

INGENIARITZA-GRADUKO 1. MAILA:
INDUSTRIA TEKNOLOGIA, INDUSTRIA ANTOLAKUNTZA ETA
INGURUMEN INGENIARITZA

FISIKA

2015.eko urtarrilaren 16a

Iraupena: 2 ordu 30 minutu

Mesedez, ez idatzi bi ariketen erantzunak orri berean.

1.- Osziladore harmoniko sinplea. Adierazpen matematikoa. Kotsiderazio energetikoa (adibiderik gabe).

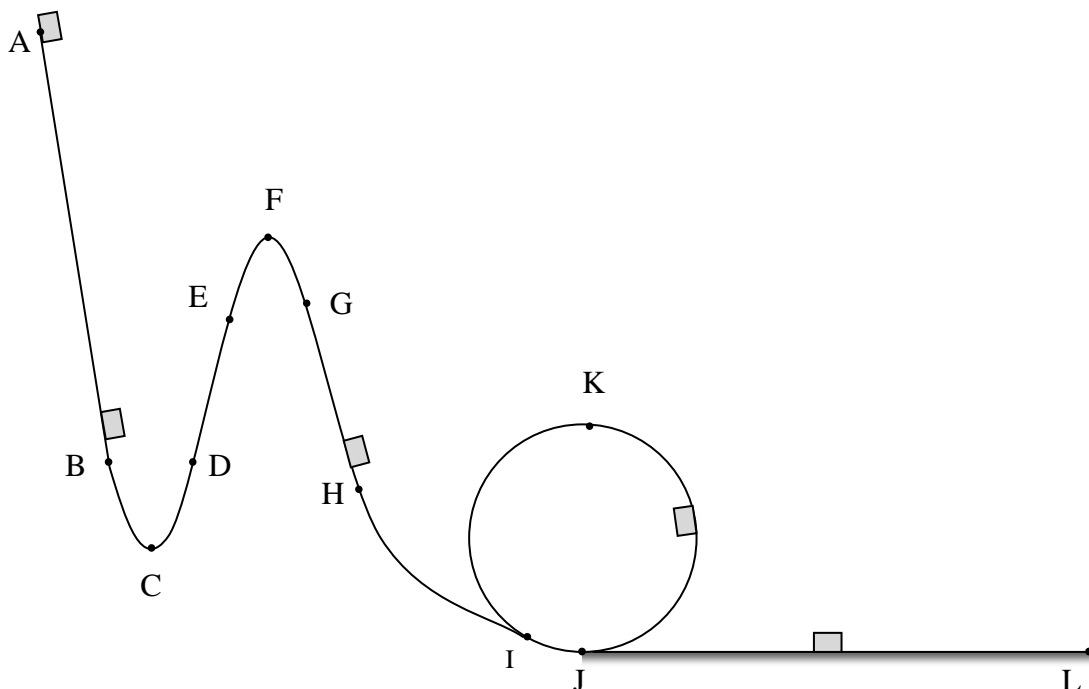
2.- Irudiko mendi "Errusiarrean", gurditxoa A puntutik abiatzen da, eta hasierako abiadura nahikoa du, pista osoa burutzeko pistatik aldendu gabe. I puntura iristean, kiribil zirkular batean sartzen da, bere barrualdetik osatzen du eta J puntuan irteten da. JL tarteetan marruskadura nahikoa dago justu gurditxoa L puntuan geldiarazteko. Izan ere, tarte horretan soilik dauka marruskadura gurditxoak zoruarekin. Honako tarteak zuzenak dira: A-B, D-E, G-H eta J-L.

a) Ibilbidearen zein tokitan dauka gurditxoak energia zinetiko maximoa? Azal ezazu zehazki zergatia.

b) Esan ezazu zein tartetan duen azelerazio tangenziala soilik, non duen azelerazio normala soilik, eta zeinetan dituen biak. Tangenzialaren kasuan, esan ezazu halaber, ea positiboa ote den ala negatiboa, eta azaldu zergatik.

c) Zein puntutan dauzka energia potentzialak balio maximoak edo minimoak? (absolutuak zein erlatiboak). Zeintzuk dira oreka-posizio egonkor edo ezegonkorak? Zergatik?

d) Irudika itzazu gurditxoak jasaten dituen indarrak, erdibideko puntu bat aukeratu, honako tarteetan: A-B, D-E, J-K eta J-L eta, halaber, K puntuan (betiere, erreferentzia-sistema inertzial batetik behatuta).



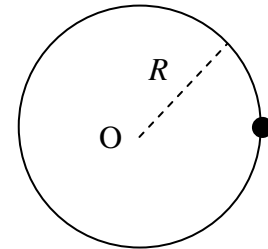
3.- 2014-ko azaroaren 12an, Philae modulu espaziala (masa $m = 100$ kg) 67P Churyumov-Gerasimenko kometaren gainean jarri zen (masa $M = 10^{13}$ kg), eta, horrela, sekula kometa baten gainera iritsitako lehen zunda espaziala bilakatu zen. Moduluak jaitsiera askea burutu zuen 22.5 km-ko altueratik (kometaren zentroarekiko, eta pausagunetik abiatuta), eta bere gainazalean jarri zen (esferikotzat hartuko dugu kometa eta 1.3 km-ko erradioduna). Hala ere, Philae moduluak kometara itsasteko sistemak huts egin zuen, eta talka ez plastikoa jasan zuen, eta Philae moduluak errebotatu egin zuen. Kalkula itzazu:

- Philaeren pisua kometaren gainazalean.
- Zein abiaduraz egin zuen talka Philaek kometarekin.
- Talkaren itzultze-koefizientea 0.32 izan bazen, zein abiaduraz errebotatu zuen Philaek?
- Zein altueraraino igo zen errebotarene ondoren?

Datua: Grabitazio Unibertsalaren Konstantea $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

4.- Disko homogeneo batek M masa eta R erradioa ditu, eta bere zentrotik pasatzen den ardatz horizontal eta finko baten inguruan biratu dezake. Diskoaren ertzean, objektu txiki bat dago itsatsita, M masaduna bera ere. Diskoa pausagunetik abiatuz eta objektu txikia erradio horizontal baten muturrean dagoelarik, biratzen uzten diogu, irudiak erakusten duen bezala. Kalkula itzazu:

- Disko/objektu multzoaren hasierako azelerazio angeluarra.
- Multzoaren abiadura angeluarra, justu objektutxoa beheko posizioraino iristen den aldiunean.
- Justu aldiune horretan, objektu txikia askatu egiten da. Kalkula ezazu diskoaren abiadura angeluar berria.

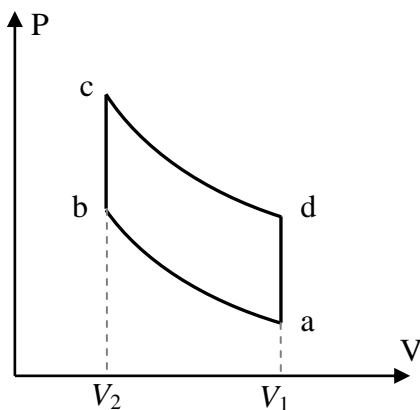


Datua: disko baten Inertzia-Momentua bere zentrotik

pasatzen den ardatz perpendikularrekiko: $\frac{1}{2} MR^2$

5.- Otto-ren zikloak aire berodun motor bat adierazten du (gas diatomikoa: $\gamma=7/5$).

Zikloko ab eta cd prozesuak adiabatikoak dira, eta bc eta da, bolumen konstantedunak.



Adieraz ezazu lau puntu horietako temperaturen menpe:

- Gasak egindako lana prozesu bakoitzean, eta lan totala ziklo osoan.
- Gasak elkarbanatutako beroa prozesu bakoitzean.
- Motorraren etekina.
- Adieraz itzazu T_b eta T_c temperaturak, hurrenez hurren, T_a eta T_d temperaturen menpe, eta bolumenen menpe: $V_a = V_d = V_1$ eta $V_b = V_c = V_2$.
- Kalkula ezazu motorraren etekina, zenbakiz, kasu honetan: $V_1/V_2 = 7$ (konpresio-erlazioa).

Datua: $R = 8.31 \text{ J/molK} = 0.082 \text{ atml/molK}$

1) liburuko 91-97 orrialdeak, baina (94-95 orrialdeetako adibideak ez)

2) a) Energia zinetiko maximoa izango du energia potentzial minimoko tokian: J puntuan. Ondoren, bidea horizontala da, baina marruskaduraren eraginez, abiadura motelduz joango da.

b-1) Azelerazio tangenziala soilik = azelerazio normala nulua duenean: tarte zuzen guztietan:

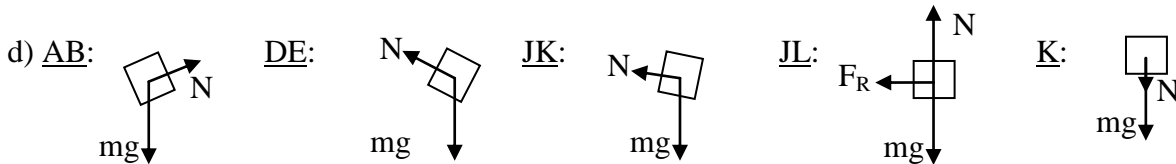
$$AB \ a_t > 0; DE \ a_t < 0; GH \ a_t > 0; JL \ a_t < 0$$

b-2) Azelerazio normala soilik: $a_t = 0$ denean $\rightarrow v = \max$ edo $v = \min$. C, F, J eta K puntuetan.

b-3) Bi azelerazio motak: BD (C izan ezik), EG (F izan ezik), HJ (K izan ezik).

c) Energia potentziala: max: A (abs), F (erl), K (erl). min: C (erl), J-L (abs).

oreka posizioak: F, K ezegonkorak. C, J-L egonkorak.



3) Modulu espaziala eta kometa. a) moduluaren pisua kometaren gainazalean: $F = G \frac{Mm}{R^2} = \boxed{0.0395 \text{ N}}$

b) Erorketan: $Ez_h + Ep_h = Ez_a + Ez_a$ (h : hasieran, a : amaieran) $0 - G \frac{Mm}{r} = \frac{1}{2}mv^2 - G \frac{Mm}{R} \rightarrow \boxed{v = 0.98 \frac{m}{s}}$

c) $v' - V' = e(V - v)$ baina $V' = V = 0$, beraz $\boxed{v' = e \cdot v = 0.31 \frac{m}{s}}$

d) Igoeran berriro: $Ez_h + Ep_h = Ez_a + Ez_a \rightarrow \frac{1}{2}mv'^2 - G \frac{Mm}{r'} = 0 - G \frac{Mm}{R} \rightarrow \boxed{r' = 1.4 \text{ km}}$ beraz $\boxed{h' = r' - R = 0.1 \text{ km}}$

4) a) Hasierako azelerazio angeluarra: $M = I \cdot \alpha \quad \alpha = \frac{M_o}{I} = \frac{MgR}{\frac{1}{2}MR^2 + MR^2} = \boxed{\frac{2g}{3R}}$

b) Erorketan: $Ez_h + Ep_h = Ez_a + Ez_a \rightarrow 0 + MgR = \frac{1}{2}I\omega^2 + 0$ ← Diskoaren Ep ez denez aldatzen, ez dago zertan kontutan hartu. Altuaren jatorria ($h=0$), azpian.

$$MgR = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}MR^2 + MR^2) \cdot \omega^2 \rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{4g}{3R}}}$$

c) Objektua askatzen denean $v = \omega \cdot R$ abiadura du: $v = \sqrt{\frac{4gR}{3}}$ baina horizontala eta ezkerrerantz.

$$L_{tot} = kte \rightarrow L_{(disk+obj)} = L'_{disk} + L'_{obj} \rightarrow I_{(disk+obj)} \cdot \omega = I'_{(disk)} \cdot \omega' + MRv_{(obj)}$$

$$\rightarrow (\frac{1}{2}MR^2 + MR^2) \cdot \omega = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \omega' + MR\omega R \rightarrow \omega' = \frac{(\frac{1}{2}MR^2 + MR^2)\omega - MR^2\omega}{\frac{1}{2}MR^2} = \boxed{\omega \cdot \text{abiadura bera.}}$$

5.- Ottoren zikloa: gas diatomikoa $C_v = \frac{5}{2}nR$

a) $\begin{cases} W_{ab} = Q_{ab} - \Delta U_{ab} = 0 - C_v(T_b - T_a) = \boxed{\frac{5}{2}nR(T_a - T_b)} \\ W_{bc} = \boxed{0} \\ W_{cd} = Q_{cd} - \Delta U_{cd} = 0 - C_v(T_d - T_c) = \boxed{\frac{5}{2}nR(T_c - T_d)} \\ W_{da} = \boxed{0} \end{cases}$

b) $\begin{cases} Q_{ab} = \boxed{0} \\ Q_{bc} = \boxed{\frac{5}{2}nR(T_c - T_b)} \\ Q_{cd} = \boxed{0} \\ Q_{da} = \boxed{\frac{5}{2}nR(T_a - T_d)} \end{cases}$

$$\boxed{W_{TOT} = \frac{5}{2}nR(T_a - T_b + T_c - T_d)}$$

$$c) \eta = \frac{W}{Q_{abs}} = \frac{W_{TOT}}{Q_{bc}} = \frac{C_v(T_a - T_b + T_c - T_d)}{C_v(T_c - T_b)} = \frac{T_a - T_b + T_c - T_d}{T_c - T_b} = \boxed{1 + \frac{T_a - T_d}{T_c - T_b}}$$

$$d) TaVa^{\gamma-1} = TbVb^{\gamma-1} \Leftrightarrow \boxed{Tb = Ta \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} \quad TcVc^{\gamma-1} = TdVd^{\gamma-1} \Leftrightarrow \boxed{Tc = Td \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}$$

$$e) \eta = 1 + \frac{T_a - T_d}{T_c - T_b} = 1 + \frac{T_a - T_d}{(T_d - T_a) \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1-\gamma} = 1 - 7^{-2/5} = \boxed{0.54}$$