AZKEN ARIKETA (%100)

2015–2016 ikasturtea. 2.deialdia: 2016.eko ekainaren 30ean

Abizenak:	
Izena:	***Taldea:***
Ariketa hau egiteko arauak eGelan argitaratu ziren eta ikasleak ezagutu behar ditu.	

1. ARIKETA

A ZATIA

Ondoko kalkulu segmentua kontutan hartuz, erantzun arrazoituz proposatzen diren galderei:

```
u={0,1,0,-1};v={0,0,1,-1};
e1={1,0,0,0};e2={0,0,2,1};x={1,2,3,4};
Solve[m u+n v=={0,0,0,0},{m,n}]
```

$\{\{m \to 0,\ n \to 0\}\}$

```
Solve[a u+b v+c e1+d e2=={0,0,0,0},{a,b,c,d}]
```

$\{\{a \to 0,\ b \to 0,\ c \to 0,\ d \to 0\}\}$

```
Reduce[a u+b v+c e1+d e2=={1,2,3,4},{a,b,c,d}]
```

$a = 2 \wedge b = -3 \wedge c = 1 \wedge d = 3$

(1.) Kalkulatu B oinarri bat eta $S = \mathcal{L}(\{u,v\})$ -ren dimentsioa. (0.5 puntu)

(2.) Osatu B oinarria $\mathbb{R}^4$ -ren B^* oinarri bat lortu arte (0.5 puntu)

(3.) Kalkulatu B*-ren oinarrian $\overline{x} = (1,2,3,4)$ bektorearen koordenatuak (0.5 puntu)

(4.) Kalkulatu $h\left(\{\overline{u},\ \overline{v},\ \overline{e}_1\}\right)$ (0.5 puntu)

B ZATIA

$\mathbb{R}^3$ espazio bektorialean ondoko zuzenak kontsideratzen dira:

$$r \equiv \begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-y+z=2 \end{cases} \qquad s \equiv \begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+by+2z=2 \end{cases}$$

(1) Aztertu *(r, s)* ekuazio sistema multzoaren bateragarritasuna $a, b \in \mathbb{R}$ parametroen balio desberdinen arabera. (4 puntu)

(2) Interpretatu geometrikoki lortutako emaitza desberdinak (2 puntu)

(3) Existitzen diren kasuetan, dagozkien ebakidurak kalkulatu. (2 puntu)

2. ARIKETA

A ZATIA

Izan bedi $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ matrizea. Antzekotasunez diagonalizagarria al da? Ortogonalki ezin dela diagonalizatu justifikatzeko, **gutxienez** bi arrazoi eman. (4 puntu)

B ZATIA

Izan bitez $S\equiv\begin{cases} x-2y+5z=a \\ x-2y+5z=b \\ x-2y+5z=c \end{cases}$ $\qquad \pi\equiv x-2y+5z=\dfrac{a+b+c}{3}$

$a,b,c\in\mathbb{R}$ zenbaki desberdinak badira, S ekuazio linealetako sistema bateraezina da: ekuazioen grafikoak plano paraleloak dira. Frogatu Karratuen Txikien metodoa erabiliz, lortutako soluzio guztien multzoa π planoa dela. (6puntu)

3. ARIKETA

(1.) Arrazoitu egia ala gezurra den ondoko baieztapena: "*Oinarri ortogonal batean Gram-en matrizea beti diagonala da*". (3 puntu)

(2.) Izan bedi *A* matrize erreala non bere errenkada bektoreak ondoko bektoreak diren:

$$\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3,\vec{u}_4,\vec{u}_5\in\mathbb{R}^7-\left\{\vec{0}_{\mathbb{R}^7}\right\}$$

(a) Zein da A matrizearen ordena? (puntu 1)

(b) Zein balioren artean dago h(*A*)? (puntu 1)

(c) $h(A)=3$ dela jakinda, ondoko baieztapenetatik egiak direla ziurta ditzakezunak zehaztu:

(c.1) $\{\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3\}$ askea da. (2 puntu)

(c.2) $\{\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3,\vec{u}_4\}$ lotua da. (2 puntu)

(c.3) $\dim\left[\mathcal{L}\left(\{\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3,\vec{u}_4\}\right)\right]=3$ (puntu 1)

ALJEBRA

4. ARIKETA

Izan bedi $\mathcal{P}_3$-ren $S \triangleq \{ p(x) \in \mathcal{P}_3 \,/\, p(1) = p'''(0) = 0 \}$ azpiespazio bektoriala.

(1) Kalkulatu S azpiespazio bektorialaren ekuazio parametrikoak eta inplizituak. Lortu S-ren B_S oinarri bat eta bere dimentsioa. (2 puntu)

(2) Osatu S-ren B_S oinarria $\mathcal{P}_3$ -ren B* oinarri bat lortu arte (2 puntu)

(3) Lortu S -ren azpiespazio bektoriala ez den S -ren T multzo bat. Arrazoitu erantzuna. (2 puntu)

(4) Kalkulatu $r(x) = x^3 + 1$-ren hurbilketarik onena S -n, ohiko biderkadura eskalarra erabiliz. Lortu egindako errorea. Interpretatu lortutako emaitza. (4 puntu)

5. ARIKETA

Izan bedi $(\mathbb{R}^3, \langle \, , \rangle)$ espazio bektoriala ohiko biderkadura eskalarrarekin. Izan bitez ondoko azpiespazio bektorialak:

$$S \equiv \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \,/ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \forall \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}$$

$$T \equiv \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \,/ (-1,-2,3) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0 \right\}$$

(1.) Lortu aurreko azpiespazio bien oinarri bat eta haien dimentsioa (2 puntu)
(2) Adierazi S eta T era inplizituak (2 puntu)
(3) Zehaztu $I = S \cap T$ azpiespazio bektoriala eta interpretatu lortutako emaitza (3 puntu)
(4) Izan bitez $Q(1,1,0)$ eta $P(0,0,1)$ puntuak, proiektatu $\overrightarrow{PQ}$ bektorea ortogonalki $I = S \cap T$ azpiespazioaren gainean eta lortu proiekzio horren norma. (3 puntu)