1) BANAKETARI BURUZKO HIPOTESIAK. FROGA EZ PARAMETRIKOAK. DATU KATEGORIKOAK.

1.-PEARSONEN X^2-aren ONTASUN DOIKETA FROGA.

Helburua: Kolektibo batek banaketa jakin bat jarraitzen duen egiaztatzea.

- "x" aldagaiaren definizio eremua "k" azpitartean banatu.
- Honako balioak kalkulatu

  BM: laginaren behatutako maiztasuna.

  PT: probabilitate teorikoa.

  MT: maiztasun teorikoa $MT_i = N x PT_i$

  W: balio kritikoarekin alderatuko dugun balioa

  $\sum \frac{(BMi - MTi)^2}{MTi}$

- Alderaketa diseinatu

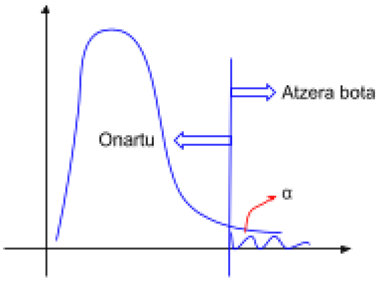
  $X^2(n)$: n=k-r-1

  k: klase kopurua

  r: balioztatu behar izandako balioa

  W < $X^2(n)$: Onartu

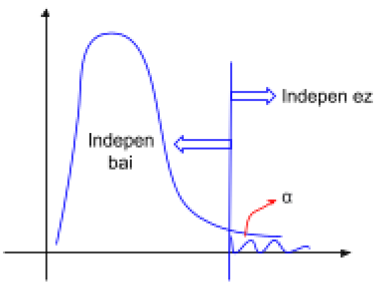
  W > $X^2(n)$: Baztertu



2.- PEARSONEN X^2-aren INDEPENDENTZIA ALDERAKETA

Helburua: kolektibo bateko bi irizpideen elkarrekiko independentzia egiaztatzea.

- Sailkatzen irizpideak definitu (lerro-irizpidea eta zutabe irizpideak)
- Dagozkien maila definitu irizpide bakoitzarentzat
- N elementuz osaturiko lagin bat hartu eta bi irizpideen arabera behaturiko maiztasun taula osatu
- Maiztasunak berriro kalkulatu, laginaren datuak erabilita, baina irizpideak independienteak direla suposatuz $PTij = \frac{Tli}{N} \times \frac{Tzi}{N}$ $MTij = \frac{Tli \times Tzi}{N}$
- Kalkulatu W $\sum\sum \frac{(BMi - MTi)^2}{MTi}$
- Erabaki

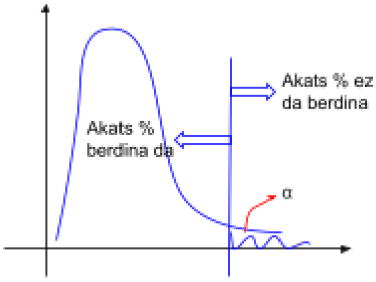


3.-PEARSONEN X^2-aren HOMOGENEOTASUNA ALDERAKETA

Helburua: Irizpide bat zenbait kolektibo ezberdinetan homogeneoa den alderatzea

Askatasun metodologia bera jarraitu behar da.

- Berdin dio irizpidea edo kolektiboa zutabeetan edo lerroetan jartzea
- Kolektibo ezberdinetakoak ez dute tamaina berdina izan behar



2) PROZESUEN KONTROL ESTATISTIKOA

1.-KONTROLAREN KALITATEA

Bi kontrol mota bereizten dira kontrola egiten den unearen arabera:

- Prozesuen kontrola: prozesua martxan dagoela aldiro kontrolak egiten zaizkio. Informazioa lortzen da eta arazoak detektatzeaz gain hobekuntzak egiteko aukerak ere antzematen dira.
- Azken kalitatearen kontrola: produktuei egiten zaie kontrola, hauek amaituta daudenean produktuek espezifikazioak betetzen dituzten ala ez bilatzen da soilik.

2.-PKE-ren OINARRIAK

Edozein ekoizpen prozesuak aldakortasun maila dauka bi zergatik mota ezberdinek eraginda:

ZERGATI ARRUNTAK	ZERGATI BEREZIAK
- Garrantzi txikiko aldakortasuna - Aldakortasun egonkorra - Aurreikusten da (badago eta onartzen dugu: TOLERANTZIA)	- Garrantzi handiko aldakortasuna - Aldakortasun ezegonkorra - Ezin dugu aurreikusi

PKE-ren helburua: aldakortasuna zergati arruntek bakarrik eraginda dela ziurtatzea da, zergati bereziak lehenbailen detektatuz.

Prozesuan zer kontrolatzen dugunaren arabera 3 kontrol mota daude:

- Aldagaien bidezko kontrola: neurgarria den ezaugarri bat neurtu eta ezarritako estandar batekin aldaratu egiten da (temperatura, luzera, presioa,...) .

$$X — N(mp,\ \sigma p) \rightarrow \overline{X} — N(mp, \frac{\sigma p}{\sqrt{n}})$$

- Ezaugarrien bidezko kontrola: produktuen kalitatea ezaugarri kualitatiboren bat duen ala ez aztertzen da (ona edo txarra).

$$X — B(n, p)$$

- Akats kopuruen bidezko kontrola: produktu jarraituetan eta ezaugarri kualitatiboak eremu unitateko zenbat aldiz agertzen diren kontrolatzen da.

$$X — P(\lambda)$$

Aldagaien bidezko kontrola informazio gehien ematen duena da, produktua ona edo txarra del izateaz gain, akatsaren tamaina ere ezagutzera ematen duelako. Aldiz, beste biak erosoago edo merkeagoak dira.

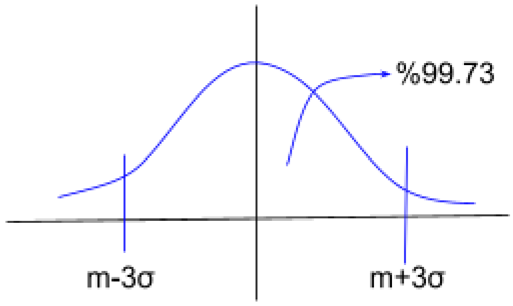
3.-ALDAGAIEN BIDEZKO KONTROLA

3.1.-Oinarriak

- Kalitatea neurtu daiteken x aldagaiaren bidez definitzen da.
- Aldakortasuna dela eta, x produkturik produktura aldatuz doa, beraz zorizko aldagaia.
- Prozesua kontrolpean dagoenean; hots, zergati arruntak bakarrik daudenean, x-ak banaketa normala jarraitzen du.
- Kontrolpean beraz (mp-3σp.....) tartean piezek %99,73
- 6σ irizpidea: Irizpide honekin lan egitean piezen %99,73 onak izango direla suposatu behar da.
- Kontrola nola egiten da? Aldiro lagin bat hartu behar da eta ondoko bi hipotesi alderaketak egin behar dira:

H_0: m=mp
H_1: m≠mp

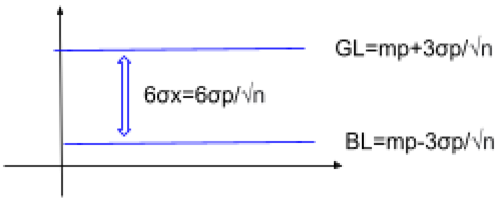
H_0: σ=σp
H_1: σ≠σp

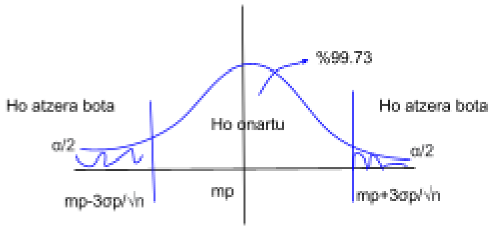


3.2.-Kontrol grafikak parametroak ezagunak direnean

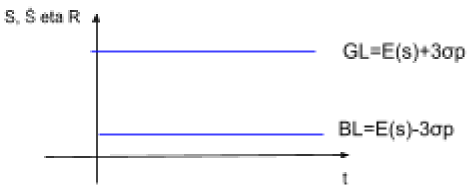
Aipatutako hipotesiak sistematikoki frogatzeko tresnak dira. Grafikoak eginak ditugunean ez dugu lan osoa behin eta berriro egin behar.

- <u>Batazbesteko grafikoa:</u> batazbestekoaren alderaketa egiten da edozein unetan gure prozesuak uste bezela mp bataz bestekoarekin ari dela ziurtatzeko. Prozesua kontrolpean badago.





- <u>Sakabanatzearen grafikoa (S, Ŝ edo R):</u> prozesu berdina. n≤5 denan R erabili derrigorrez, bestela guk aukeratuko dugu zein erabili (azterketan berak esango du zein).



Sakabanatzearen beheko limitea (BL)-ren inguruan edota kanpoan egotea sistemaren sakabanatzea txikitu egin dela adierazten du. Beraz, prozesua hobera doala esan nahi du. (hobetu).

3.3.-<u>Kontrol grafikak parametroak ezezagunak direnean</u>

Orokorrean hasieran kontrolpean mp eta σp ezezagunak dira. Nola egin orduan grafikoak? Mp eta σp balioztatu behar ditugu aldez aurretik. Tarte erregularretan n tamainako 20-25 lagin hartu une bakoitzean prozesua kontrolpean dagoela ziurtatuz (zergati berezirik ez) .

k:lagin kopurua (20-25)
n: lagin tamaina

Lagina/Neurria	1	2	3	j	...	k
1 2 . . .						
i				Xij		
n						
$\overline{X}$				$\overline{Xj}$		
S, Ṡ edo R				Sj		

- $\overline{Xj} = \frac{X1j + X2j + ... + Xnj}{n}$ $\overline{\overline{X}} = \frac{\Sigma \overline{X}}{k}$
- $S = \frac{(X1j - \overline{Xj})^2 + (X2j - \overline{Xj})^2 + ... + (Xnj - \overline{Xj})^2}{n}$ $\overline{S} = \frac{\Sigma Sj}{k}$
- $Rj = max(Xij) - min(Xij)$ $\overline{R} = \frac{\Sigma Rj}{k}$
- $\dot{S} = \frac{(X1 - \overline{X})^2 + (X2 - \overline{X})^2 + ... + (Xn - \overline{X})^2}{n}$ $\overline{\dot{S}} = \frac{\Sigma \dot{S}j}{n}$

- $\overline{X}/S$

$\overline{X}$:

$$GL = \overline{\overline{X}} + 3\frac{\overline{S}}{C2\sqrt{n}}$$
$$EL = \overline{\overline{X}}$$
$$BL = \overline{\overline{X}} - 3\frac{\overline{S}}{C2\sqrt{n}}$$

S:

$$GL = B4 \times \overline{S}$$
$$BL = B3 \times \overline{S}$$

- $\overline{X}/R$

$$GL = \overline{\overline{X}} + 3\frac{R}{d2\sqrt{n}}$$
$$GL = D4 \times \overline{R}$$

$\overline{X}$: $EL = \overline{\overline{X}}$

$BL = \overline{\overline{X}} - 3\frac{R}{d2\sqrt{n}}$

R:

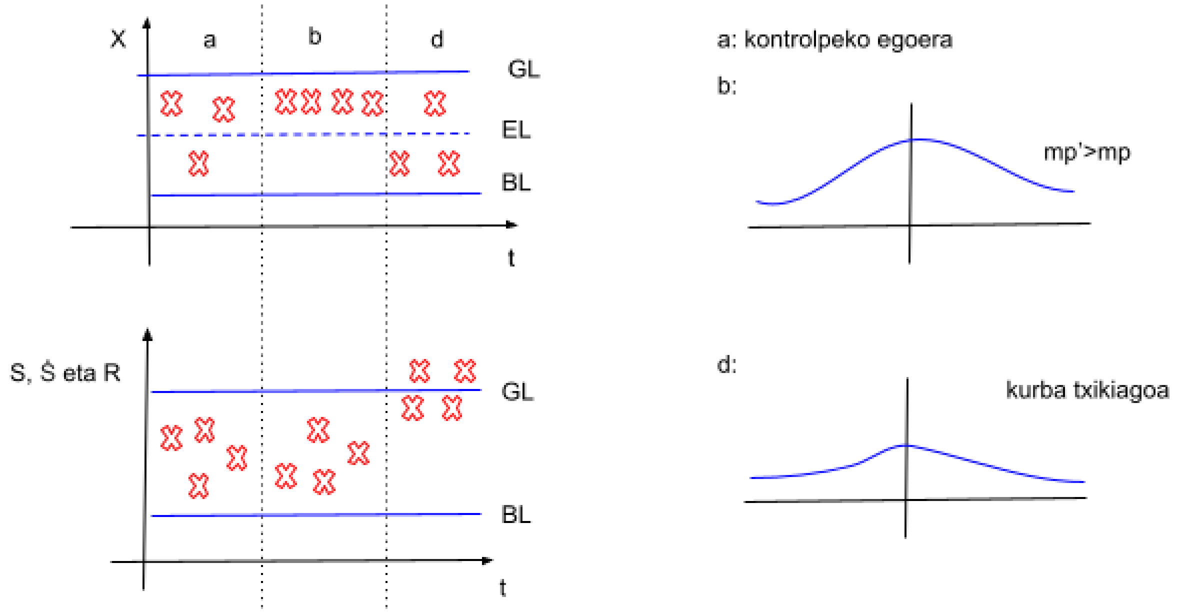
$BL = D3 \times \overline{R}$

mp eta σp balioztatzeko erabilitako laginen bat, kalkulatutako limiteetaik kanpo baldin badago, lagin hori ezabatu eta prozesu guztia errepikatu behar da.

Hobe da desbideratzearen limiteak kalkulatu lehendabizi; izan ere, desbideratzea desorekatu bada, batezbestekoaren grafikoak ere somatzen da, baina alderantziz ez da beti gertatzen.

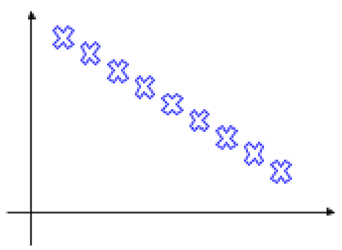
3.4.-<u>Kontrol grafikoen interpretazioa</u>

Denboran zehar hartutako lagunek prozesuaren historia erakusten digute zer gertatu den eta zer gertatzen ari den, alegia.

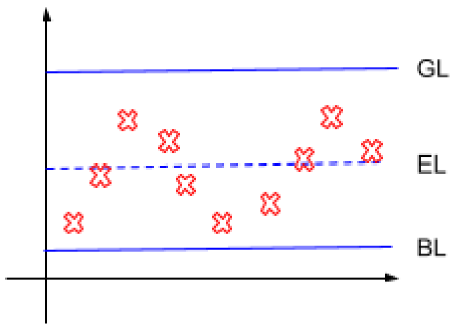


Desbideratzearen aldaketa grafika bietan somatzen da, horregatik batazbestekoaren grafikoak puntuak limitearen inguruan egoteak bi arrazoi izan ditzake: mp aldatu dela edo σp aldatu dela.

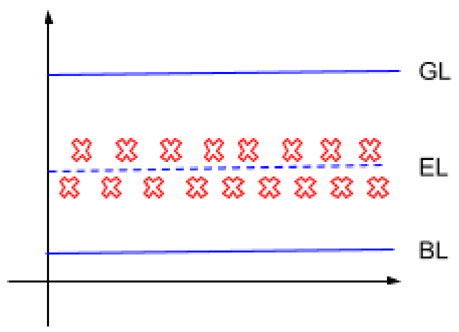
1) JOERAK (RATXAK)



2) PERIODIKOTASUNA (ZIKLOAK)



3) GAINOREKA (SOBRESTABILIDAD)

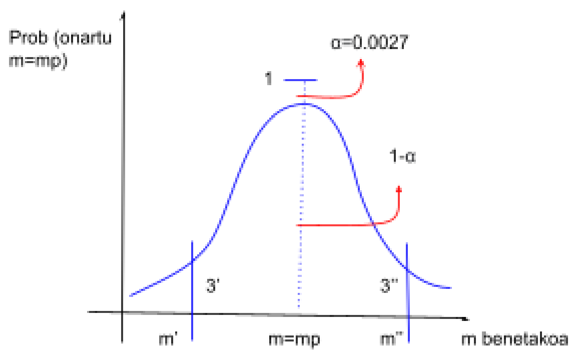


Gerta daiteke neurtzeko gailua apurtuta egotea, neurketa metodoa txarra izatea edo langileak datuak asmatzea.

3.5.-<u>Kontrolaren kalitatea: erroreak eta operazio kurbak</u>

		ERREALITATEA	
		KONTROLPEAN	KONTROL KANPO
KONTROLAREN ERABAKIA	ONARTU	1-α konfiantza	II motako errorea: β eroslea
	ATZERA BOTA	I motako errorea: α ekoizlea	1-β potentzia

<u>Operazio kurbak:</u> Kontrolaren fidagarritasuna adierazten duten kurbak dira, prozesuaren egoera ezberdinetan kontrola erratzeko duen probabilitatea ematen digute.



KONTROLPEAN: X—N(mp, σp)

$$GL = mp + \frac{3\sigma p}{\sqrt{n}}$$ Prob (m=mp onartu) = P (BL<$\overline{X}$<GL)

$$BL = mp - \frac{3\sigma p}{\sqrt{n}}$$ Prob (m=mp atzera bota) = 1-P (BL<$\overline{X}$<GL)

3.6.-<u>Prozesuen gaitasuna</u>

Orainarteko kontrola prozesua kontrolpean dagoen ala ez balio du, baino ez digu esaten bezeroen eskakizunak betetzeko gai den ala ez.

- <u>Gaitasuna:</u> Prozesuak eskakizun jakin batzuk betetzeko ahalmena. GT irizpidea erabiltzen badugu, prozesua gai bada piezen %99,73 bezeroaren tolerantzi tartean ekoiztuko ditu.
- <u>Tolerantzi-tartea:</u> Ezaugarriak har dezakeen balio multzoa non produktua ontzat jotzen den. GP goiko perdoia da eta BP beheko perdoia. Prozesuaren gaitasunaren azterketa, prozesua bera bezeroak nahi duenarekin alderatzean datza.
- <u>Gaitasun Indize Potentziala (GIp):</u> Prozesuak piezen %99,73 tolerantzi tartea baino txikiagoa den tarte batean ekoizteko ahalmena.

$$GIp = \frac{GP-BP}{6\sigma p}$$

  Beraz prozesua potentzialki gai izango da GIp>1 denean.
- <u>Gaitasun Indizea:</u> gai izango da GI>1 denean.

$$GI = MIN(\frac{mp-BP}{3\sigma p}, \frac{GP-BP}{3\sigma p})$$

Prozesuaren kontrolpeko bataz besteko eta bezeroaren balio nominalak berdinak direnean prozesua zentratua dagoela esaten da eta GI=GIp

<u>4.EZAUGARRIEN BIDEZKO KONTROLA</u>

Kontrol hau erabiltzen da kalitatea aldagai binomial baten bidez definitzen denean. Ez da aldagaiaren balio bat definitzen, baizik eta ezaugarri bat agertzen den ala ez (normalean ea akatsa dagoen edo ez).

X—B(n, p)

X: laginaren akats kopurua n: lagin tamaina p: prozesuaren akats kopurua

Kontrola hipotesiaren alderaketaren bidez egiten da.

H_0: p=po

H_1: p≠po ⤻ ezaugarria akastuna izatea bada, p>po

Bi modu daude:

- <u>Laginaren akats kopurua kontrolatuz:</u> X—B(n, p) → LTZ → X—N(np, √npq)

$$GL = npo + 3\sqrt{npoqo}$$

X: $EL = npo$

$BL = npo - 3\sqrt{npoqo}$

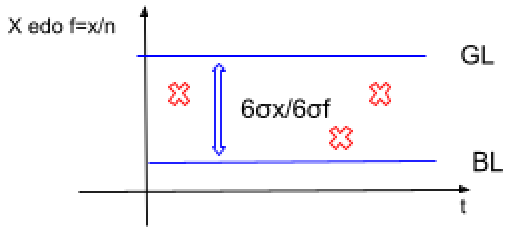
- Laginaren akats proportzioa kontrolatuz: X—B(n, p) $\rightarrow$ LTZ $\rightarrow$ X—N(np, √npq)

$f = \frac{x}{n} \rightarrow f$—N(p, √pq/n)

f: $GL = po + 3\sqrt{poqo/n}$

$EL = po$

$BL = po - 3\sqrt{poqo/n}$



Nola egin grafikak kontrolpeko parametroa ezezaguna denean? Aldagaien bidezko kontrolan bezala aldez aurretik balioztatu beharko dugu. 20-25 lagin atera ustezko kontrolpeko egoeran gaudela ziurtatuz.
Aukera ematen badigute erosoagoa da akats kopurua erabiltzea, proportzioa baino.

5.-AKATS KOPURUEN BIDEZKO KONTROLA

Akats kopurua kontrolatzen da baina eremu unitateko. X aldagaiak Poisson banaketa jarraitzen du eta prozesua kontrolpean dagoenean λo konstantearekin egingo du lan. Aurreko bi kasuetan bezala, kontrolpeko parametroa ezezaguna bada, ohiko metodoarekin balioztatu beharko dugu eta ondoren grafikoaren limiteak kalkulatu.

Bi kontrol mota daude:

- **Lagin tamaina konstantea denean**

1) n konstantea eta laginaren akats kopurua kontrolatua: X—P(λ) $\rightarrow$ LTZ

W: laginak = X1 + X2+ … + Xn $\rightarrow$KONBULAZIO PROPIETATEA$\rightarrow$ W—P($\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda n$)

W—P(nλ), baina nλ > 5 denez, LTZ $\rightarrow$ W—N (nλ, √nλ)

W: $GL = n\lambda o + 3\sqrt{n\lambda o}$

$EL = n\lambda o$

$BL = n\lambda o - 3\sqrt{n\lambda o}$

$$\lambda o = \frac{akats\ totalak}{eremu\ totalak} = \frac{\Sigma kx}{n \times k}$$

2) n konstantea eta laginaren batazbestekoa kontrolatua: X—P(λ)

Baina λ> 5 denez $\rightarrow$ LTZ $\rightarrow$ X—N (λ, √λ) eta $\overline{X}$—N(λ, √λ/n)

$\overline{X}$: $GL = \lambda o + 3\sqrt{\lambda o / n}$

$EL = \lambda o$

$BL = \lambda o - 3\sqrt{\lambda o / n}$

$$\lambda o = \frac{akats\ totalak}{eremu\ totalak} = \frac{\Sigma Wi}{n \times k}$$

- **Lagin tamaina aldakorra denean:** lagin bakoitzaren eremu unitateko batazbesteko akats kopurua.

$$GL = \overline{\lambda o} + 3\sqrt{\overline{\lambda o}/\overline{n}}$$ $$\overline{\lambda o} = \frac{akats\ totalak}{eremu\ totalak} = \frac{\Sigma W}{\Sigma n}$$

$\frac{W}{n}$:

$$BL = \overline{\lambda o} - 3\sqrt{\overline{\lambda o}/\overline{n}}$$

3) AZKEN KALITATEAREN KONTROLA

1.-SARRERA

Kontrol hau aplikatzen zaie lehengaileei, erdibideko produktuei eta amaierako produktuei.

Produktuei egiten zaie kontrola, eskatutako kalitate ezaugarriak betetzen dituzten ala ez ikusteko. Prozesuen kontrol estadistikoan bezala, hemen ere 3 kontrol mota egin daitezke: aldagaien bidezko kontrola, ezaugarrien bidezko kontrola (hau bakarrik emango dugu: binomiala) edo akats kopuruen bidezko kontrola.

Kalitate arduradunak erabaki behar duen lehenengo gauza ikuskapenaren maila izango da. Ohikoena laginketa egitea bada ere, erabakia joan daiteke %100 ikuskatzetik bat ere ez ikuskatzeraino. Irizpide ekonomikoari bakarrik begiratuta, ausnarketa hau egin daiteke.

- N: sortaren tamaina
- Pa: akats proportzioa
- Ki: ikuskatzearen banakako kostua (pieza bat ikuskatzea zenbat balio duen)
- Ka: pieza akastun batek eragiten duen kostua

Noiz erabakiko dugu %100-ko ikuskatzea erabiltzea? %100 ikuskatzearen kostua, %0 ikuskatzearen kostua baino txikiagoa denean. $(N \times Ki) < (N \times Pa \times Ka) \rightarrow Pa > \frac{Ki}{Ka}$

2.-LAGINKETA PLANA: EZAUGARRIEN BIDEZKO KONTROLA

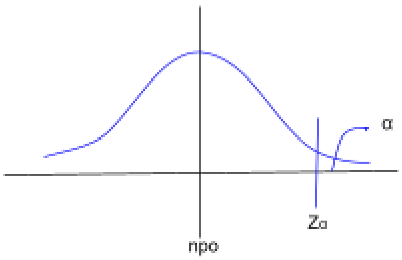
Zer da laginketa plan bat diseinatzea? n eta k balioak kalkulatzea non ‘x’ lagineko akats kopurua den, ‘n’ lagin tamaina eta ‘k’ balio kritikoa. x > k bada, sorta baztertzen da. x < k bada, sorta onartzen da.

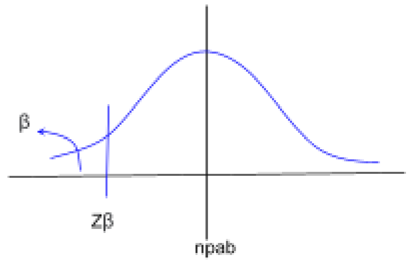
Laginketa plana diseinatzeko, hau da, n eta k kalkulatzeko ondorengo lau kontzeptu hauen balioak kalkulatu beharko ditugu:

- Po (onartu): onartze proportzioa (AQL: acceptable quality level). Sorta onargarri batek izan dezakeen akastzun proportzio altuena
- Pab (atzera bota): sorta batek izan behar duen akats proportzio minimoa baztertua izan dadin (onen artean okerrena) (RQL: rejectable quality level/ LQ: level quality).
- α: ekoizlearen arriskua edo lehenengo motako errorea egiteko probabilitatea. Sorta on bat baztertzeko probabilitatea. Prob (x > k)
- β: eroslearen arriskua edo bigarren motako errorea egiteko probabilitatea. Sorta on bat onartzeko probabilitatea. Prob (x < k)

Datuak: α, β, Po eta Pab
Ezezagunak: n eta k

- X—B(n, Po) → LTZ → X—N(npo, √npoqo)
  α= Prob (x > k) = P (Z > Zα) → $Z\alpha = \frac{k-npo}{\sqrt{npoqo}}$



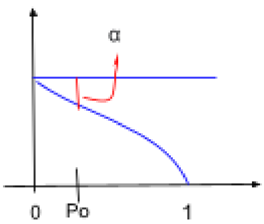


- X—B(n, Pab) → LTZ → X—N(npab, √npabqab)
  β= Prob (x < k) = P (Z < Zβ) → $Z\beta = \frac{k-npab}{\sqrt{npabqab}}$

3.- OPERAZIO KURBAK:

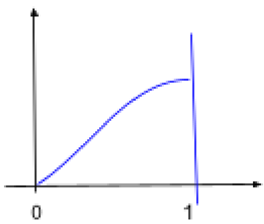
Kontrolaren kalitatea neurtzeko balio dute. Bi mota:

- Kurba karakteristikoa: Prob (sorta onartu) = P (x≤k) = Σ(n*nCr*k)*$p^{x} * (1 - p)^{n-x}$
- Potentzia kurba: Prob (sorta atzera bota) = 1 - Prob (sorta onartu)



⇐ Kurba karakteristikoa

Potentzia kurba ⇒



4.-LAGINKETA PLAN MOTAK

4.1.-Onartze bateratze planak:

4.1.1.- **Japoniarra JIS-Z-2009:** α eta βbikote ezberdinentzat taula ezberdinak daude non Po eta Pab arabera n eta k balioak lortzen diren.

4.1.2.- **MIL-STD-5D**

- Bakunak:
  1) Po eta AQL ezagunak izan behar dira
  2) Ikuskatze datuaren arabera (datua da) ikuksatze maila erabaki
     - I nibela: koste altua
     - II nibela: koste normala
     - III nibela: koste baxua
     - IV nibela: berriak (suntsitzaileak eta horrelakoak)
  3) Hizki kodeen taulan ikuskatze mailaren eta sortaren tamainaren arabera kode hizkia sortu
  4) Zorrostasun mailaren arabera, MIL-STD-105D taula egokia aukeratu. Taula horretan, kode hizkia eta AQL-arekin plana lortuko dugu.

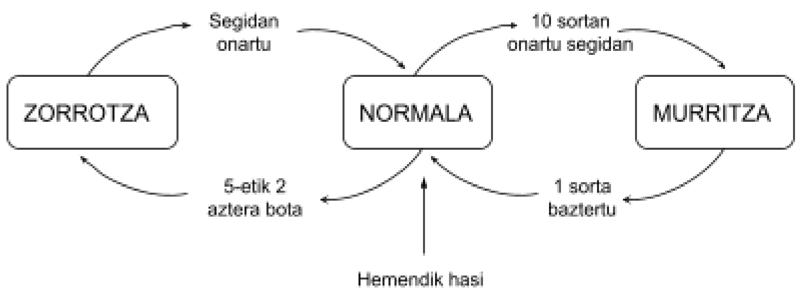
Hasieran zorroztasun normalarekin hasiko gara eta denborarekin sorta ikuskatu ahala, zorroztasuna ajustatu behar dugu. Kalitatea uste baino okerragoa denaren susmoa badaukagu, zorroztasuna igo egingo dugu eta uste baino hobeagoa bada, malgutu edo jeitsi ondorengo eskemari jarraituz.
Plan normalean eta zorrotzan, onartze-baztertze kopuruak konsekutiboak dira.

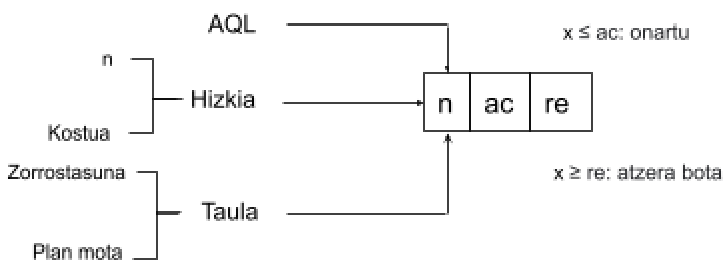
n	ac	re

re=ac+1
Beraz, erabakia bat-batekoa da.
Plan murritzetan aldiz ez da hori horrela beti gertatzen. Adib:

25	0	1

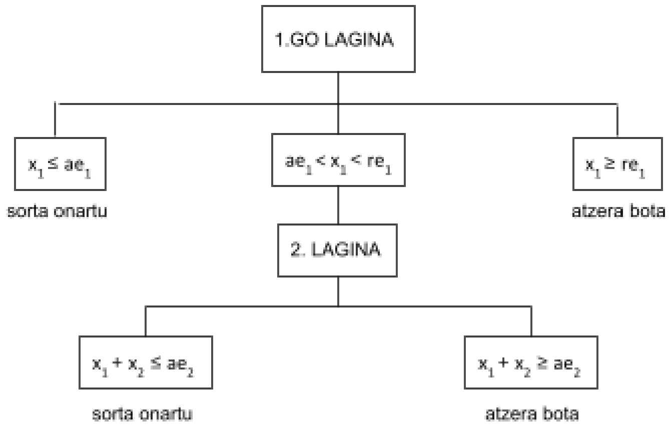
Zer egin orduan plana erabiltzen ari bagara, eta lagineko 25 pieza hoien artean bakarra akastuna bada? Irizpide berberak dituen plan normalaren onartze-baztertze kopuruak erabitzen da (erabakia hartzeko) eta hortik aurrera plan normalarekin jarraitu (onartu edo ez onartu).





- Anizkoitzak: Aurreko planak bakunak deitzen dira erabakia lagin bakarrean oinarrituta dagoelako, baina k. etapa dituzten plan anitzak ere existitzen dira non etapa bakoitzean lagin bat erabiltzen den. Erabakia irizpidee eta lortutako emaitzen arabera edozein etapan har daiteke. Guk plan bikoitzak baino ez ditugu erabiliko.

n1	ac1	re1
n2	ac2	re2



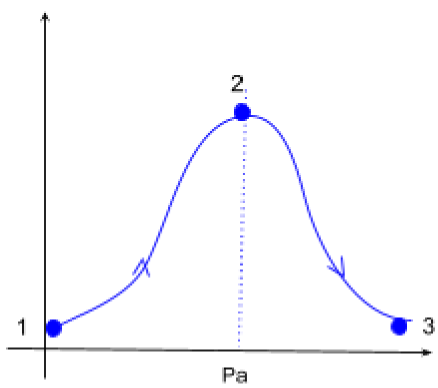
4.2.-<u>Zuzentze planak (Dodge edo Romig)</u>

Zuzentze planak bi atal ditu. Lehenengoan onartze-baztertze plan jakin bat aplikatzen da. Bigarren fasean, lehenengo fasean onartutako sortak zuzenean biltegira-bezerora doaz. Baztertutakoak, berriz, %100 ikuskatzen dira, pieza okerrak kendu pieza zuzenengandik ordezkatzeko eta orduan bai biltegira doaz.

Zuzenketa honen ondorioz, eskeintzen da kalitatea gora egiten du. Izan ere sorta baztuk (lehenengoan onartuak izan direnak) ekoiztu diren moduan doaz bezerora, baina beste batzuk, baztertuak izan direnak alegia, bezerora doaz behin perfektoak bilakatu ondoren.

Galdera egokia da ortaz bezeroari bidaltzen zaion bataz besteko kalitate maila birkalkulatzea. Kalitate maila berri honi AUQ (average outgoing quality / biltegiko bataz besteko akats proportzioa) deitzen zaio.

1.GO KONTROLAREN ERABAKIA	**PROBABILITATEA**	**BILTEGIRA DARAMAN AKATS PROPORTZIOA**
ONARTU	β_{Pa}	Pa
BAZTERTU	$1-\beta_{Pa}$	0



1 Po = 0, βPa = 1 → AOQ = 0

2 Po > 0, βPa < 1 → Pa x βPa

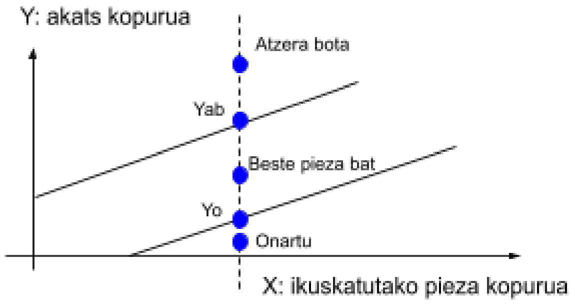
3 Po = 1, βPa = 0 → AOQ = 0

Nola kalkulatu bezeroari plano honekin bidali diezaiokegun kalitate mialarik okerrena, hau da, AOQL-a eta ekoiztutako zein akats proportzioarentzat ematen da? Grafikoan ikusten denez, AOQ kurbaren maximoa kalkulatu behar dugu.

4.3.- <u>Plan mailakatua edo Wald planak</u> (ez dute inoiz jarri azterketan)

Ez daukagu lagin tamaina finkorik.

- $Y_i \leq Y_{0i}$ $\rightarrow$ Sorta onartu
- $Y_i \geq Y_{ABi}$ $\rightarrow$ Atzera bota
- $Y_{0i} < Y_i < Y_{ABi}$ $\rightarrow$ Beste pieza bat ikuskatu



Y_{AB} eta Y_0 beti zuzenak: α, β, P_{AB} eta P_0

$$Y_{AB} = h_{AB} + S \times x$$

$$Y_0 = -\ h_0 + S \times x$$

$$h_0 = \frac{log(\frac{1-\alpha}{\beta})}{log(\frac{P_{AB}(1-P_o)}{P_0(1-AB)})}$$

$$h_{AB} = \frac{log(\frac{1-\beta}{\alpha})}{log(\frac{P_{AB}(1-P_o)}{P_0(1-AB)})}$$

$$S = \frac{log(\frac{1-P_0}{1-P_{AB}})}{log(\frac{P_{AB}(1-P_o)}{P_0(1-AB)})}$$

4) FIDAGARRITASUNA

Gailu batek lan baldintza jakin batzuetan, modu egokian eta akats barik denbora jakin batean lan egiteko probabilitatea.

1.-KONTZEPTUAK

t:gailuaren iraupena

$Prob\ (t\ unean\ huts)\ =\ Prob\ (\frac{t<(t+\Delta t)}{t>t}) = \frac{Prob\ (t<t<(t+\Delta t))}{1-Prob\ (t<t)}\ =\ \frac{F(t+\Delta t)\ -\ F(t)}{1\ -\ F(t)}$ non $F(t)\ =\ \int f(t)\ dt$ eta

$f(t)\ =\frac{dF(t)}{dt}$

$\lim_{\Delta t\rightarrow 0}\ \frac{F(t+\Delta t)\ -\ F(t)}{1\ -\ F(t)}\ =\frac{f(t)}{1\ -\ F(t)}dt\ =\ \lambda(t)\ dt$

1.1.- Ehuneko akats tasa metatua: H(t)

$\int_0^t \lambda(t)\ dt\ =\int_0^t\frac{f(t)}{1-F(t)}dt\ =\ -\ Ln\ (1\ -\ f(t))\ \rightarrow\ 1\ -\ F(t)\ =\ e^{-\int_0^t\lambda(t)\ dt}\ \rightarrow\ F(t)\ =\ 1\ -\ S(t)\ \rightarrow$

$S(t)\ =\ e^{-\int_0^t\lambda(t)\ dt}$

1.2.- Gailu baten batazbesteko bizitza iraupena: MTTF (Mean Time Till Failure)

Gailu bat apurtzen den bakoitzean ⟶ Konpondu MTBF

$MTTF\ =m_t\ =\int_0^\infty t\ -\ f(t)\ dt\ =\int_0^\infty S(t)\ dt$

2.- BIZITZA EREDUA

Haurtzaroan ($\lambda_h(t)$) beherakorra ↓

Bizitza baliagarria ($\lambda_b(t)$) = Kte $\longrightarrow$ Akatsak zoriz.

Zaharkitzea ($\lambda_z(t)$) gorakorra $\uparrow$

$\lambda(t) = \lambda_h(t) + \lambda_b(t) + \lambda_z(t) \rightarrow$

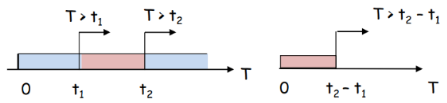
$$S(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)\,dt} = e^{-\int_0^t \lambda_h(t) + \lambda_b(t) + \lambda_z(t)\,dt} = e^{-\int_0^t \lambda_h(t)\,dt} \times e^{-\int_0^t \lambda_b(t)\,dt} \times e^{-\int_0^t \lambda_z(t)\,dt} = S_h(t) \times S_b(t) \times S_z(t)$$

3.- BANAKETA ESPONENTZIALA

t — exp(λ)

$f(t) = \lambda e^{-\lambda(t)}$

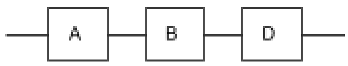
$F(t) = \int_t^0 f(t)\,dt = \int_1^0 \lambda e^{-\lambda(t)}\,dt = 1 - e^{-\lambda(t)}$



$m = \frac{1}{\lambda}$

3.1.- Banaketa esponentzialaren memoria eza

$$Prob\,(t_2 - t_1) = Prob\,(\frac{t > t_2}{t > t_1}) = \frac{Prob\,(t > t_1) \cap Prob\,(t > t_2)}{Prob\,(t > t_1)} = \frac{P(t_1 > t_2)}{P\,(t > t_1)} = \frac{e^{-\lambda t_2}}{e^{-\lambda t_1}} = e^{-\lambda(t_2 - t_1)}$$



4.- SISTEMEN FIDAGARRITASUNA

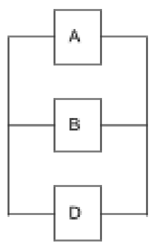
4.1.- Seriean: fidagarritasuna kalkulatu

$$Prob\,(t_{SMA} > t) = Prob\,(t_A > t) \times Prob\,(t_B > t) \times Prob\,(t_D > t) = S_A(t) \times S_B(t) \times S_D(t)$$

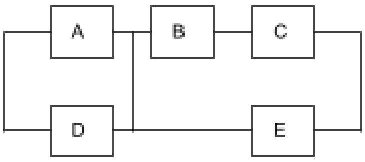
4.2.- Paraleloan: beti desfidagarritasuna/fidagarritasun eza kalkulatu

$$F_{SMA} = Prob\,(t_{SMA} < t) = Prob\,(t_A < t) \cap Prob\,(t_B < t) \cap Prob\,(t_D < t)$$

$$= Prob\,(t_A < t) \times Prob\,(t_B < t) \times Prob\,(t_D < t) = F_A(t) \times F_B(t) \times F_D(t)$$



4.3.- Sistema mixtoa edo serie-paralelo sistema



4.3.1.- <u>Pasaguneen metodoa</u>

- P_1= ABC $\rightarrow$ $S_{P1} = S_A \times S_B \times S_C$
- P_2= DE $\rightarrow$ $S_{P1P2} = S_A \times S_B \times S_C \times S_D \times S_E$
- P_3= DBC $\rightarrow$ $S_{P1P3} = S_A \times S_B \times S_C \times S_D$

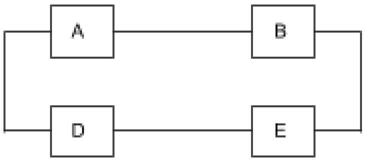
$$Prob\ (t_{SMA} > t) = Prob\ (t_1 > t) \cup Prob\ (t_2 > t) \cup Prob\ (t_3 > t)$$
$$S\ (SMA) = \ + S_{P1} + S_{P2} + S_{P3} - S_{P1P2} - S_{P1P3} - S_{P2P3} + S_{P1P2P3}$$

4.3.2.- <u>Mozketen metodoa</u>: huts egiteak bermatzen/ziurtatzen duen edozein osagai multzo.

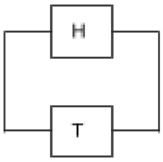
- $M1 = \overline{AD}$
- $M2 = \overline{CE}$
- $M3 = \overline{BD}$
- $M4 = \overline{BE}$
- $M5 = \overline{CD}$

$$F_{SMD} = F_{M1} + F_{M2} + F_{M3} + F_{M4} + F_{M5} - F_{M1M2} - F_{M1M3} - F_{M1M4} - F_{M1M5} - F_{M2M3} - F_{M2M4} - F_{M2M5} - F_{M3M4} - F_{M3M5} - F_{M4M5} + F_{M1M2M3} + F_{M1M3M4} + F_{M1M2M5} + F_{M2M3M4} + F_{M2M3M5} + F_{M3M4M5}$$

4.3.3.- <u>Partizioaren metodoa</u>



$\rightarrow$



$$F_{SMA} = F_H \times F_T = (1 - S_H) \times (1 - S_T) = (1 - S_A S_B) \times (1 - S_D S_E)$$

4.4.- <u>Erabilitako elementuen azterketa</u>

$$F\ (t_1,\ t_2) = Prob\ (\frac{t < t_2}{t > t_1}) = \frac{Prob\ (t_1 < t < t_2)}{Prob\ (t > t_1)} = \frac{F(t_2) - F(t_1)}{1 - F(t_1)} \quad \rightarrow$$
$$F\ (t_1,\ t_2)\ errebisatu\ barik = F\ (t_1 + t_2)$$
$$S\ (t_1,\ t_2) = Prob\ (\frac{t > t_2}{t > t_1}) = \frac{Prob\ (t > t_1 \cap\ t > t_2)}{Prob\ (t > t_1)} = \frac{S(t_2)}{S(t_1)} = \frac{e^{-\lambda t_2}}{e^{-\lambda t_1}} = e^{-\lambda(t_2 - t_1)} \quad \rightarrow$$
$$S\ (t_1,\ t_2) = S\ (t_1 + t_2)$$

4.5.- Ordezkapenak

4.5.1.- Saiakuntzak

Gailuen batazbesteko bizitza estimatzeko egiten diren saiakuntzetaz ari gara. Orokorrean gailu kouru bat (n) martxan jarri eta gailuek huts egiten duten ikusten da. Bizitza eredu esponentziala duten gailuak baino ez ditugu aztertuko. <u>Balioztatzen puntuala</u> erabiliko dugu; hain zuzen ere, egiaztatzen maximoko metodoa (estatistika liburuko 14.gaia).

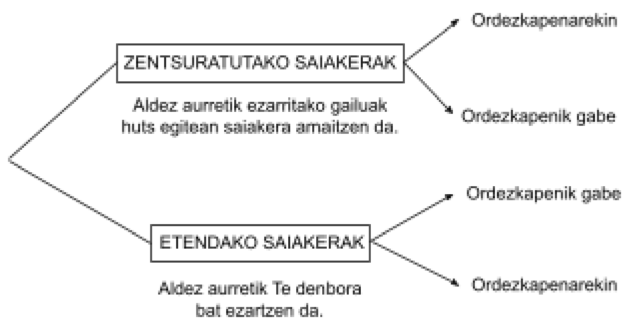
$f(t) = \lambda e^{-\lambda(t)}$ $\quad\quad$ $MTTF = a = \frac{1}{\lambda}$ $\quad\quad$ t — exp(λ)

EMM (egiantza maximoaren metodoa) zera lortzen dugu : MTTF-arentzat estimzio puntua bat (â). Orokorrean zera betetzen da: â= Ts/k

Ts: saiakuntzako elementu guztik bizi iza duten debora guztin batura saiakera amaitu arte.

K: saiakuntzan zehar huts egindak gailuen elementua/ gailua

Bi saiakuntza mota daude eta bakoitzak bi aukera ditu:

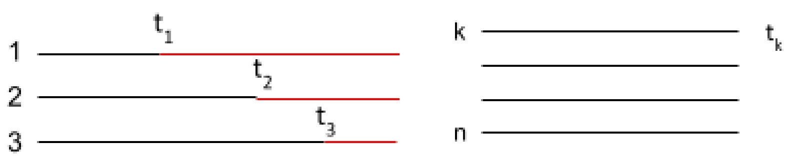


a) <u>Zentsurako saiakerak ordezkapenik gabe</u>

n elementu martxan jarri eta k-ak huts egitean amaitzen da

$$\hat{a} = \frac{\hat{b}}{k} = \frac{t_1 + t_2 + \ldots + (n-k)\, t_k}{k}$$

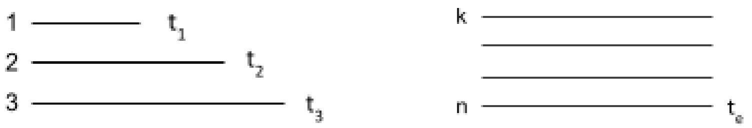
b) <u>Zentsurako saiakerak ordezkapenarekin</u>



$$\hat{a} = \frac{Ts}{k} = \frac{n \times Ts}{k}$$

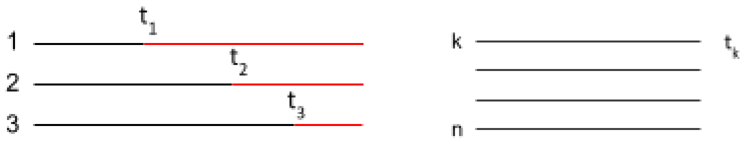
c) <u>Etendako saiakerak ordezkapenik gabe</u>

n elementu martxan jarri eta te denbora ondoren amaitzen da



$$\hat{a} = \frac{Ts}{k} = \frac{T_1 + T_2 + ... + (n-k)T_e}{k}$$

d) <u>Etendako saiakerak ordezkapenarekin</u>



$$\hat{a} = \frac{Ts}{k} = \frac{n \times Te}{k}$$

4.5.2.- <u>MTTF-aren inferentzia</u>

Estatistikoa $\rightarrow$ $W = \frac{2k\hat{a}}{a}$

Zentsurazko saiakera $\rightarrow$ W— $\chi^2(2k)$

Etendako saiakera $\rightarrow$ W— $\chi^2(2k + 2)$

<u>5) BARIANTZAREN ANALISIA</u>

<u>1.- SARRERA</u>

Ikerketa askoren helburua, aldagaien arteko harremanak aztertzea da, eta bereziki harreman hori adierazteko gai den eredu matematikoaren definizioa. Eredu horiek izaera ezberdinekoak izan daitezke.

1.1.- Eredu Deterministak:
Eredu hauek ez dute akatsa ahalbidetzen efektuaren balioan behin kausak erabat definituak direnean. Newtonen legea: a = F/m
2.1.- Eredu probabilistikoak:
Efektua ezin da soilik kausei begiratuta azaldu, errorea posiblea da eta beraz kausa berdinentzat efektu ezberdinak ager daitezke. Luzera eta pisu bereko material berdinez
egindako barra bi baldintza berdinetan kalean utzita ez dute oxido geruza berdin berdina izango. Zorizko aldakortasun hau neurketa erroreek eta efektuarengan eragina izateko gai diren kontrolatu ezineko kausek eragiten dute. Hau da, erantzuna, aldagai independenteen eta zorizko izaera duen errore baten funtzio izango da. Errore honek errealitatearen eredu exaktua lortzea inposibilitatzen du.

Eredu hauek modu honetan adierazten dira: $y = h(x1, x2, ..., xk) + e$

2.- EREDU LINEALA

ZERGATIA ⇒ EFEKTUA
Y = Funtzio lineala (X) + e ; aldagai bakarrekoa (F.Lineala 1go mailako polinomioa). Orokorrean k aldagaiekin Y = h(x1, x2, ..., xk) + e. Metodo bi daude:

a) BARIANTZAREN AZTERKETA: Zergatiak aldagai kualitatiboak dira (tratamenduak deituak) eta efektua aldagai kuantitatiboa da. 3 metodo ikusiko ditugu:
   - Erabat zorizkoak diren diseinuak.
   - Zorizko blokeen bidezko diseinua.
   - Karratu latinoen bidezko diseinua.
b) ERREGREZIO EREDUAK: Zergatiak aldagai kuantitatiboak dira eta efektua aldagai kuantitatiboa da.

2.1.- Erabat Zorizkoak diren Diseinuak
Efektua aldagai kuantitatiboa da. Zergatia ordea, aldagai kualitatiboa da nibel edo maila ezberdinak dituena. Maila hauei tratamenduak deitzen zaie. Ikertzaileak k zorizko lagin independente bakoitzatik n datu izango ditu. yij datuak:
- K: maila kopurua. metodoak, motak, langileak …
- Maila bakoitzeko n tamainadun lagin bat.

Tratamendu bakoitzarentzat efektuaren multzoa KOLEKTIBO NORMALA dela suposatuko dugu, non bere bariantza σ^2 den. HELBURUA: Zergatiaren maila ezberdinek (tratamenduek) efektuan eraginik duten ala ez frogatzea da.

LAGINAK	DATUAK

1	Y_{11}	Y_{12}	…	Y_{1j}	…	Y_{1n}
2	Y_{21}	Y_{22}	…	Y_{2j}	…	Y_{2n}
…	…	…		…		…
i	Y_{i1}	Y_{i2}	…	Y_{ij}	…	Y_{in}
…	…	…		…		…
k	Y_{k1}	Y_{k2}	…	Y_{kj}	…	Y_{kn}

Lagin bereko datuek, hau da maila berekoak, batezbesteko bera dute eta neurri bakoitza yij eredu honen bitartez adieraz daiteke: $y_{ij} = m_i + \varepsilon_{ij}$, non $Y_{ij} \rightharpoondown N\,(m_i,\ \sigma)$ eta $\varepsilon_{ij} \rightharpoondown N\,(0,\ \sigma)$

Lagin bereko datuen arteko diferentziak zoriak eragindakoak dira. Lagin ezberdinetako datuen arteko diferentziak ordea, lagin ezberdinek, (maila ezberdinek) batezbesteko ezberdinak dituztelako ager daitezke. (Zoriaz gain noski)

Helburua lortzeko bide bat beraz maila ezberdinek batezbesteko bera duten edo ez frogatzea da.

2.1.1.- <u>Aldakortasunak</u>

a) SST: Aldakortasun totala da. $\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \overline{\overline{y}})^2$

b) SSA: Tratamenduek eragindako aldakortasuna da. $\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(\overline{y}_i - \overline{\overline{y}})^2 = n\sum_{i=1}^{k}(\overline{y}_i - \overline{\overline{y}})^2$

c) SSE: Erroreak eragindako aldakortasuna da. $\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}(y_{ij} - \overline{y}_i)^2$

2.1.2.- <u>Askatasun graduak</u>

a) Ag (SST): Datu kopuru totala - 1 (nk - 1).
b) Ag (SSA): Maila kopurua - 1 (k - 1).
c) Ag (SSE): Ag (SST) - Ag (SSA).

2.1.3.- <u>Batazbesteko karratua</u>

a) MSA: $\frac{SSA}{Ag\,(SSA)}$

b) MSE: $\frac{SSE}{Ag\,(SSE)}$

2.1.4.- <u>F kalkulatua</u>: $F = \frac{MSA}{MSE}$

2.1.5.- <u>F kritikoa:</u> $F_\alpha\,(Ag(SSA);\ Ag(SSE))$

2.2.- <u>Zorizko blokeen bidezko diseinua</u>

Zorizko erroreaz gain aldagarritasuna zor dezaketen kausa bi existitzen badira, diseinua zorizko blokeen bidez egiten da.

Efektua aldagai kuantitatiboa da. Kausak edo aldagarritasun iturriak aldagai kualitatibo bi dira (lan bat makina eta langile ezberdinekin egin daiteke. Hainbat alditan lan bera egiterakoan iraupen ezberdinak zoriak eragindakoak izan daitezke baina baita makinek edota langileek eragina dutelako ere).

Aldagarritasun bati tratamendua deituko diogu eta besteari blokea. Tratamendu kopurua a da eta bloke kopurua b.

DATUAK		BLOKEAK						TOTALA Tratamendua	BATAZBESTEKOA Tratamendua
		B_1	B_2	...	B_j	...	B_b		
TRATAMENDUA	A_1	Y_{11}	Y_{12}	...	Y_{1j}	...	Y_{1b}	T_1	$\overline{Y}_1$
	A_2	Y_{21}	Y_{22}	...	Y_{2j}	...	Y_{2b}	T_2	$\overline{Y}_2$
	...	...	...		...		...	...	...
	A_i	Y_{i1}	Y_{i2}	...	Y_{ij}	...	Y_{ib}	T_i	$\overline{Y}_i$
	...	...	...		...		...	...	...
	A_a	Y_{a1}	Y_{a2}	...	Y_{aj}	...	Y_{ab}	T_a	$\overline{Y}_a$
TOTALA: Blokea		T_1	T_2		T_j		T_b		
BATAZBESTEKOA Blokeak		$\overline{Y}_1$	$\overline{Y}_2$		$\overline{Y}_j$		$\overline{Y}_b$		

$Y_{ij} = m + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$ non m batazbesteko totala den, α tratamenduaren efektua, βblokearen efektua eta εereduaren errorea.

Helburua, tratamendu ezberdinen artean eta bloke ezberdinen artean diferentzia esanguratsuak existitzen diren edo ez frogatzea da. Horretarako:
- Tratamendu bakoitzaren batezbestekoa Batezbesteko Totalarekin konparatuko dugu, tratamenduak eraginik ez badu, diferentziak ez dira esanguratsuak izango.
- Bloke bakoitzaren batezbestekoa Batezbesteko Totalarekin konparatuko dugu, blokeak eraginik ez badu, diferentziak ez dira esanguratsuak izango.

2.2.1.- Aldagarritasunak

a) SST: Aldagarritasun totala da. $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij}-\overline{\overline{y}})^2$

b) SSA: Tratamenduek eragindako aldagarritasuna da. $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\overline{y}_i-\overline{\overline{y}})^2 = b\sum_{i=1}^{a}(\overline{y}_i-\overline{\overline{y}})^2$

c) SSB: Blokeek eragindako aldagarritasuna da. $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\overline{y}_j-\overline{\overline{y}})^2 = a\sum_{j=1}^{b}(\overline{y}_j-\overline{\overline{y}})^2$

d) SSE: Erroreak eragindako aldagarritasuna da. $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij}-\overline{y}_i-\overline{y}_j-\overline{\overline{y}})^2$

2.2.2.- Askatasun graduak

a) Ag (SST): Datu kopuru totala - 1 (a*b - 1).
b) Ag (SSA): Maila kopurua - 1 (a - 1).
c) Ag (SSB): Bloke kopurua - 1 (b - 1).
d) Ag (SSE): Ag (SST) - Ag (SSA) - Ag (SSB)

2.2.3.- Batazbesteko karratua

a) MSA: $\frac{SSA}{Ag\ (SSA)}$ b) MSB: $\frac{SSB}{Ag\ (SSB)}$ c) MSE: $\frac{SSE}{Ag\ (SSE)}$

2.2.4.- F kalkulatua:

a) $F_A = \frac{MSA}{MSE}$ b) $F_B = \frac{MSB}{MSE}$

2.1.5.- F kritikoak:

a) $F_\alpha\,(Ag(SSA);\ Ag(SSE))$ b) $F_\alpha\,(Ag(SSB);\ Ag(SSE))$

2.3.- Interazioak

Aurreko atalean zergati ezberdinen efektua aztertu da modu indibidualean. Orain zergati ezberdinek elkarrekin sortutako efektuak azternu nahi dira.

Adibidea: Lan bat egiteko erabilitako denborak ezberdinak dira langilearen eta makinaren arabera. Diferentziak zoriareren araberakoak izan daitezke, makinak abiadura ezberdina dutelako, langileak ere trebezi desberdina dutelako edota langile batzuk makina batzuekin besteekin baino hobeto moldatzen direlako.

Faktore baten nibel ezberdinen arteko diferentzia mantentzen bada beste faktorearen nibel guztientzat edo alderantziz, orduan A eta B faktoreen arteko interakzioak eragina ez duela esango da.

Aurreko adibidearekin jarraituta, langile guztiek diferentzia berdina badute makina ezberdinekin, makina eta langile arteko interakzioak ez duela prozesua baldintzatzen esan dezakegu. Hau betetzen ez denean, hau da faktore baten bi nibelen arteko diferentzia beste faktorearen nibelen araberakoa bada, orduan, faktoreen interakzioa eragina duela pentsatu dezakegu.

DATUAK		BLOKEAK					BATAZBESTEKOA Tratamenduak
		B_1		B_j		B_b	
T R A T A M E N D U A K	A_1	Y_{111} … Y_{11r}		Y_{1j1} … Y_{1jr}		Y_{1b1} … Y_{1br}	$\overline{Y}_{1..}$
	Batazbestekoa	$\overline{Y}_{11.}$		$\overline{Y}_{1j.}$		$\overline{Y}_{1b.}$	
	A_i	Y_{i11} … Y_{i1r}		Y_{ij1} … Y_{ijr}		Y_{ib1} … Y_{ibr}	$\overline{Y}_{i..}$
	Batazbestekoa	$\overline{Y}_{i1.}$		$\overline{Y}_{ij.}$		$\overline{Y}_{ib.}$	
	A_a	Y_{a11} … Y_{a1r}		Y_{aj1} … Y_{ajr}		Y_{ab1} … Y_{abr}	$\overline{Y}_{a..}$
	Batazbestekoa	$\overline{Y}_{a1.}$		$\overline{Y}_{aj.}$		$\overline{Y}_{ab.}$	
BATAZBESTEKOA Blokeak		$\overline{Y}_{.1.}$		$\overline{Y}_{.j.}$		$\overline{Y}_{.b.}$	BATAZBESTEKOA Totala

$Y_{ij} = m + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ij}$ non m batazbesteko totala den, α tratamenduaren efektua, β blokearen efektua eta εereduaren errorea.

2.3.1.- <u>Aldagarritasunak</u>

a) SST: Aldagarritasun totala da. $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(y_{ijk} - \bar{\bar{y}})^2$

b) SSA: Tratamenduek eragindako aldagarritasuna da.
$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2 = b \times r\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2$

c) SSB: Blokeek eragindako aldagarritasuna da. $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(\bar{y}_j - \bar{\bar{y}})^2 = a \times r\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_j - \bar{\bar{y}})^2$

d) SSI: Faktoreen arteko interakzioak eragindako aldagarritasuna da.

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\times\ r(y_{ij}-\overline{y}_i-\overline{y}_j-\overline{\overline{y}})^{2}$$

e) SSE: Erroreak eragindako aldagarritasuna da. $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(y_{ijk}-\overline{y_{ij}})^{2}$

2.3.2.- Askatasun graduak

a) Ag (SST): Datu kopuru totala - 1 (a×b×r - 1).
b) Ag (SSA): Maila kopurua - 1 (a - 1).
c) Ag (SSB): Bloke kopurua - 1 (b - 1).
d) Ag (SSI): Ag (SSA) ×Ag (SSB)
e) Ag (SSE): Ag (SST) - Ag (SSA) - Ag (SSB) - Ag (SSI)

2.3.3.- Batazbesteko karratua

a) MSA: $\frac{SSA}{Ag\ (SSA)}$ b) MSB: $\frac{SSB}{Ag\ (SSB)}$ c) MSI: $\frac{MSI}{Ag\ (SSI)}$ d) MSE: $\frac{SSE}{Ag\ (SSE)}$

2.3.4.- F kalkulatua:

a) $F_A=\frac{MSA}{MSE}$ b) $F_B=\frac{MSB}{MSE}$ c) $F_I=\frac{MSI}{MSE}$

2.1.5.- F kritikoak:

a) $F_{\alpha}\,(Ag(SSA);\ Ag(SSE))$ b) $F_{\alpha}\,(Ag(SSB);\ Ag(SSE))$ c) $F_{\alpha}\,(Ag(SSI);\ Ag(SSE))$

2.4.- Karratu latinoen bidezko diseinua

Hiru klasifikazio irizpide ditugunean erabiltzen da, bi aldagarritasun iturriren menpe tratamendu ezberdinak ditugunean. Adibidea: Gari hazi ezberdinak aztertu nahi ditugu (tratamendua) baina ongarri ezberdinak (1go aldagarritasun iturri) eta tenperatura ezberdinak (2. aldagarritasun iturri) ditugu.

Karratu Latinoetan Diseinuak maila kopuru bera behar du hiru irizpideentzat: aurreko adibidean, 4 hazi mota, 4 ongarri mota eta 4 tenperatura ezberdin. Erabat zorizkoak diren diseinuak (aurreko kasuak) posibilitate guztiak aztertzea eskatzen du eta ondorioz aurreko kasuan 64 lagin hartu beharko genituzke konbinazio posible guztiak kontuan hartzeko.

Karratu Latinoen bidezko Diseinuarekin egin beharreko saiakerak nabarmen murrizten dira. **Kontuz! iturri ezberdinen artean interakziorik ez dagoenean baino ezin da diseinu mota hau erabili.**

Aldagarritasun iturri bateko maila guztiak errenkadetan banatzen dira, beste iturriarenak zutabeetan eta azkenik tratamendu bakoitza behin agertu behar da zutabeka nahiz errenkadaka. (Letren bidez adierazten da normalean). Modu honetan bariantzaren analisia erabili dezakegu hiru iturriek eragindako aldagarritasuna bereizteko.

	T_1	T_2	T_3	T_4
F_1	A	B	D	C
F_2	B	C	A	D
F_3	C	D	B	A
F_4	D	A	C	B

$Y_{ijk} = m + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$ non m batazbesteko totala den, α tratamenduaren efektua, β blokearen efektua, γtratamenduaren efektua eta εereduaren errorea.

2.4.1.- <u>Aldagarritasunak</u>

a) SST: Aldagarritasun totala da. $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}(y_{ijk} - \bar{\bar{y}})^2$

b) SSA: Errenkaden efektuaren aldagarritasuna da. $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}(\overline{y_i} - \bar{\bar{y}})^2 = n\sum_{i=1}^{n}(\overline{y_i} - \bar{\bar{y}})^2$

c) SSB: Zutabeen efektuaren aldagarritasuna da. $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}(\overline{y_i} - \bar{\bar{y}})^2 = n\sum_{j=1}^{n}(\overline{y_j} - \bar{\bar{y}})^2$

d) SS(Tr): Tratamenduen efektuaren aldagarritasuna da.
$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}(\overline{y_i} - \bar{\bar{y}})^2 = n\sum_{k=1}^{n}(\overline{y_k} - \bar{\bar{y}})^2$

e) SSE: Erroreak eragindako aldagarritasuna da. $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}(y_{ij} - \overline{y_i} - \overline{y_j} - \overline{y_k} - \bar{\bar{y}})^2$

2.4.2.- <u>Askatasun graduak</u>

a) Ag (SST): Datu totala - 1 (n^2 - 1).
b) Ag (SSA): Errenkaden maila kopurua - 1 (n - 1).
c) Ag (SSB): Zutabeen maila kopurua - 1 (n - 1).
d) Ag (SS(Tr)): Tratamenduen maila kopurua - 1 (n - 1).
e) Ag (SSE): Ag (SST) - Ag (SSA) - Ag (SSB) - Ag (SS(Tr))

2.4.3.- <u>Batazbesteko karratua</u>

a) MSA: $\frac{SSA}{Ag\ (SSA)}$ b) MSB: $\frac{SSB}{Ag\ (SSB)}$ c) MS(Tr): $\frac{MS(Tr)}{Ag\ (SS(Tr))}$ d) MSE: $\frac{SSE}{Ag\ (SSE)}$

2.4.4.- <u>F kalkulatua</u>:

a) $F_A = \frac{MSA}{MSE}$ b) $F_B = \frac{MSB}{MSE}$ c) $F_{Tr} = \frac{MS(Tr)}{MSE}$

2.1.5.- <u>F kritikoak:</u> Hiru dira, baina askatasun graduak berdinak direnez guztientzat da
$F_\alpha\ (Ag(SSi);\ Ag(SSE))$

6) ERREGRESIOZKO ANALISIA

1.- SARRERA

Ikerketa askoren helburua, aldagaien arteko harremanak aztertzea da, eta bereziki harreman hori adierazteko gai den eredu matematikoaren definizioa. Eredu horiek izaera ezberdinekoak izan daitezke:

- Eredu Deterministak: Eredu hauek ez dute akatsa ahalbidetzen efektuaren balioan behin kausak erabat definituak direnean. Newtonen legea: a = F/m
- Eredu probabilistikoak: Efektua ezin da soilik kausei begiratuta azaldu, errorea posiblea da eta beraz kausa berdinentzat efektu ezberdinak ager daitezke. Luzera eta pisu bereko material berdinez egindako barra bi baldintza berdinetan kalean utzita ez dute oxido geruza berdin berdina izango.

Zorizko aldakortasun hau neurketa erroreek eta efektuarengan eragina izateko gai diren kontrolatu ezineko kausek eragiten dute. Hau da, erantzuna, aldagai independenteen eta zorizko izaera duen errore baten funtzio izango da. Errore honek errealitatearen eredu exaktua lortzea inposibilitatzen du. Eredu hauek modu honetan adierazten dira: y = h(x1, x2, ..., xk) + e

2.- EREDUA

Erregresio linealaren eredua honela adierazten da: $Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k + \varepsilon$

Ereduak, y efektuak bi osagai dituela erakusten du:

- Lehenengo osagaia: Kausa kontrolatuen multzo bat da. Zergati hauek erabat definiturik daude. Haien funtzio lineala modu matrizialean honela adierazten da: $\beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k = [\beta]^t[X]$
- Bigarren osagaia: Kontrolatu ezineko zergatiek osatzen dute eta bere balorea ε da.

x_1, x_2, ..., x_k aldagaiak ez dira zorizkoak, kontrolatuak dira, errore gabekoak edo errore baztergarria dutenak. Aldagai izena ematen diegu zentzu matematikoan, hau da balio ezberdinak har ditzaketelako. ε aldiz, zorizko aldagaia da non $E(\varepsilon) = 0$ eta $Bar(\varepsilon) = \sigma^2$ diren. Hau da, y-ren zorizko izaera ε-ren izaeratik dator. Zergati kontrolatu batzuentzat efektua, E(y) batezbesteko balio baten inguruan mugituko da modu aleatorioan: $E(y) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k$

Behin eredua azalduta orain gure helburua β_0, β_1, …, β_k , balioak kalkulatzea da, $E(y) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k$ ekuazioak aldagaia eta efektuaren arteko erlazioa azaldu dezan.

ZERGATIAK X_1 X_2 … X_K	Y_i IKUSKATUTAKO EFEKTUA (laginarena)	$\widehat{Y_i}$ EREDUAK IRAGARRITAKO EFEKTUA
X_{11} X_{12} … X_{1k}	Y_1	$\widehat{y_1} = \beta_0 + \beta_1 x_{11} + ... + \beta_k x_{1k}$
X_{21} X_{22} … X_{2k}	Y_2	$\widehat{y_2} = \beta_0 + \beta_1 x_{21} + ... + \beta_k x_{2k}$
…………………	….	………………...
X_{n1} X_{n2} … X_{nk}	Y_n	$\widehat{y_k} = \beta_0 + \beta_1 x_{n1} + ... + \beta_k x_{nk}$

Orokorrean, ikuskatutako eta iragarritako balioen artean diferentziak egongo dira. Diferentzi edo errore hori honela adierazten badugu: $e_i = (y_i - \widehat{y_i}) = y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + ... + \beta_k x_{ik})$

Eredua optimoa izango da e_i errore guztiak nuluak direnean. Kasu horretan eredua perfektua litzateke. Gure helburua errore horiek minimizatzea da.

3.- KARRATU MINIMOEN METODOA

Esan bezala $\beta_0 = b_0$, $\beta_1 = b_1$, ..., $\beta_k = b_k$ balioak lortu nahi ditugu erroreak ahalik eta txikien izan daitezen. Orokorrean errore bakoitza modu indibidualean minimizatzen duen soluziorik ez dagoenez errore guztien batura ahalik eta txikiena egiten duen soluzioa bilatuko dugu. Ohi bezala erroreek zeinua dutenez errore positiboak eta negatiboak elkar kanzelatu daitezkenez erroreen karratuen batura minimizatzen saiatuko gara, hau da SEE.

Soluzioa modu matrizialean ematen da: $\{b\} = (X^t X)^{-1} X^t \{Y\}$, non:

- {b} parametroen matrizea da, edo ereduaren estimautako koefizienteena: $\{b\} = \{b_0, b_1, …, b_k\}$
- X zergatien matrizea da (**kontuz lehenengo zutabearekin**): $\{X\} = \{(1, 1, …, 1), (X_{11}, X_{21}, …, X_{n1}), …, (X_{1k}, X_{2k}, …, X_{nk})\}$ *~ikusi irudia~*
- {y} ikuskatutako efektuen matrizea da: $\{y\} = \{y_0, y_1, …, y_n\}$
- k aldagai kopurua da eta n lagin tamaina (neurri kopurua)

$$\begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{nk} \end{pmatrix}$$

4.- LORTUTAKO EREDUARI BURUZKO ANALISIA

4.1.- β parametroaren analisia

Ereduaren βi bakoitzak zera azaltzen du: gainontzeko X aldagaiak konstante mantenduz, Xi aldagaia unitate bat haunditzean Y efektuak pairatzen duen aldaketa. Beste modu batean esanda, Xi zergatiak y efektuarengan duen eragina.

βi ren balio txikiak, Xi zergatiak Y-rengan eragin txikia duela esan nahi du, (balio haundiak ordea efektuarengan eragin haundia duela). βi = 0 bada, Xi zergatiak Y-rengan ez luke inungo eraginik izango. (Kontuz! Ez da beti horrela. Ikusi Korrelazioa)

K zergati kopuru bat duen efektu bat aztertzeko n tamainadun lagin jakin bati minimo karratuen metodoa aplikatzean, b0 , b1 , … bk balio konkretu batzuk lortzen dira, baina bigarren lagin bat hartuko balitz balio ezberdinak lortuko lirateke efektuaren zorizko izaeragaitik, b0´, b1´, … bk´. Hau da, β_0, β_1, …, β_k zorizko aldagaitzat jo daitezke non: Y = b0 + b1 x1 + ... + bk xk

4.1.1.- <u>Koefizienteentzat (1-α) konfiantza tartea</u>

Estatistikoa: $t = \frac{b_i - \beta_i}{s\sqrt{c_{ii}}}$ t — t (n-(k+1))

$Prob = b_i - t_{\alpha/2}\, s\sqrt{c_{ii}} < \beta_i < b_i + t_{\alpha/2}\, s\sqrt{c_{ii}} = 1 - \alpha_i :$ $SSE = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \widehat{y_i})^2$ eta $s^2 = \frac{SSE}{n-(k+1)}$

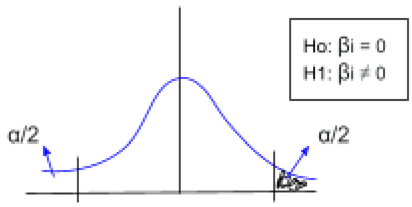
non c_{ii}, $(X^tX)^{-1}$ matrizearen elementuak diren, kontuan izanda lehenengo elementua c_{oo} dela eta $t_{\alpha/2}$, t (n; n-(k+1)) banaketan bere eskuinera α/2 probabilitatea usten duen balioa den.

4.1.2.- <u>Koefizienteak nuloak diren hipotesien alderaketak</u>

Esan dugunez, koefizienteek zergatiek efektuarengan duten eraginen intentsitatea adierazten dute, balio txikiek eragin txikia eta balio handiek eragin handia. Gerta daiteke beraz, lortutako balioa O-ren ingurukoa bada zergati horren eragina mespretxagarri izataea, hau da, βi=0 dela kontsideratzea eta eredutik kanpo ustea.

Estatistikoa: $t = \frac{b_i - \beta_i}{s\sqrt{c_{ii}}}$

t — t (n-(k+1))



4.2.- <u>Efektuen analisia</u>

Zergatiek $X_1 = a_1$, $X_2 = a_2$, …, $X_k = a_k$ balio konkretuak hartzen dutenean, iragarritako balioak balio ezberdinak har ditzake Y-ren zorizko izaeraren eraginez (b_0, b_1, … b_k zorizko aldagaiak baitira). Ereduak iragarritako efektuaren inguruan bi analisi egin ohi dira zergatien balio konkretuentzat: iragarritako efektuaren analisia eta iragarritako batezbesteko efektuaren analisia, non zergatien bektoreari horrela esaten zaion $\bar{a} = [1, a_1 , a_2; ... a_k]$

Analisia esatean zera esan nahi dugu: bi analisi moten koefizienteentzat, konfiantza tarteak kalkulatuko ditugula.

4.2.1.- <u>Iragarritako efektuaren batazbestekoarentzat (1-α) konfiantza tartea</u>

Estatitsikoa: $t = \frac{\hat{y}_{\bar{a}} - m_{\hat{y}_{\bar{a}}}}{s\sqrt{\bar{a}^{t}(X^{t}X)^{-1}\bar{a}}}$ t — t (n-(k+1))

$Prob\,(\hat{y}_{\bar{a}} - t_{\alpha/2}\, s\sqrt{\bar{a}^{t}(X^{t}X)^{-1}\bar{a}} < m_{\hat{y}_{\bar{a}}} < \hat{y}_{\bar{a}} + t_{\alpha/2}\, s\sqrt{\bar{a}^{t}(X^{t}X)^{-1}\bar{a}}) = 1 - \alpha$

$SSE = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 \qquad s^2 = \frac{SSE}{n-(k+1)} \qquad \bar{a}^{t} = [1, a_1, \ldots, a_k]$

$\hat{y}_{\bar{a}} = b_0 + b_1 a_1 + \ldots + b_k + ak$

non c_{ii}, $(X^tX)^{-1}$matrizearen elementuak diren, kontuan izanda lehenengo elementua c_{oo}dela eta $t_{\alpha/2}$, t (n; n-(k+1)) banaketan bere eskuinera α/2 probabilitatea usten duen balioa den.

4.2.2.- <u>Iragarritako efektuarentzat (1-α) konfiantza tartea</u>

Estatitsikoa: $t = \frac{\hat{y}_{\bar{a}} - Y_{\bar{a}}}{s\sqrt{1 + \bar{a}^{t}(X^{t}X)^{-1}\bar{a}}}$ t — t (n-(k+1))

$Prob\,(\hat{y}_{\bar{a}} - t_{\alpha/2}\, s\sqrt{1 + \bar{a}^{t}(X^{t}X)^{-1}\bar{a}} < Y_{\bar{a}} < \hat{y}_{\bar{a}} + t_{\alpha/2}\, s\sqrt{1 + \bar{a}^{t}(X^{t}X)^{-1}\bar{a}}) = 1 - \alpha$

$SSE = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 \qquad s^2 = \frac{SSE}{n-(k+1)} \qquad \bar{a}^{t} = [1, a_1, \ldots, a_k]$

$\hat{y}_{\bar{a}} = b_0 + b_1 a_1 + \ldots + b_k + ak$

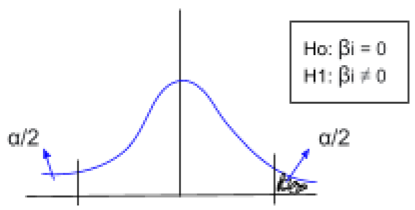
non c_{ii}, $(X^tX)^{-1}$matrizearen elementuak diren, kontuan izanda lehenengo elementua c_{oo}dela eta $t_{\alpha/2}$, t (n; n-(k+1)) banaketan bere eskuinera α/2 probabilitatea usten duen balioa den.

4.3.- <u>βi koefizienteak nuloak diren hipotesiaren alderaketa</u>

Aurrerago esan dugunez, koefizienteek zergatiek efektuarengan duten eraginen intentsitatea adierazten dute, balio txikiek eragin txikia eta balio handiek eragin handia. Gerta daiteke beraz lortutako balioa 0-ren ingurukoa bada zergati horren ereagina mespretxagarri izatea, hau da βi = 0 dela konsideratzea eta eredutik kanpo ustea.

Estatistikoa: $t = \frac{b_i - \beta_i}{s\sqrt{c_{ii}}}$

t — t (n-(k+1))



5.- ERREGRESIO EREDUAREN BARIANTZAREN AZTERKETA

Aztertu nahi den fenomenoa eredu lineal baten bidez adieraz daitekeen edo ez aztertu nahi da. Bariantzaren azterketa gaian erabilitako antzeko metodoa (eta Anova taula) erabiliko dugu. Bertan zera azaltzen da, Y efektuaren aldagarritasunak (SST-k) zergati bi dituela: zergati ezberdinek efektu ezberdinak eragiten dituzte (SSR) eta zorizko errorea (SSE).

5.1.- <u>Aldakortasunak</u>

a) SST: Aldakortasun totala da. $\sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2$

b) SSA: Zergatiek eragindako aldakortasuna da. $\sum_{i=1}^{n} (\widehat{y_i} - \overline{y})^2$

c) SSE: Erroreak eragindako aldakortasuna da. $\sum_{i=1}^{n} (y_i - \widehat{y_i})^2$

2.1.2.- <u>Askatasun graduak</u>

a) Ag (SST): Datu kopuru totala - 1 (n - 1).
b) Ag (SSA): Aldagai kopurua (k).
c) Ag (SSE): Ag (SST) - Ag (SSA).

2.1.3.- <u>Batazbesteko karratua</u>

a) MSA: $\frac{SSA}{Ag\ (SSA)}$

b) MSE: $\frac{SSE}{Ag\ (SSE)}$

2.1.4.- <u>F kalkulatua</u>: $F = \frac{MSA}{MSE}$

2.1.5.- <u>F kritikoa:</u> $F_{\alpha}\ (Ag(SSA);\ Ag\ (SSE))$