BUKAERAKO ARIKETA

2014–2015 Ikasturtea. Ezohiko deialdia: 2015eko ekainak 11

Abizenak:	
Izena:	***Taldea:***
Ariketa hau egiteko arauak eGelan argitaratu ziren eta ikasleak ezagutu behar ditu	

1. ORRIA

A ZATIA [4 puntu]

Izan bedi honako *Mathematica*-ko kode hau:

```
In[1]:= a1 = {m, m + 1, 1}; a2 = {m, 0, 1}; a3 = {1, m, m};

In[2]:= Reduce[x a1 + y a2 + z a3 == {2 + m, 3, m}, {x, y, z}]

Out[2]= (m == -1 && y == -4 - x && z == -3) || ((-1 + m) (1 + m) ≠ 0 && x == (-3 + 5 m - m^2)/(-1 + m^2) && y == -3 + m + m x && z == 2 + 4 m - m^2 - m x - m^2 x)

In[3]:= Reduce[x a1 + y a2 + z a3 == {0, 0, 0}, {x, y, z}]

Out[3]= ((m == -1 || m == 1) && y == m x && z == -x - m x) || ((-1 + m) (1 + m) ≠ 0 && x == 0 && y == 0 && z == 0)
```

Kode honek ematen duen informazioa bakarrik erabiliz, erantzun honako galderei:

(1.) Izan bedi $F=\{\vec{t}_1=(\alpha,\alpha+1,1),\vec{t}_2=(1,\alpha,\alpha),\vec{t}_3=(\alpha,0,1)\}$. Zehaztu $\alpha\in\mathbb{R}$ parametro errealaren zein baliotarako $\vec{v}=(\alpha+2,3,\alpha)\in\mathcal{L}(F)$ betetzen den.

(2.) Aztertu $\vec{t}_i\,/\,i=1,2,3$ bektoreak linealki menpekoak diren $\alpha\in\mathbb{R}$ parametroaren arabera.

B ZATIA [6 puntu]

Izan bedi honako koefiziente matrizea duen ekuazio linealetako sistema homogeneoa:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 1 & -1 & \alpha+1 & \alpha\\ 1 & -2 & 1 & \beta\end{pmatrix}$$

(1.) Eztabaidatu eta ebatzi sistema $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ parametroen arabera.

(2.) Aurreko ataleko eztabaidan oinarrituz, aztertu eta arrazoitu zein kasutan A matrizea alderanzgarria den. A^{-1} kalkulatu $\alpha=-1\wedge\beta=0$ direnean.

---

eman ta zabal zazu

euskal herriko unibertsitatea — universidad del país vasco

ÁLGEBRA
ALJEBRA

INDUSTRIA INGENIARITZA TEKNIKOKO UNIBERTSITATE ESKOLA
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL
BILBAO

2. ORRIA

A ZATIA [4 puntu]

Izan bitez $\mathcal{P}_3$ espazio bektoriala, eta honako azpiespazioa: $S \triangleq \{ p(x) \in \mathcal{P}_3 \;/\; p(1) = p'''(0) = 0 \}$.

(1.) S azpiespazio bektoriala definitzen duten ekuazio parametrikoak eman. Lortu oinarri bat, B_S, eta S-ren dimentsioa.

(2.) Osatu S-ren B_S oinarria $\mathcal{P}_3$-ko B' oinarri bat lortu arte.

B ZATIA [6 puntu]

Izan bitez $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $q(x) = a'x^3 + b'x^2 + c'x + d' \in \mathcal{P}_3$, eta $\mathcal{P}_3$-ko ohiko biderkadura eskalarra: $\langle p(x), q(x) \rangle \triangleq aa' + bb' + cc' + dd'$

(3.) Lortu biderkadura eskalarraren Gram matrizea $\mathcal{P}_3$-ren B' oinarriarekiko.

(4.) Lortu $r(x) = x^3 + 1$ bektorearen hurbilketarik onena S-n. Egindako errorea adierazi eta lortutako emaitza interpretatu.

---

3. ORRIA

A ZATIA [4 puntu]

Izan bedi honako *Mathematica*-ko kodeko lehenengo sarreran definitutako A matrizea:

```
In[1]:= a = {{2, -1, -1}, {-1, 2, -1}, {-1, -1, 2}};

In[2]:= e = Eigensystem[a]
Out[2]= {{3, 3, 0}, {{-1, 0, 1}, {-1, 1, 0}, {1, 1, 1}}}

In[3]:= Orthogonalize[e[[2]]]
```

Out[3]= $\left\{\left\{-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}, \left\{-\frac{1}{\sqrt{6}}, \sqrt{\frac{2}{3}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right\}, \left\{\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}\right\}$

(1.) A matrizea singularra al da? Arrazoitu erantzuna.

(2.) Posible bada, A matrizea antzekotasunez diagonalizatu. Arrazoitu erantzuna, erabilitako bektore propioz osatutako oinarria adieraziz.

B ZATIA [6 puntu]

Izan bitez A eta B matrizeak:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1-m \\ 0 & 1 & 0 \\ 1+m & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(1.) Kalkulatu A matrizearen balio propioak eta azpiespazio propioak.

(2.) Posible bada A matrizea diagonalizatu.

(3.) m-ren zein baliotarako da B matrizea ortogonalki diagonalizagarria? Arrazoitu erantzuna.

---

4. ORRIA

A ZATIA [4 puntu]

(1.) Izan bedi $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ matrize erregularra. Frogatu $\vec{x}$ A matrizearen λ balio propioari elkartutako bektore propioa bada, orduan $\vec{x}$ ere $A^{-1} \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ matrizearen λ^{-1} balio propioari elkartutako bektore propioa dela.

(2.) Frogatu $A^{-1}\cdot(B+A)\cdot B^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ dela, non $A, B \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ diren.

B ZATIA [6 puntu]

Izan bedi $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ espazio bektorial euklidearra, ohiko biderkadura eskalarrekin: $\langle A, B\rangle = Aztarna\left(A^T B\right)$. Izan bedi honako azpiespazio hau:

$$S = \left\{ A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \,/\, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A = A \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

(1.) Lortu S-ren oinarri ortogonal bat, B_{OT}. Azpiespazioaren dimentsioa zehaztu.

(2.) Kalkulatu $S^{\perp}$ azpiespazioaren ekuazio parametrikoak.

(3.) Kalkulatu $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ matrizearen proiekzioa S azpiespazioaren gainean. Lortutako emaitza interpretatu.

Noten argitalpena: 2015eko ekainaren 18an, 17:00etan.
Ariketen berrikuspena: 2015eko ekainaren 23an, 10:00etan (7. solairuan, 7 I 1 Laborategian)