MATEMATIKA AURRERATUA. 2017-2018

Lehen Mintegirako Ariketak - Zenbaki Konplexuak

1. ARIKETA

A) Lortu z_1, z_2 eta z_3 zenbaki konplexuak, ondoko baldintzak betetzen direla jakinda:

- Hiru zenbaki horien afixuak z_0 zenbaki konplexuaren afixuarekiko distantziakideak dira.
- z_0 eta z_1 zenbakiak lehenengo koadrantean dauden $z^3 - 8i = 0$ eta $z^2 - (2\sqrt{3} + i)\cdot z + (2 - i2\sqrt{3}) = 0$ ekuazioen erroak hurrenez hurren dira.

B) Lortu eta adierazi grafikoki $z = (\sqrt{3} + i)\cdot z_1$ zenbaki konplexuen leku geometrikoa ondoko kasuetan:

i) $z_1 = \rho_{1|\underline{\theta_1}} \quad \begin{cases} \rho_1 = 1 \\ \theta_1 \in \left[0, \dfrac{\pi}{3}\right] \end{cases}$ ii) $z_1 = \rho_{1|\underline{\theta_1}} \quad \begin{cases} \rho_1 = 2 \\ \theta_1 \in \left[\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{2\pi}{3}\right] \end{cases}$

2. ARIKETA

A) Ebatzi $z^4 - (a-1)\cdot i \cdot z = 0$ ekuazioa, $a \in \mathbb{R}$ parametroaren balioen arabera.

B) Izan bitez z_1 eta z_2 triangelu isoszele baten alde ezberdinaren erpinak. Lortu triangelu horren z_3 erpina, ondoko baldintzak betetzen direla jakinda:

- z_1 irudikari puru negatiboa da eta $|z_1| = 3$
- $\mathrm{Im}(z_2) > 0$, $\mathrm{Im}(z_3) > 0$ eta $\mathrm{Re}(z_1 + z_2) = -4$
- $\left|\dfrac{z_2}{z_1}\right| = \dfrac{\sqrt{17}}{3}$
- $|z_3 - z_1| = \dfrac{\sqrt{5}}{2}|z_2 - z_1|$

3. ARIKETA

$z^4 - z_0 = 0$ ekuazioaren erro bat $z_1 = (\sqrt{3}+1) + i\cdot(\sqrt{3}-1)$ dela jakinda:

A) Lortu z_1 zenbakiaren modulu eta argumentua. *Oharra*: $tg\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

B) Lortu z_0 era binomikoan.

C) Lortu ekuazioaren gainerako erroak era binomikoan.

D) Demagun hirugarren eta laugarren koadranteetan dauden erroen afixuak triangelu isoszele baten alde ezberdinaren A eta B erpinak direla. Lortu zati irudikaririk txikiena duen triangeluaren C erpina, erpina horri dagokion triangeluaren altuera eta AB aldearen luzera berdinak direla jakinda.

4. ARIKETA

A) Izan bitez z_1 eta z_2 erronbo baten aurkako bi erpin. Kalkulatu beste bi erpinak, ondoko baldintzak betetzen direla jakinda:

- z_1 eta z_2 ondoko ekuazioaren erroak dira: $z^2-(4+2i)\cdot z+(3-4i)=0$.
- Erronboaren aldearen luzera $2\sqrt{10}$ da.

B) Lortu z eta ω zenbaki konplexuak, ondoko baldintzak betetzen direla jakinda:

$|z|=2$, $\arg\left(\dfrac{z}{\omega}\right)=\dfrac{\pi}{4}$, ω -ren bederatzigarren erroetako bat $\dfrac{1}{2}\left(i-\sqrt{3}\right)$ da.

5. ARIKETA

Izan bitez z_1 eta z_2 ondoko baldintzak betetzen dituzten bi zenbaki konplexu:

- Bere zatidura irudikari purua da.
- Bere batura $10+10\cdot i$ da.
- z_1 zenbaki konplexuaren modulua z_2 zenbaki konplexuaren modulua baino hiru aldiz handiagoa da.

A) Lortu z_1 eta z_2

B) Demagun z_1 eta z_2 karratu baten aurkako erpinak direla. Lor itzazu karratu horren beste bi erpinak (z_3 eta z_4).

6. ARIKETA

A) Esan arrazoituz ea honako baieztapen hauek egia ala gezurra diren:

1) Errealak ez diren 2 zenbaki konplexu biderkatzean, inoiz ez da lortzen zenbaki erreal bat.
2) z zenbaki konplexuaren konjokatuaren karratua z-ren karratuaren konjokatua da.
3) Erro kubiko berberak dituzten bi zenbaki konplexu berdinak dira.
4) Irudikari purua den zenbaki konplexu baten inolako erro kubikorik ez da irudikari purua.

B) Honako kasu hauek emanda:

i) $\alpha=\dfrac{\bar{z}}{z}$ ii) $\alpha=\dfrac{\bar{z}}{z^2}$ iii) $\alpha=\dfrac{z^3}{\bar{z}}$

Lortu analitikoki eta grafikoki α-ren afixu-multzoari dagokion leku geometrikoa, z balioa ondoko zuzenerdiaren puntuei dagokiela jakinda:

$$z=x+i\cdot y \quad \begin{cases} y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x \\ x\geq\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$