eman ta zabal zazu

euskal herriko unibertsitatea — universidad del país vasco

ÁLGEBRA

ALJEBRA

INDUSTRIA INGENIARITZA TEKNIKOKO UNIBERTSITATE ESKOLA
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL
BILBAO

AZKEN AZTERKETA

2012–2013 Ikasturtea. Bigarren deialdia: 2013.eko uztailak 1

Abizenak:	
Izena:	***Taldea:***
Ariketa hau egiteko arauak Moodle-en argitaratuak daude, eta ikasleak ezagutu behar ditu	

1. ORRIA

Izan bitez hurrengo A,P $\in M_{3x3}$ matrize errealak:

$$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\-1&1&-1\\1&0&2\end{pmatrix}\quad P=\begin{pmatrix}0&-1&0\\-1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}$$

[A] Lortu $\det\left(P^{-n}\right)$ (**2 puntu**)

[B] Gauss-Jordan algoritmoa erabiliz, lortu P^{-1} (**3 puntu**)

[C] Definitu zuzenki matrize antzekoak, eta emandako definiziotik abiatuz ondorioztatu mi matrize antzekoen determinanteen arteko erlazioa. Posible bada, lortu A matrizearen antzekoa den C matrize bat. Arrazoitu erantzuna. (**3 puntu**)

[D] $\forall \vec{v}\in\mathbb{R}^3$-rentzat $\vec{v}_B$ eta $\vec{v}_{B_1}$ bektoreek $\vec{v}$ bektorearen koordenatuak adierazten dituzte B eta B_1 oinarrietan hurrenez hurren. Lortu $\overline{v}_B$, jakinda P matrizea B-tik B_1-rako koordenatu-aldaketaren matrizea dela, eta $\vec{v}_{B_1}=(-1,1,1)$ (**puntu 2**)

---

2. ORRIA

Izan bitez hurrengo bektoreak:

$$p_1(x)=x^3+x^2,\ p_2(x)=x^3+x^2+1, p_3(x)=x^2+x, p_4(x)=x^3-x+1\in\mathbb{P}_3(x)$$

eta izan bedi: $W=\left\{p(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ /\ a=d=b-c\right\}\subset\mathbb{P}_3(x)$

[A] Egiaztatu W $\mathbb{P}_3$–ren azpiespazio bektoriala dela, eta lortu W-ren dimentsioa eta oinarri bat (B_W). Zeintzuk dira $p_4(x)\in\mathbb{P}_3(x)$-ren koordenatuak B_W oinarrian? (**4 puntu**)

[B] Lortu B_N oinarri ortonormal bat B_W oinarritik abiatuz. (**3 puntu**)

[C] Lortu $p_1(x)$ bektorearen hurbilketarik onena W-n (**3 puntu**)

3. ORRIA

Izan bedi honako matrize zabaldua duen S ekuazio linealezko sistema bat:

$$S \equiv \begin{cases} x+z=\alpha \\ x+y+4z=\beta \\ y+3z=0 \\ x+z=0 \end{cases} \qquad T \equiv \begin{cases} x-y=1 \\ y=0 \\ x+y=-1 \end{cases}$$

[A] Idatzi S sistema bere adierazpen bektorialean. (**puntu 1**)

[B] Aztertu S sistemaren bateragarritasuna $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ parametroen arabera. (**4 puntu**)

[C] S sistema ebatzi bateragarria den kasuetan. (**2 puntu**)

[D] Egiaztatu T sistema bateraezina dela, eta Kalkulatu, sistemaren soluzio hurbildua karratu txikienen bidezko metodoa erabiliz. (**3 puntu**)

---

4. ORRIA

Izan bedi $M\in M_{3x3}$ matrize erreala: $M=\begin{pmatrix} 1 & a & a \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

[A] Aztertu $a\in\mathbb{R}$ parametroaren zein baliotarako M matrizea diagonalizagarria den. (**3 puntu**)

[B] Ba al dago $a\in\mathbb{R}$ parametroaren baliorik M matrizea ortogonalki diagonalizagarria egiten duenik? Arrazoitu erantzuna.. (**puntu 1**)

[C] $a=0$ kasuan, lortu M-ren antzekoa den D matrize diagonala, M-ren bektore propioekin osatutako P matrize bat. (**2 puntu**)

[D] Lortu M^n, M eta D matrizeen antzekotasun erlazioa erabiliz. (**2 puntu**)

[E] Mathematica programa erabiliz, B matrize bat sartu da, aurrekoa legez, $a\in\mathbb{R}$ parametroaren menpe dagoena. Aurreko ataletan lortutako emaitzen arabera, eta programaren honako kode honen arabera, egiaztatu arrazoituz M=B den ala ez. (**2 puntu**)

```
In[31]:= {a=0, Eigensystem[B]}
Out[31] ={{2,1,1},{{0,-1,1},{-1,-1,1},{0,0,0}}}
```

Emaitzen argitalpena: 2013.eko uztailak 5, 17:00etan
Ariketen berrikuspena: 2013.eko uztailak 8, 10:00etan (7. solairua, Matematika Aplikatuko Laborategia, 7I1 gela)