

**KUDEAKETAREN ETA INFORMAZIO SISTEMEN INFORMATIKAREN
INGENIARITZAKO GRADUA**

MATEMATIKA DISKRETUA

2011-ko urtarrilaren 10a

1. ariketa

1.- Ikus ezazue honako proposizio hauek tautologiak diren ala ez:

$$((\neg p \rightarrow q) \vee (\neg q \rightarrow r)) \rightarrow (\neg r \rightarrow (p \vee q))$$

$$((\neg p \rightarrow q) \vee (\neg q \rightarrow r)) \rightarrow ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow r)$$

2.- Izan bedi $Q(x, y)$ honako sententzia hau: " $x + y = x - y$ ". Bi aldagaien izate-eremua zenbaki osoen multzoa bada, zein dira honako sententzien egia-balioak?

a.- $Q(1, 1)$

d.- $\exists x Q(x, 2)$

b.- $Q(2, 0)$

e.- $\exists y \forall x Q(x, y)$

c.- $\forall y Q(1, y)$

f.- $\forall x \forall y Q(x, y)$

3.- Celofania herrialdean hil-zigorra duten presoek azken aukera bat dute salbatzeko.

Honako konfigurazioa duten 3 kutxa jartzen dira: 1. kutxan 5 bola zuri eta beltz bat daude, 2. kutxan 4 bola zuri eta 2 beltz daude, eta 3. kutxan 3 bola zuri eta 3 bola beltz daude.

Begiak estalita kutxa bat aukeratuko du eta bola bat aterako du. Zuria den kasuan hil-zigorra saihestuko du. Zein da salbatzeko probabilitatea?

(10 puntu)

2. ariketa

1.- Kontsidera dezagun \mathbb{N} gainean definitutako honako erlazio bitar hau:

$$x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x + y \text{ bikoitia da}$$

Froga ezazue baliokidetasun-erlazioa dela.

Zenbat baliokidetasun-klase daude? Aurkitu, ahal bada.

$x \mathcal{R} y \Leftrightarrow x + y$ bakoitia da, erlazioa kontsideratuz gero, baliokidetasun-erlazioa da?

2.- Izan bedi E multzoa 50 baino txikiagoak diren zenbaki arruntek osatzen dutena. Kontsidera ditzagun E-ren honako azpimultzo hauek:

$$A = \{x \in E / x \text{ bikoitia da}\}$$

$$B = \{x \in E / x \text{ 5-en multiploa da}\}$$

$$C = \{x \in E / 10 \leq x \leq 30\}$$

Aurkitu: $A \cap B$, A^c , $A \cup C$, $A \cap B \cap C$, $C^c \cap B$, $B - A$.

3.- Indukzio-metodoa erabiliz, frogatu ezazue $4^{2n+1} + 3^{n+2}$ zenbakia 13-ren multiploa dela $\forall n \in \mathbb{N}$.

(15 puntu)

3. ariketa

1.- Familia bat aitak, amak, seme batek eta alaba batek osatzen dute. Erabakiak hartzerakoak honela jotzen dute:

a.- Aita ez badago, besteek boto bana dute, baina erabaki bat onartzeko amak baiezkota eman behar du eta botoen gehiengoa izan. Kalkulatu egoera hau adierazten duen funtzio boolear bat. Kalkulatu baita ere harekin elkartutako zirkuiturik sinpleena.

b.- Aita dagoenean egoera aldatu egiten da.

Erabaki bat onartzeko aitak eta amak baiezkota eman behar dute edo gehiengoak egon behar du ados. Kalkulatu egoera berria adierazten duen funtzio boolearra.

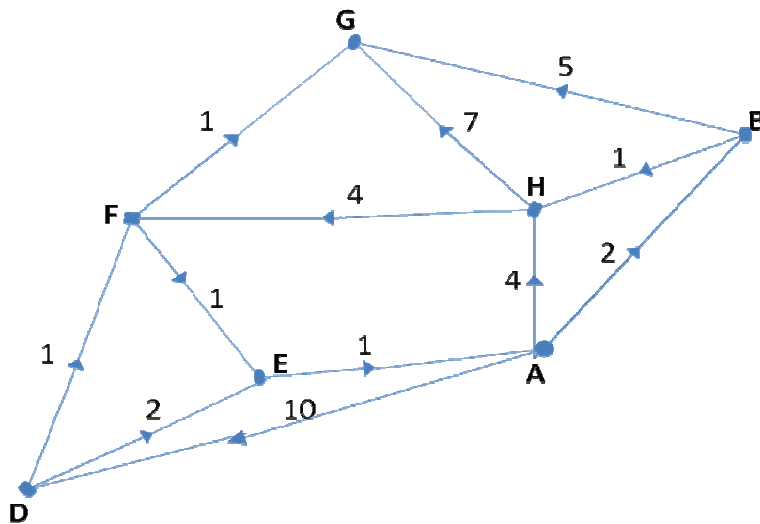
2.- Kalkulatu honako ekuazio boolearren sistema egiaztatzen duten x, y, z, t, u aldagaien balioak:

$$\begin{cases} x + y \cdot t + \bar{z} = 1 \\ x \cdot u + z + t \cdot \bar{y} = 0 \\ x \cdot \bar{z} + y = 0 \\ \bar{u} \cdot \bar{y} + x \cdot t = 0 \end{cases}$$

(10 puntu)

4. ariketa

Izan bedi G honako grafo hastatua eta zuzendua:



Grafoan hiri-bikoteen arteko bidaia-bideak adierazten dira eta (X, Y) arkuaren pisua X hiritik Y hirira joateko behar den egaldi-denbora izango da. Adibidez, B-tik G-ra joateko 5 ordu behar dira, baina B-tik E-ra ez dago hegaldi zuzena.

a.- Dijkstra-ren algoritmoa erabiliz kalkulatu A hiritik beste hiri guztietara dagoen bide laburrena.

b.- Adierazi G grafoaren iturriak eta isurbideak.

c.- Zein da G grafoaren zenbaki kromatikoa? (Arrazoitu erantzuna)

d.- Pisuak eta geziak kontuan hartzen ez badira :

1.- Arrazoitu G grafo leuna bada eta baiezkoan konprobatu Euler-en formula.

2.- Izan bedi G grafoan **A** erpina ezabatuz lortutako H azpigrafoa.

Arrazoitu H azpigrafoak zirkuitu edo bide euleriar bat badu eta baiezkoan aurkitu.

(15 puntu)