

# KUDEAKETAREN ETA INFORMAZIO SISTEMEN INFORMATIKAREN INGENIARITZAKO GRADUA

## MATEMATIKA DISKRETUA

2012-ko urtarrilaren 27a

### 1. ARIKETA

1.- Aztertu honako proposizio hauek tautologiak diren ala ez:

$$(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \vee q \rightarrow r))$$

$$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow q \wedge r)$$

2.- Estatistikako azterketa batera 4 talde desberdineko ikasleak aurkeztu dira:

A taldea: 80 ikasle, hauetariko %35 emakumeak dira

B taldea: 72 ikasle, hauetariko %25 emakumeak dira

C taldea:  $k$  ikasle, hauetariko %80 gizonak dira

D taldea: 60 ikasle, hauetariko %85 gizonak dira

Areto nagusian biltzen dira eta zoriz bat aukeratzen da azterketa banatzeko, hau emakumea suertatuz. D taldekoa izateko probabilitatea  $9/68$  bada, zenbat ikasle daude C taldean?

3.- Kontsidera dezagun  $A = \{6, 10, 12, 18, 21, 40, 441, 1323\}$  multzoa, non honako erlazioa definitu baita:

$$x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x \text{ eta } y \text{ zenbakiek zatitzaile lehen berdinak dituzte}$$

Froga ezazue  $\mathcal{R}$  baliokidetasun-erlazioa dela  $A$  multzoan eta lortu baliokidetasun-klaseak.

4.- Izan bitez  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  aplikazioak honela definituta:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 5 & x = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = x^2 + 2$$

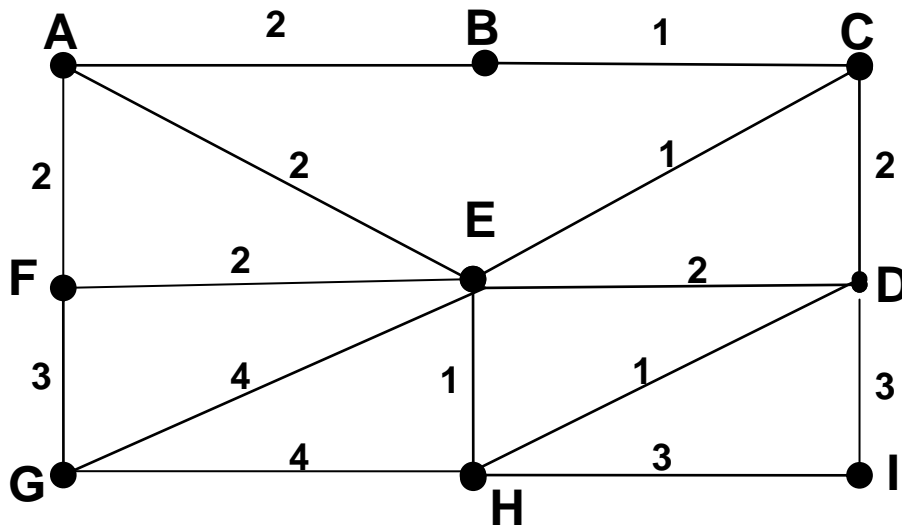
- Aurkitu  $f$  eta  $g$  funtzioen izate-eremuak eta irudi-multzoak.
- Sailkatu  $f$  eta  $g$ .
- Aurkitu  $f \circ g$  eta  $g \circ f$ , eta hal bada,  $f^{-1}$ ,  $g^{-1}$ .

### 2. ARIKETA

1.- Indukzio-metodoa erabiliz, frogatu ezazue honako hau:

$$3 + 3.5 + 3.5^2 + \dots + 3.5^n = \frac{3 \cdot 5^{n+1} - 1}{4} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

2.- Izan bedi G grafo haztatua honela adierazita:



A) Arkuen pisuak kontuan izan gabe:

- Arrazoitu g leuna bada, eta baieztatu Euler-en formula.
- Aurkitu A-tik I-rako bide bat bidezidorra ez dena, A-tik I-rako bidezidor bat ibilbidea ez dena eta A-tik I-rako ibilbide bat.
- Aurkitu A-tik A-rako bide itxi bat zirkuitua ez dena, A-tik A-rako zirkuitu bat zikloa ez dena eta A-tik A-rako ziklo bat.
- Eraiki 8 erpin dituen G-ren H azpigrafo bat, E erpina barnean duena, eta bidezidor eulertarra duena. Zehaztu bidezidor hori.

B) Kruskal-en algoritmoa erabiliz, kalkulatu G grafo haztatuaren T zuhaitz estaltzaile minimala.

**3.-** Kontsidera dezagun honako diferentzietako ekuazio hau:

$$y(k+4) - 3y(k+3) - 3y(k+2) + 11y(k+1) - 6y(k) = 0 \quad \forall k \in \mathbb{N} \quad (1)$$

a.- Aurkitu aurreko ekuazioaren soluzioen funtsezko multzo bat.

b.- Aurkitu (1)-en soluzio orokorra.

c.- Aurkitu  $y(0) = 2$ ,  $y(1) = -1$ ,  $y(2) = 5$ ,  $y(3) = -7$  hastapen-baldintzak egiaztatzen dituen soluzio partikularra.