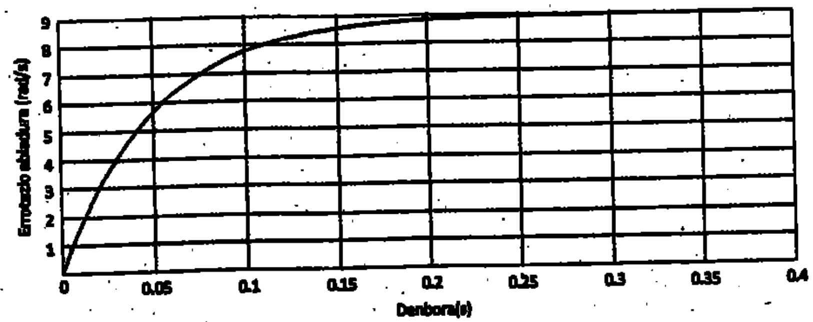
	[redacted]	Ikasturtea: 2014/2015 2015/Ekaina/17
	Izena ______	Iraupena: 2 ordu 30 min
	1. Abizena ______	
	2. Abizena ______	Taldea

[redacted]

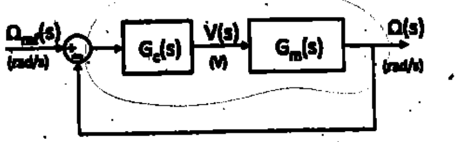
Induzituaren harilduan 1 voltioko sarrera ezartzean zalonean motor bati, 1.1 irudian erakusten den ω(t) abiaduraz erantzuten du.



1.1. Irudia Motorraren abiaduraren erantzuna

1. Lor ezazu $G_m(s) = \frac{\Omega(s)}{V(s)}$ transferentzi funtzioa.

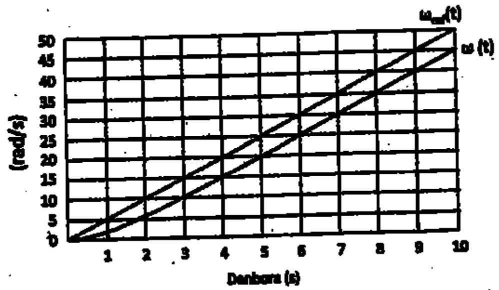
2. Motorra berrelikadura unitario begizta batan sartuko dugu $G_c(s)$ kontrolagailua diseinatu asmoz, 1.2 irudian erakusten den bezala. Motorra abiadura-jarraitzaile lanatan erabiltzea da helburua.



1.2 irudia. Abiadura-jarraitzailea

Diseina ezazu, $G_c(s)$ kontrolagailu bat 1.3 irudiko errore berdina emango duena, eta kalkula ezazu analitikoki sistemaren egonkortze-denbora %2ko irizpidea erabiliz. Justifika ezazu hartutako erabakien zergatia.

Hecha



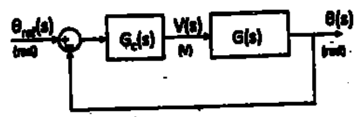
1.3 Irudia. Abiaduraren erreferentzia $\omega_{ref}(t)$ eta erantzuna $\omega(t)$

3. Orain, motor hori bera posizio-sistema bat konfiguratzeko erabili nahi da, engranajea ere duena $N_1/N_2 = 1/10$ erlaziodunа. Beraz:

$$\omega_r(t) = \frac{N_1}{N_2}\omega(t) \qquad \theta(t) = \int \omega_r(t)dt$$

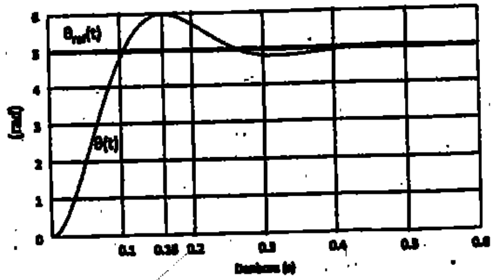
Lor ezazu $G(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)}$ transferentzi funtzioa.

4. Orain G(s) 1.4 irudiko kontrol-sisteman sartuko dugu:



1.4 Irudia. Posizioaren kontrol-sistema

Diseina ezazu, $G_c(s)$ kontrolagailu bat 1.5 irudiko erantzuna lortzeko begizta itxian, eta kalkula ezazu egoera iraunkorreko errorea sarrera 5 maldadun arrapala denean. Justifika ezazu hartutako erabakien zergatia.



1.5 Irudia. Begizta itxian lortu beharreko erantzuna

5x = 5

1. ATALA (%10)

$$\boxed{G_a(s)=\frac{\Omega(s)}{V(s)}=\frac{K}{s\tau+1}=\frac{9}{0.05s+1}\,\frac{rad/s}{V}}$$

2. ATALA (%40)

$$\boxed{G_c(s)=\frac{1}{180}\left(\frac{s+20}{s}\right)}$$

$$\boxed{t_s=4\tau=4s}$$

3.- ATALA (%10)

$$\boxed{\begin{array}{l}\Omega_r(s)=\dfrac{N_1}{N_2}\Omega(s)\rightarrow\dfrac{\Omega_r(s)}{\Omega(s)}=\dfrac{N_1}{N_2};\\ \theta(s)=\dfrac{\Omega_r(s)}{s}\rightarrow\dfrac{\theta(s)}{\Omega_r(s)}=\dfrac{1}{s};\\ G(s)=\dfrac{\theta(s)}{V(s)}=\dfrac{\theta(s)}{\Omega_r(s)}\cdot\dfrac{\Omega_r(s)}{\Omega(s)}\cdot\dfrac{\Omega(s)}{V(s)}=\dfrac{1}{s}\cdot\dfrac{1}{10}\cdot\dfrac{K}{s\tau+1}=\dfrac{0.9}{s(s0.05+1)}\end{array}}$$

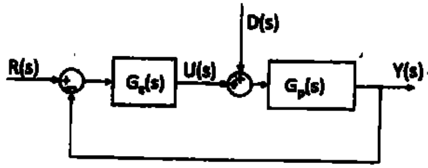
4.- ATALA (%40)

$$\boxed{G_c(s)=K_c=27.03}$$

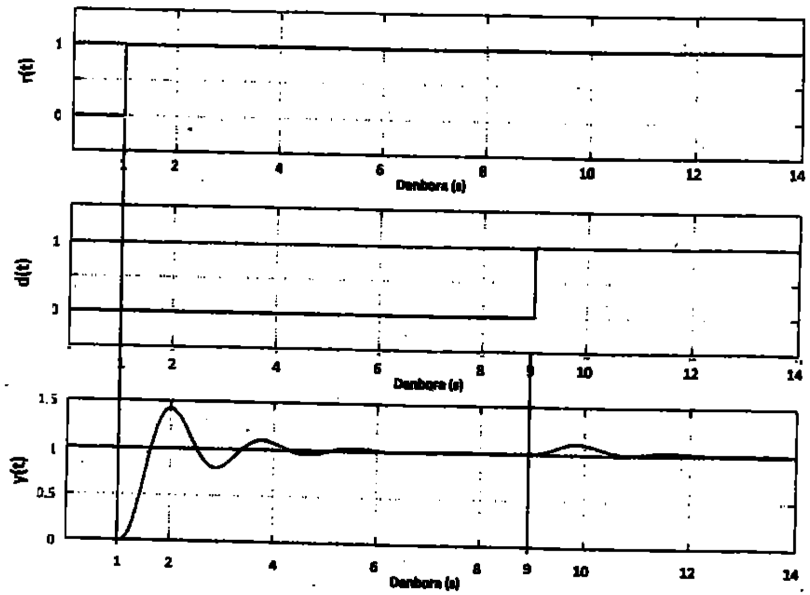
Eta 5 maldako arrapala sarrerari jarraitzean emango lukeen iraunkorreko errorea:

$$\boxed{e_v=\frac{1}{k_v}\rightarrow k_v=\lim_{s\to 0}s\cdot K_c\cdot\frac{0.9}{s(s0.05+1)}=24.32\rightarrow e_{ss}=\frac{5}{24.32}=0.2\ rad}$$

2.- Irudiko kontrol-sisteman, kontrolagailua PID motakoa da baina ez dakigu zein algoritmo erabili den, ezta bere parametroei emandako balioa ere. Plantaren (G_p) irabazpen estatikoa 0.5 dela jakina da eta egindako esperimentu batzuetan erregistratutako informazioa dago. Horietako esperimentu batean lortutako datuak aurkeztu dira 2.2 irudian: erreferentzia eta perturbazio sarreren eboluzioa alde batetik, eta bestetik, kontrolatutako aldagaiaren erantzuna sarrera horiei.



2.1 Irudia. Kontrol-sistema



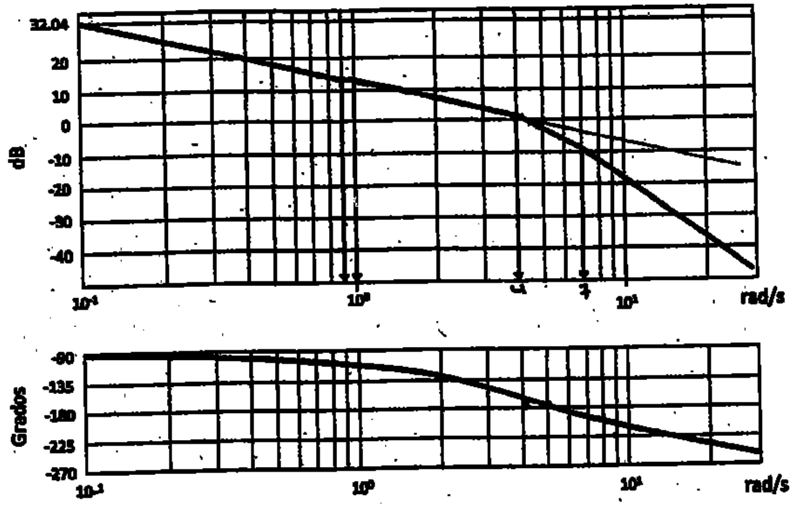
2.2 Irudia. r(t), d(t) eta y(t) aldagaien bilakaera

$t_p = 2$ $M_p = 50\%$

$\omega_n = 1'5$ $\delta = 0'2$

$\frac{2'5628}{s^2+0'64s+2'56}$

2.3 Irudian, begizta irekiko sistemaren Bode diagrama daukagu, esperimentu horretan erabilitako kontrolagailua barne.



2.3 Irudia. Begizta irekiko sistamaren Bode diagrama

1. Zein da egoera iraunkorreko errorea, erreferentzia $R(s) = \frac{1}{s}$ eta perturbazioa $D(s) = \frac{e^{-4s}}{s}$ direnean?.
2. Zein izango da egoera iraunkorreko errorea, perturbaziorik gabe, erreferentzia arrapala unitarioa bada?.
3. Identifika ezazu begizta irekiko sistemaren transferentzi funtzioa.
4. Ondorioztа ezazu zein den $G_c(s)$ kontrolagailuaren transferentzi funtzioa. Adieraz itzazu bere parametroeren balioak ere.
5. Azter ezazu sistema berrelikatuaren egonkortasuna, balio esanguratsuenak Bode diagraman bertan adieraziz.
6. Kontrolagailuaren irabazpenaren zein baliok eramango du sistema hau egonkortasunaren mugara?.

1.-ATALA (%10)

$$e_{ss} = e_{ssR} + e_{ssD} = 0$$

2. ATALA (%10)

$e_{ssv} = 0.25$

3. ATALA (%20)

$$G(s)H(s) = G_c(s)G_p(s) = \frac{4\left(1+\frac{s}{0.9}\right)}{s(1+s)\left(1+\frac{s}{4}\right)\left(1+\frac{s}{7}\right)} = \frac{124.4(s+0.9)}{s(s+1)(s+4)(s+7)}$$

4. ATALA (%20)

$$G_c(s) = \frac{K_c(1+T_i s)}{T_i s} = \frac{8.88(s+0.9)}{s}$$

5. ATALA (%20)

MG = 4 dB

MF = 30°

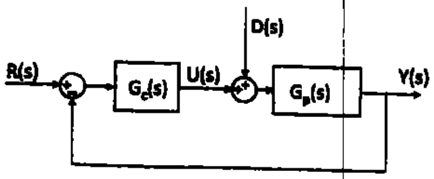
6. ATALA (%20)

$K_c = 14$

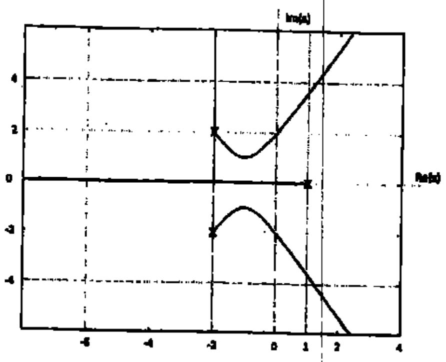
$\log 10 = 1$

$10^x = 1$

3.1 Irudian $G_p(s)$-ri dagokion kontrol-sistema eta 3.2 Irudian sistema berrelikatuaren Erroen Tokia erakusten dira. $G_p(s)$-ren irabazpenaren balio absolutua 1 da.



3.1 Irudia. Kontrol-sistema



3.2 Irudia. Erroen Tokia

1. Identifika ezazu $G_p(s)$ planta.
2. Kalkula ezazu zein den begizta itxiko sistemaren egonkortasuna bermatuko duen K_c-ren balio tartea. Arrazoiak eman.
3. Justifika ezazu, emaitzaren Erroen Tokia marraztuz, zein irizten duzun dela PID motako kontrolagailurik errazena egonkortasunaren tarte hori handitzeko

1 - ATALA (%20)

$$G_P(s) = \frac{8}{(s-1)((s+2)^2+4)} = \frac{8}{s^3+3s^2+4s-8}$$

2 - ATALA (%30)

$$1 < K_c < 2{,}5$$

3 - ATALA (%50)

Sistemaren egonkortze tartea handitzeko, ETG-ren adarrak ezkerreruntz mugitzea beharrezkoa da. Horretarako, kontrolagailuan zeroak txertatu behar ditugu. Hortaz, kontroladorerik sinpleena PD kontroladorea izango da, kontrol proportzionalari, akzio deribatzaile bat txertatzen duena.

ETG-a PD-aren zeroaren txertaketaren ondorioz aldatuko da. Gutxi-gora-beherako adierazpen grafikoan oinarrituz:

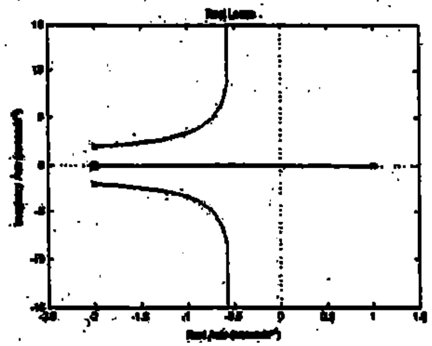
a. Adar kopurua=n=3
b. Asintota kopurua=n-m=2
c. Asintoten angelua ardatz errealarekiko:
   $\theta_k = \frac{2k+1}{n-m}180^o$, k=0 → $\theta_0 = 90^o$; k=1 → $\theta_1 = 270^o = -90^o$
d. Asintotak ardatz erreala ebakitzen duten puntua:

$$\sigma = \frac{\sum Z - \sum P}{n-m} = \frac{z_i - 2 - 2 + 1}{2} = \frac{z_i - 3}{2}$$

Non $z_i > -3$ bada, orduan ebaztu puntua erdiplano negatiboan kokatuko da, hots, asintotan angelua 90º denez, polo guztien kokapena erdiplano negatiboan egongo da edozein Kc-rentzako. Gainera zeroa egonkorra izatea nahi badugu: $-3 < z_i < 0$

e. Ardatz errealeko atalak:
   $(-z_i, 1)$

ETG-a z=-2 (Td=0,5) bada, adibidez, orduan $\sigma = \frac{2-2-2+1}{2} = -0{,}5$



Egonkortasuna Kc eta Td-n oinarrituta aztertuz R-H-en bidez,

Ekuazio karakteristikoa:

$$1 + K_c \frac{8K_c(1 + T_d s)}{(s-1)(s^2 + 4s + 8)} = 0$$

$$s^3 + 3s^2 + (4 + 8K_c T_d)s + 8K_c - 8 = 0$$

s^3	→	1	$4+8K_c T_d$
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
s^1	→	$\frac{20 + 24K_c T_d - 8K_c}{3}$	0
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Fila s^0: $8K_c - 8 > 0 \rightarrow K_c > 1$

Fila s^1: $20 + 24K_c T_d - 8K_c > 0 \rightarrow T_d > \frac{K_c - 2.5}{3K_c}$

Orduan, $T_d > 0$ izateko, $K_c > 2{,}5$

2015 / Ekaina / 17

① Ariketa

1 voltioko sarrera sartu.

1) Lor ezazu $G_m(s) = \dfrac{\Omega(s)}{V(s)}$ Transf. funtzioa.

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{9-0}{1} = \underline{9}$$

$y(\%63.2) = y_1 + \Delta y \cdot 0'632 = 5'688 \longrightarrow t_{63} = \tau = \underline{0.05\,s}$

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \longrightarrow \boxed{G_m(s) = \frac{9}{0.05s + 1}}$$

2) $G_c(s)$ kontrolagailua diseinatu nahi.

Egonkortze denbora %2 irizpidea erabiliz ?

Arrapala errorea ematen digu, orduan integradore bat behar dugu, eta $G_c(s)$ egongo da kokatuta. $\longrightarrow$ $\boxed{\text{PI kontrolagailua}}$

$$G_c(s) = \frac{K_c\,(s + T_c)}{s}$$

$$G_{BA} = \frac{K_c \cdot (s+T_i)}{s} \cdot \frac{9}{0.05 \cdot s + 1} = \frac{K_c(s+T_i)}{s} \cdot \frac{180}{s + 20} \longrightarrow \boxed{T_i = 20} \Rightarrow \frac{K_c \cdot 180}{s}$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s\,GH = \lim_{s \to 0} \cancel{s}\,\frac{K_c\cancel{(s+20)}}{\cancel{s}} \cdot \frac{180}{\cancel{(s+20)}} = K_c \cdot 180 \overset{?}{=} 1 \longrightarrow \boxed{K_c = \frac{1}{180}}$$

3) $\frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{10}$

$$w_r(t) = \frac{N_1}{N_2} w(t) \quad ; \quad \theta(t) = \int w_r(t)\, dt$$

Lortu $G(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)}$ transf. - funtzioa.

$$\left.\begin{array}{l} w_r(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \xrightarrow{\mathcal{L}} W_r(s) = s \cdot \theta(s) \\ w_r(t) = \frac{N_1}{N_2} w(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} W_r(s) = \frac{N_1}{N_2} W(s) \end{array}\right\} \theta(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{N_1}{N_2} \cdot W(s)$$

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{1}{s} \cdot \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{9}{0.05s+1} \longrightarrow \boxed{G(s) = \frac{0.9}{s(0.05s+1)}}$$

4) Diseina ezazu $G_c(s)$ kontrolagailua.

Kalkula ezazu egoera iraunkorreko errore sarrera 5 maldadun arrapala denean.

$$G_{BC}(s) = \frac{K_c \cdot 0'9}{0'05s^2 + 0'1 \cdot s + K_c \cdot 0'9} = \frac{K_c \cdot 180}{s^2 + 20s + K_c \cdot 180}$$

- $M_p = \frac{y_{TP} - y_{ss}}{y_{ss}} = \frac{6-5}{5} = \frac{1}{5} = 0.2$

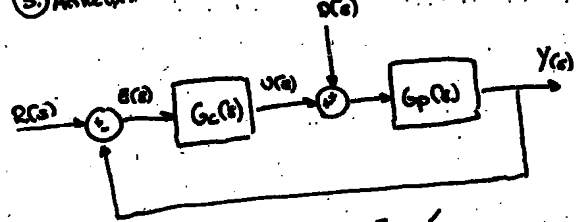
$$\hookrightarrow \zeta = \sqrt{\frac{\ln^2 M_p}{\pi^2 + \ln^2 M_p}} = 0.456$$

- $t_p = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.16 \longrightarrow w_n = 22.06 \text{ rad/s}$

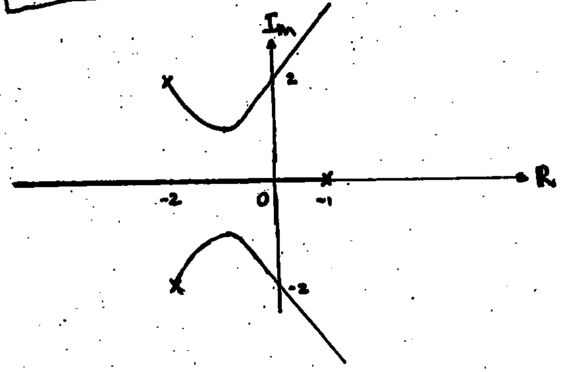
- $K_c \cdot 180 = w_n^2 \longrightarrow \boxed{K_c = 27}$

$$e_{ss,v} = \frac{5}{K_v} = \frac{5}{\lim_{s \to 0} s \cdot GH} = \frac{5}{K_c \cdot 0.9} \longrightarrow \boxed{e_{ss} = 0.206}$$

3. Ariketa.



• Gp(s)-ren irab. abs. 1 da.



1) Identifika ezazu Gp(s) planta.

$$G_p(s) = \frac{K}{(s-1)\left[s+(2+2i)\right]\left[s+(2-2i)\right]} = \frac{K}{(s-1)\left[\underbrace{s^2 + 2s - \cancel{2is} + 2s + \cancel{2is} + 4 + 4}_{s^2+4s+8}\right]} = \frac{K}{s^3+3s^2+4s-8}$$

$$\lim_{s\to 0} G(s) \Rightarrow \frac{K}{8} = 1 \text{ (irabaz. abs)} \longrightarrow \boxed{K=8} \Rightarrow \boxed{G_p(s) = \frac{8}{s^3+3s^2+4s-8}}$$

2) Kalkula ezazu zein den begizta itxiko sistemaren egonkortasuna bermatuko duen Kc-ren balio tartea.

$$1 + GH = 0 \longrightarrow s^3 + 3s^2 + 4s - 8 + 8K_c = 0$$

$\longrightarrow K_c > 1$

s^3	1	4
s^2	3	$8(K_c-1)$
s^1	$\frac{20-8K_c}{3}$	0
s^0	4	0

$$\longrightarrow \frac{20-8K_c}{3} = 0 \longrightarrow K_c = \frac{20}{8} = 2.5$$

$$\boxed{1 < K_c < 2.5}$$

3) Zein PID motako kontrolagailuek emazena egonkortasunaren tarte hori handitzeko.

- Sistemaren egonkortze tarteo handitzeko, ETG-ren adarrak ezkerrerantz mugitzea beharrezkoa da. Horretarako, kontrolagailuan zeroak txertatu behar ditugu. Hortaz, kontroladorerik sinpleena PD kontroladorea izango da, kontrol proportzionalaz, akzio deribatzaile bat txertatzen duena.

- ETG-a PD-aren zeroaren txertaketaren ondorioz, aldatuko da.

  a) Adar kopurua ; $n=3$

  b) Asintota kopurua, $n-m=2$

  c) Asintoten angelua ardatz errealarekiko:

  $$\theta_k = \frac{2k+1}{n-m}\,180 \rightarrow \begin{cases} k=0 \rightarrow \theta_0 = 90^\circ \\ k=1 \rightarrow \theta_1 = -90 \end{cases}$$

  d) Asintotak ardatz erreala ebakitzen duen puntua:

  $$\sigma = \frac{\Sigma z - \Sigma p}{n-m} = \frac{z_i - 2 - 2 + 1}{2} = \frac{z_i - 3}{2}$$

  - Non $z_i > -3$ bada, orduan ebakitze puntua erdiplano negatiboan kokatuko da, hots, asintoten angelua 90° denez, polo guztien kokapena erdiplano negatiboan egongo da edozein K_c-rentzako.

  - Gainera erroa egonkorra izatea nahi baldin badugu, $-3 < z_i < 0$

  e) Ardatz errealeko atalak: $(-z_i, 1)$

- Orain suposatzen badugu z_i bat $\rightarrow z_i = 2$ adibidez $(T_d = 0.5)$

  $$\sigma = \frac{2-3}{2} = -0.5$$

• Egonkortasuna K_c eta T_d-n cinamitutа aztertu R-Hen bidez,

$$1+GH=0 \longrightarrow 1+K_c\cdot\frac{8(1+T_d\cdot s)}{(s-1)(s^2+4s+8)}=0$$

$$\longrightarrow s^3+3s^2+(4+8T_d\cdot K_c)s+(8K_c-8)=0$$

$$K_c>1$$

s^3	1	$4+8T_dK_c$	
s^2	3	$8(K_c-1)$	
s^1	$\frac{20+24T_dK_c-8K_c}{3}$	0	
s^0	$4+8T_dK_c$	0	

$$\longrightarrow \frac{20+24T_dK_c-8K_c}{3}=0$$

$$-20+8K_c=24T_dK_c$$

$$T_d=\frac{8K_c-20}{24K_c}=\frac{2K_c-5}{6K_c}$$

Orduan, $\boxed{T_d>0 \longrightarrow K_c>0}$

4) $G_c(s)$-ren trasf.-funtzioa

$$G_{BA}(s) = G_p(s)\, G_c(s)$$

$$0.5\ G_c(s) = \frac{12'44\,(s+0.9)}{s(s+1)(s+4)(s+7)} \longrightarrow \boxed{G_c(s) = \frac{8'886\,(s+0.9)}{s}}$$

5) Berrelikaduraren egonkortasuna.

$$\text{BODE diagramatik} \longrightarrow \begin{cases} MF = 30^\circ \\ MG = 3\,dB \end{cases}$$

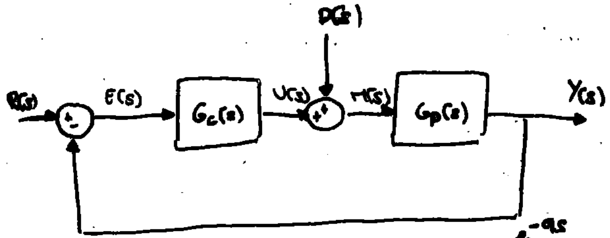
6) Kontrolagailuaren irabazpenaren zein balioK eramango du sistema hau egonkortasunaren mugara?

② Ariketa

PID kontrolagailu erabili.

$G_p(s) = 0.5$

$$G_c(s) = \frac{K_c(s+T_i)(s+T_d)}{s}$$



1) Zein da egoera iraunkorreko errorea, $R(s) = \frac{1}{s}$ eta $D(s) = \frac{e^{-9s}}{s}$ diren

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_cG_p}{1+G_cG_p} \qquad \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p}{1+G_cG_p}$$

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) - \left[G_cG_p E(s) + G_p D(s)\right]$$

$$E(s) = \frac{1}{1+G_cG_p} R(s) - \frac{G_p}{1+G_cG_p} D(s)$$

$$ess_p = \lim_{s\to 0} E(s) \longrightarrow ess = ess_R + ess_D = 0$$

2) Zein da egoera iraunkorreko errorea, perturbaziorik gabe, sarr. arrapl. unit. bada?

$$ess = \lim_{s\to 0} s \cdot E(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1}{1 + \frac{8.886(0.9+s)\cdot 0.5}{s}} \cdot \frac{1}{s^2} = \cancel{0.5}$$

3) Identifika ezazu begizta irekiko transf. funtzioa.

$\boxed{\text{BODE}} \longrightarrow G_{BA}(s)$ lortu

$$G_{BA}(s) = \frac{4\left(\frac{s}{0.9}+1\right)}{s(s+1)\left(\frac{s}{4}+1\right)\left(\frac{s}{7}+1\right)} = \frac{124'4\,(s+0.9)}{s(s+1)(s+4)(s+7)}$$