

d) Kalkulatu h-ren tamainarik hoberena ateratako formulan $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ funtziorako. **(2p)**

(Beste orrialde bat dago)

5.- a) Konprobatu honako problemak soluzio bakarra duela [0,0.5] tartean:

$$\begin{cases} y' = (1+x)y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$ **(1p)**

b) Ondorengo taulako balioak hartuz:

x_i	y_i	f_i
0	1	1
0.1	1.11071	1.22178
0.2	1.24608	1.49530
0.3	1.41199	1.83559

Aplikatu Adams iragarle-zuzentzaile metodoa aurreko problemako soluzioaren bi puntu gehiago kalkulatzeko $h = 0.1$ balioarekin. Puntu bakoitzean, $P(EC)^S E$ eskema erabiliz, soluzioaren kalkuluan 10^{-4} zehaztasuna lortzeko behar diren iterazioak egin. 5 zenbaki hamartarrekin egin eragiketak.

Iragarlea: 4 pausutako Adams-Bashforth:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}\left[55 f_n - 59 f_{n-1} + 37 f_{n-2} - 9 f_{n-3}\right]$$

Zuzentzailea: 3 pausutako Adams-Moulton:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}\left[9 f_{n+1} + 19 f_n - 5 f_{n-1} + f_{n-2}\right]$$ **(5p)**

DENBORA: 3 ordu