eman ta zabal zazu

euskal herriko unibertsitatea — universidad del país vasco

ÁLGEBRA

ALJEBRA

INDUSTRIA INGENIARITZA TEKNIKOKO UNIBERTSITATE ESKOLA
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL
BILBAO

AZKEN AZTERKETA

2012–2013 Ikasturtea. Lehen deialdia: 2013ko otsailak 1

Abizenak:	
Izena:	***Taldea:***
Ariketa hau egiteko arauak Moodle-en argitaratuak daude, eta ikasleak ezagutu behar ditu	

1. ORRIA

[A] A eta B bi matrize simetriko badira, sinplifikatu honako adierazpen matriziala:

$$\left[A^T B+(A+B)A\right]^T-\left[\left((BA)^T+A^T\right)B\right]^T$$ (**2 puntu**)

[B] Ondorioztatu, arrazoituz, honako bost matrize mota hauen heina maximoa, matrizeak karratuak eta n ordenakoak direla jakinda: **(1.)** ortogonala, **(2.)** idenpotentea, **(3.)** inbolutiboa, **(4.)** nilpotentea eta **(5.)** erregularra. (**2,5 puntu**)

[C] Eztabaidatu honako esaldiaren egiatasuna edo faltsutasuna: "*Hiru bektorez* $\{\vec{u},\vec{w},\vec{z}\}$ *osatutako bektore multzoa sistema librea da baldin eta bektoreetako bakoitza ez bada beste bi bektoreekiko banaka proportzionala*". (**2 puntu**)

[D] $\mathbb{R}^3$ espazio bektorialean $\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3,\vec{u}\in\mathbb{R}^3$ bektoreak hartu dira, halako moldez, non $\vec{u}$ ez den $\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3$-ren konbinazio lineala; $F=\{\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3,\vec{u}\}$ izanik, arrazoitu honako adierazpenak:

- **[D.1]** F sistema librea da. (**puntu 1**)
- **[D.2]** F sistema lotua da. (**puntu 1**)
- **[D.3]** F $\mathbb{R}^3$–ren sistema sortzailea da. (**1,5 puntu**)

---

2. ORRIA

$S=\{\,p(x)\in\mathbb{P}_3\,/\,p(x)=p(-x)\ \ \forall x\in\mathbb{R}\,\}\subset\mathbb{P}_3$ azpimultzoa kontuan hartuta:

[A] Egiaztatu S $\mathbb{P}_3$–ren azpiespazio bektoriala dela, eta eman S-ren oinarri bat (B_S) eta dimentsioa. (**2 puntu**)

[B] Osatu B_S oinarria $\mathbb{P}_3$–ren B_1 oinarri bat lortu arte, non $q(x)=x^3+x^2-5$ polinomioaren koordenatuak $(1,0,1,-1)$ baitira. (**2 puntu**)

[C] Lortu oinarria ez den S-ren sistema sortzaile bat. Adierazi $\mathbb{P}_3$–ren T azpimultzo bat $\mathbb{P}_3$–ren azpiespazio bektoriala ez dena. Arrazoitu erantzuna. (**3 puntu**)

[D] $\mathbb{P}_3$–ren biderkadura eskalar ohikoa erabiliz, lortu $r(x)=x^3+1$ polinomioaren hurbilketarik onena S-n. (**3 puntu**)

eman ta zabal zazu
euskal herriko unibertsitatea — universidad del país vasco

ÁLGEBRA
ALJEBRA

INDUSTRIA INGENIARITZA TEKNIKOKO UNIBERTSITATE ESKOLA
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL
BILBAO

3. ORRIA

Izan bedi honako matrize zabaldua duen S ekuazio linealezko sistema bat:

$$AM=\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & \Phi+1 & \Phi \\ 1 & -2 & 1 & \Psi \end{array}\right)$$

[A] Idatzi emandako sistema bere hiru adierazpen posibleetan. (**puntu 1**)

[B] Sailkatu emandako sistema $\Phi,\Psi\in\mathbb{R}$ parametroen arabera. (**3 puntu**)

[C] Gauss–Jordan-en metodoa aplikatuz, S ebatzi $\Phi=1,\ \Psi=-1$ balioetarako.(**3 puntu**)

[D] Kalkulatu, posible bada, $\left(AM^{-1}\right)^{T}$ $\Phi=1,\ \Psi=1$ balioetarako. (**3 puntu**)

---

4. ORRIA

Izan bedi honako matrize erreala: $\mathrm{A}=\begin{pmatrix} -5 & 1 & 2 \\ 1 & -5 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

[A] Kalkulatu eta faktorizatu A matrizeari elkartutako polinomio karakteristikoa. (**2 puntu**)

[B] A matrizea diagonalizagarria al da? Arrazoitu erantzuna. Erantzuna baiezkoa bada, eman bektore propioz osatutako $\mathbb{R}^3$ espazio bektorialaren oinarri bat. (**3 puntu**)

[C] Posible bada, diagonalizatu A matrizea ortogonalki. (**3 puntu**)

[D] Kalkulatu $\left|-5\left(A^3\right)^T\right|$ eta, posible bada, $\left(A^{-1}\right)^T$. Arrazoitu erantzuna. (**2 puntu**)

Emaitzen argitalpena: 2013ko otsailak 11, 17:00etan
Ariketen berrikuspena: 2013ko otsailak 14, 12:15etan (7. solairua, 7.1 Batzar Gela)