BUKAERAKO ARIKETA. EBAZPENA.
KALIFIKAZIOAREN %100AREN GAINEKO EBALUAZIOA

2016–2017 kurtsoa. Ez-ohiko deialdia: 2017ko ekainak 14

1. ARIKETA

A ATALA

Zehaztu matrize inbolutibo batek bete behar dituen baldintzak matrize ortogonala ere izateko. Arrazoitu erantzuna bakarrik beharrezko definizioak eta lengoaia sinboliko matematiko egokia erabiliz. (2 puntu)

B ATALA

$F=\{p_1(x),\, p_2(x),\, p_3(x),\, p_4(x)\}\subset \mathbb{P}_3(x)$ polinomio multzoa kontsideratu behar da, eta $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$,

non:

$p_1(x)=1-x-x^2-x^3$	$p_2(x)=1-x+\alpha x^2-x^3$
$p_3(x)=1-x+x^2+x^3$	$p_4(x)=3+\beta x+x^2+x^3$

(1.) Lortu F-ko polinomioen koordenatuak $\mathbb{P}_3(x)$-ko oinarri kanonikoan eta jarri koordenatu horiek M deitutako matrize baten errenkada bezala. (puntu 1)

(2.) Kalkulu matriziala eta Gauss-en algoritmoa erabiliz, lortu $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ parametroen balioak $\mathcal{L}(F)\neq\mathbb{P}_3(x)$ betetzeko. (2.5 puntu)

(3.) $\alpha=0$ eta $\beta=-3$ kasurako, lortu $S=\mathcal{L}(F)$ azpiespazioaren oinarri ortogonal bat. (2 puntu)

(4.) S aurreko apartatuko azpiespazioa izanik, lortu $q(x)=1-x^2$ polinomioaren hurbilketarik onena $S^{\perp}$ azpiespazioan. (2.5 puntu)

2. ARIKETA

A ATALA

Udako egun batean, Bilbo, Donostia eta Gazteizko hirietako tenperatura maximoen batezbestekoa 33.5 ºC izan zen. Donostian, tenperatura maximoa beste bi hiriburuetako batezbesteko tenperatura baino 4.5ºC txikiagoa izan zen. Gazteizen beste bi hiriburuetako batezbesteko tenperatura baino 6ºC handiagoa izan zen. Zein izan zen hiri bakoitzeko tenperatura maximoa? (2 puntu)

B ATALA

(1.) Frogatu lengoaia sinboliko matematiko egokia erabiliz matrize baten alderantzizkoaren honako propietatea: *n* ordenako *A* matrize erregular baten irauliaren alderantzizkoa, eta *A* matrizearen alderantzizkoaren iraulia berdinak dira. (2 puntu)

(2.) M lehenengo ariketako b atalean definitutako matrizea izanik, zehaztu erregularra izateko $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ parametroen balioak. Kalkulatu M^{-1} posible denean (puntu 1)

(3.) Kalkulu matriziala erabiliz, adierazi $q(x)=1-x^2$ F-ko bektoreen konbinazio lineal bezala $\beta=1\wedge\alpha=0$ direnean. (2.5 puntu)

(4.) Kalkulatu $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ parametroen balioak $p_1(x)$ eta $p_2(x)$ ren arteko angelua $\frac{\pi}{6}\, radian$ izateko (2.5 puntu)

3. ARIKETA

A ATALA

Beharrezko definizioak eta lengoaia sinboliko matematiko egokia erabiliz, justifikatu hurrengo baieztapena egia den: "*Izan bitez* $A, B \in \mathbb{M}_3(\mathbb{R})$ *eta izan bedi* $\vec{v}$ *bi matrizeen bektore propio bat. Orduan,* $\vec{v}$ *ere* $2AB$ *matrizearen bektore propioa da*". (2 puntu)

B ATALA

Izan bedi $A \in \mathbb{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ matrize bat non:

- $\vec{u} = (1,1,1)$ bektorea $\lambda = 2$ balio propioari elkartutako bektore propioa den
- $A \cdot \vec{v} = -\vec{v} \quad \forall \vec{v} \in S = \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, x+y+z=0 \right\}$

(1.) Justifikatu arrazoituz A matrizea diagonalizagarria den. Erantzuna baiezkoa bada, diagonalizatu A matrizea. (2 puntu)

(2.) A matrizea ortogonalki diagonalizagarria al da? Arrazoitu erantzuna. (2 puntu)

(3.) Kalkulatu A^{10}. (1.5 puntu)

(4.) $\mathbb{I}_3$ 3. ordenako identitate matrizea izanik, lortu $p(A) = -A^3 + 3A + 2\mathbb{I}_3$ polinomio matrizialaren balioa eta emaitza horretatik abiatuz, lortu A^{-1}. (2.5 puntu)
