eman ta zabal zazu
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA
UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO

BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

Departamento de Matemática Aplicada
Paseo Rafael Moreno "Pitxitxi", 3
48013 Bilbao

INDUSTRIA INGENIARITZA TEKNIKOKO ATALA
SECCIÓN INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

AZKEN ARIKETA (Ebaluazio jarraitua)

2015–2016 ikasturtea. 2.deialdia: 2016ko ekainaren 30ean

Abizenak:	***Izena:***
Ariketa hau egiteko arauak eGelan argitaratu ziren eta ikasleak ezagutu behar ditu.	***Taldea:***
Lau hilabetean zehar egindako ebaluazio jarraitua mantentzen duten ikasleentzako ariketa. Iraupena: 2 ordu..	

1. ARIKETA

Izan bedi *Mathematica* programako ondoko kodea. Kode honetatik, nahi gabe A matrizea definitzeko erabiltzen zen In[1] sarrera ezabatu da.

```
In[2]:= p[x_] = CharacteristicPolynomial[A, x]
Out[2]= -1 + x + x^2 - x^3

In[3]:= -A * A + A + IdentityMatrix[3]
Out[3]= {{1, 0, 0}, {0, 1, -2}, {0, 0, -1}}

In[4]:= Eigensystem[A]
Out[4]= {{-1, 1, 1}, {{-1, 1, 2}, {-1, 1, 0}, {0, 0, 0}}}

In[5]:= -A.A + A + IdentityMatrix[3]
Out[5]= {{0, -1, 1}, {1, 2, -1}, {1, 1, -1}}
```

Aurreko kodeko informazioa erabiliz, erantzun arrazoituz ondoko galderei:

(1.) Kalkula ezazu A matrizearen determinantea (2 puntu)

(2.) Lor ezazu A matrizearen alderantzizkoa era esplizituan (2 puntu)

(3.) A matrizea diagonalizagarria al da? Baiezko kasuan, zehaztu D matrize diagonala eta P matrize erregularra. (2 puntu)

(4.) Baliteke A-ren bektore propioekin osatutako $\mathbb{R}^3$-ko oinarri bat lortzea? Erantzuna baiezkoa bada zehaztu oinarri hori. (puntu 1)

(5.) Zeintzuk izango lirateke A^n-ren bektore propioak, $n \in \mathbb{Z}$ izanik? (3 puntu)

2. ARIKETA

(1.) Arrazoitu egia ala gezurra den ondoko baieztapena: *"Oinarri ortogonal batean Gram-en matrizea beti diagonala da".* (3 puntu)

(2.) Izan bedi A matrize erreala non bere errenkada bektoreak ondoko bektoreak diren:

$$\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4, \vec{u}_5 \in \mathbb{R}^7 - \left\{ \vec{0}_{\mathbb{R}^7} \right\}$$

(a) Zein da A matrizearen ordena? (puntu 1)

(b) Zein balioren artean dago h(A)? (puntu 1)

(c) $h(A) = 3$ dela jakinda, ondoko baieztapenetatik egiak direla ziurta ditzakezunak zehaztu:

(c.1) $\left\{ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3 \right\}$ askea da (2 puntu)

(c.2) $\left\{ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4 \right\}$ lotua da (2 puntu)

(c.3) $\dim\left[\mathcal{L}\left(\left\{ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4 \right\} \right) \right] = 3$ (puntu 1)

Aurreko baieztapenetarikoren bat gezurra bada, frogatu kontraadibide batekin.

---

3. ARIKETA

$\left(\mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R}), \langle \, , \rangle \right)$ espazio bektorial euklidearrean eta ohiko biderkadura eskalarra erabiliz, ondoko azpiespazio bektorialak kontutan hartzen dira:

- $S = \mathcal{L}(B) \,/\, B = \left\{ A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\} \subset \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$
- $U = \left\{ A \,/\, A = A^T \right\} \subset \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$

(1.) Kalkulatu bi espazio bektorialen ekuazio parametrikoak eta inplizituak, haien dimentsioak zehaztuz (2 puntu)

(2.) zehaztu $S \cap U$ azpiespazio bektoriala, kalkulatu $B_{S\cap U}$, $S \cap U$-ren oinarri bat eta bere dimentsioa (2 puntu)

(3.) Zehaztu $S + U$ azpiespazio bektoriala, kalkulatu B_{S+U}, $S + U$-ren oinarri bat, eta bere dimentsioa (2 puntu)

(4.) Osatu S-ren B_S oinarria $\mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$-ren B' oinarri bat lortu arte (puntu 1)

(5.) Lortu $\mathbb{I}_2 \in \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$ identitate matrizetik distantzia minimora dagoen $B_1 \in S$ matrizea. Kalkulatu distantzia hori. (3 puntu)

---

eman ta zabal zazu
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA
UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO

BILBOKO INGENIARITZA ESKOLA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE BILBAO

Departamento de Matemática Aplicada
Paseo Rafael Moreno "Pitxitxi", 3
48013 Bilbao

INDUSTRIA INGENIARITZA TEKNIKOKO ATALA
SECCIÓN INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL

4. ARIKETA

Izan bedi ekuazio linealetako sistema bateko *AM* matrize zabaldua:

$$AM = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2+\alpha & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 2+\alpha & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 2+\alpha & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 2+\alpha \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{5\times 5}(\mathbb{R})$$

(1.) Kalkulatu koefizienteen matrizearen heina $\alpha \in \mathbb{R}$ parametroaren balio desberdinen arabera (2 puntu)

(2.) Zein $\alpha \in \mathbb{R}$ parametroaren baliotarako da *AM* matrize alderanzgarria? (2 puntu)

(3.) Idatzi era orokorrean eta era bektorialean emandako ekuazio linealetako sistema (2 puntu)

(4.) Eztabaidatu eta sailkatu sistema $\alpha \in \mathbb{R}$ parametroaren balio desberdinen arabera. (2 puntu)

(5.) Posible denean, ebatzi sistema Gauss-Jordan-en metodoa erabiliz (2 puntu)

Noten argitalpena: 2016ko uztailaren 11an, 19:00etan.
Ariketen berrikuspena: 2016ko uztailaren 14an, 10:00etan (7.solairuan, 7I1 Matematika Aplikatua Saileko Laborategian)