ZENBAKIZKO METODOETAN SAKONTZEA

INDUSTRIA TEKNOLOGIAREN INGENIARITZAKO GRADUA

2018ko maiatzak 21

Abizenak: **Izena:** **Taldea:**

1. ariketa	2. ariketa	3. ariketa	4. ariketa	5. ariketa	6. ariketa	7. ariketa	**NOTA**

Denbora: 3 ordu eta 15 minutu **Puntuazio totala: 33 puntu**

Oharra: Biribildu eragiketak 6 zifra esanguratsutara kalkulagailuz egin behar diren ariketetan.

1. ARIKETA (2 puntu)

Definitu $x_0, x_1, ..., x_n \in [a,b]$ nodoetarako $f(x)$ funtzio baten polinomio oskulatzaile kontzeptua eta idatzi k interpolazio-datu erabiltzen direnean lortzen den mozte-errorearen adierazpen orokorra.

2. ARIKETA (8.5 puntu)

A) Ondoko taulan agertzen diren $f(x_i)$ datuetako bat era esperimental okerrean lortu da:

x_i	0	1	3	4	5	6
$f(x_i)$	1	6	70	153	86	481

Zuzendu datu okerra diferentzien taulatik abiatuz, $f(x)$ funtzioaren hirugarren deribatua $\forall x \in \mathbb{R}$ baliotarako 12 dela jakinda. (4p)

B) Lortu $f'(3)$ -ren balioa, $x_i = 1,\ 3$ eta 4 nodoak bakarrik erabiliz eta $f(x)$ funtzioa kalkulatu gabe. (1.5p)

C) Diferentzia finituak erabiliz, lortu $f(x)$ funtzioaren adierazpen analitikoa eta balioztatu era hoberenean funtzio hori x=3.5 puntuan. (3p)

3. ARIKETA (4 puntu)

Kalkulatu $\int_0^{1/2} \frac{e^{-4x^2}}{\sqrt{1-4x^2}} dx$ integralaren balioa, Gaussen koadratura formulak aplikatuz, gutxienez %1 zehaztasuneko soluzio bat lortu arte.

4. ARIKETA (4.5 puntu)

A) Aintzat hartu Newton-Cotesen honako formula hau:

$$\int_{x_0}^{x_8} f(x)dx = \sum_{i=1}^{7} A_i\, f(x_i) + K \cdot h^r \cdot f^{m)}(\xi) \quad , \quad \xi \in [x_0, x_8] \text{ egonik eta } x_i = x_0 + i \cdot h \text{ eta } i = 1, 2, ..., 8 \text{ izanik.}$$

Adierazi, arrazoituz, zein diren r eta m parametroen balioak eta azaldu ea zehaztasun orden bereko Newton-Cotesen formula gehiago existitzen diren ala ez. Aurrekoaz gain, esan formula horietako zein erabiliko zenukeen eta zergatik erabiliko zenukeen. (2p)

B) $f(x) \in C^m[a,b]$ dagoela suposatuz, deduzitu pausoz pauso A) atalean emandako formula [a, b] tartean N aldiz konposatzean lortzen den formularen mozte-errorearen adierazpena. (2.5p)

Oharra: Ez da beharrezkoa K konstantea kalkulatzea.

5. ARIKETA **(4.5 puntu)**

$y(t) = \sqrt{t}$ funtzioa hastapen balioko honako problema honen soluzioa dela jakinda:

$$y'' = -\frac{1}{4t \cdot y} \qquad y(1) = 1 \ , \ y'(1) = 0.5$$

Lortu $\sqrt{2}$ balioaren hurbilketa bat Eulerren metodo hobetua (Heunen metodoa) aplikatuz. Horretarako, erabili h=0.5 pausoa.

6. ARIKETA **(4 puntu)**

Lortu hastapen balioko problema bat ebazteko balio duen eta honako baldintza hauek betetzen dituen urrats anitzeko metodo bat:

- Alde batetik, metodoak konbergentea, esplizitua eta bi urratsekoa izan behar du.
- Beste alde batetik, metodo horren polinomio karakteristiko **bakoitzaren** erroen baturak nulua izan behar du.

Metodoa lortuta, kalkulatu bere ordena.

7. ARIKETA **(5.5 puntu)**

A) Lortu $f'(z)$ zenbatesteko balio duen eta **ahalik eta ordena handiena** duen interpolazio motako deribazio formula bat, 4 nodo desberdin (x_0, x_1, x_2 eta x_3), $z \in [x_0, x_3]$ puntua eta **Lagrangeren oinarrizko funtzioak erabiliz**. Aurrekoaz gain, lortu formula horren mozte-errorearen adierazpena.

<u>Oharra</u>: Aukeratu B) atalean erabil daitekeen nodo-banaketa bat.

(4.5p)

B) Zirkuitu elektriko bati aplikatutako v(t) tentsioa i(t) korrontearen menpean dagoen honako adierazpen honen bidez adieraz daitekeela jakinda:

$$v(t) = 0.98 \cdot i'(t) + 0.142 \cdot i(t)$$

Erabili ondoko taulan agertzen diren datuak, v(1.02) balioa zenbatesteko.

t	1.00	1.01	1.02	1.03	1.04
$i(t)$	3.10	3.12	3.14	3.18	3.24

(1p)